

# 压电体光滑接触界面有局部分离时的 的滑移脉冲波传播\*

白玉柱, 汪越胜, 于桂兰

(北京交通大学 土木建筑工程学院, 北京 100044)

(王彪推荐)

摘要: 应用关于压电材料的 Stroh 方法以及 Fourier 分析和奇异积分方程技术, 研究了压电体光滑接触界面有局部分离时的滑移脉冲波传播问题, 分析了其存在的判据. 压电体由单向压应力作用而光滑接触并处于一定强度的电场中. 待求问题最终转化为含 Cauchy 核的奇异积分方程组, 并给出其解析解. 数值计算结果表明: 光滑接触界面上有局部分离的滑移脉冲波普遍存在, 且界面法向面力和法向电位移在局部分离区两端有奇异性; 对某些特殊的材料组合, 外载荷不影响滑移脉冲波的存在性.

关键词: 压电材料; 脉冲波; Stroh 方法; 奇异积分方程; 界面  
中图分类号: O347.4 文献标识码: A

## 引 言

自 1880 年居里兄弟发现压电材料的力电耦合现象以来, 压电材料被广泛应用于各种智能器件中, 如致动器、传感器和换能器等. 工程实际中以压电材料为核心的智能结构或元件总是与其他材料组合在一起, 因此, 界面是其重要组成部分, 且界面的存在必然影响材料和结构本身的力学和电学行为. 另外, 由压电材料制成的结构或元件常用于传导波或振动. 所以关于波与压电结构中界面相互作用问题的研究十分重要.

压电介质的波动问题从 60、70 年代便得到广泛研究, 不同时期获得的一些主要研究成果在国内外专家学者编著的有关书籍中都有总结<sup>[1-3]</sup>. 尤其是 Nayfeh 的专著<sup>[4]</sup>涉及了许多关于层状压电材料中波动问题的研究成果. 然而这些研究中的界面均假设为牢固粘接模型, 这为数学处理带来许多方便. 但实际存在的一些界面不能简化为这种模型, 如接触界面, 它在波动作用下可发生相对滑移甚至分离, 并导致问题的非线性. 接触界面广泛存在于各种材料和结构中, 在压电结构中也是如此, 如压电层合结构脱层后的界面; 传感器或驱动器与结构间的接触界面, 特别是靠摩擦接触传动的超声电机中的定子(由压电材料制成)与转子间的接触界面等等. 有关各向同性纯弹性介质中弹性波与接触界面的相互作用问题已获得许多结果, 包括界面波问题<sup>[5-6]</sup>等, 详细的综述见文献[7]. 近几年关于各向异性纯弹性介质中接触界面的波

\* 收稿日期: 2006-11-03; 修订日期: 2007-07-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10372001)

作者简介: 白玉柱(1976—), 男, 河北邯郸人, 博士生(E-mail: yuzhubai2008@126.com);

汪越胜(1965—), 教授(联系人, Tel: +86-10-51688417; E-mail: yswang@center.njtu.edu.cn).

传播问题也获得若干结果<sup>[8-10]</sup>, 其中文献[9]分析了光滑接触界面有局部分离时的滑移脉冲波的传播. 至今关于压电介质中接触面的波传播特性尚缺乏研究. Alshits<sup>[11]</sup>和 Darinskii<sup>[12]</sup>在不考虑有局部分离的情况分析了光滑接触界面的波动问题, 这是一个线性问题. 本文将考查存在局部分离时的滑移界面波问题. 该问题本质上是一个非线性问题, 其研究对工程实际具有重大意义.

## 1 问题描述及求解

### 1.1 问题描述

光滑接触的压电半空间承受如图 1 所示的压力  $p_0$  和外部电场  $D_0$  的作用. 界面法向量  $n$ , 脉冲波沿界面  $m$  方向传播. 当脉冲的强度足够大或外力  $p_0$  不够大时, 界面将产生局部分离, 且其范围和位置事先未知, 因此该问题具有边界非线性特性<sup>[7-9]</sup>. 并导致高频谐波的产生. 于是界面力、界面法向电位移、位移及电势场可写成如下 Fourier 积分的形式<sup>[5]</sup>:

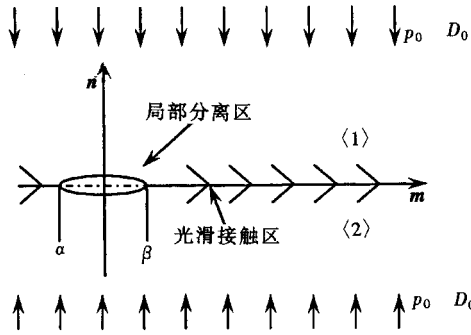


图 1 两半无限大压电体在光滑接触界面上存在局部分离和光滑接触区的示意图

$$U^{(1)} = \int_0^{\pm\infty} A^{(1)}(s) \exp(is\eta) ds + \int_{-\infty}^0 A^{(1)*}(s) \exp(is\eta) ds, \quad (1)$$

$$U^{(2)} = \int_0^{\pm\infty} A^{(2)*}(s) \exp(is\eta) ds + \int_{-\infty}^0 A^{(2)}(s) \exp(is\eta) ds, \quad (2)$$

$$T^{(1)} = -p_0 n' + D_0 o' - ik \int_0^{\pm\infty} sL^{(1)}(s) \exp(is\eta) ds - ik \int_{-\infty}^0 sL^{(1)*}(s) \exp(is\eta) ds, \quad (3)$$

$$T^{(2)} = -p_0 n' + D_0 o' - ik \int_0^{\pm\infty} sL^{(2)*}(s) \exp(is\eta) ds - ik \int_{-\infty}^0 sL^{(2)}(s) \exp(is\eta) ds, \quad (4)$$

其中: 上标 (1)、(2) 分别表示上下压电半空间; “\*” 表示共轭;  $n' = (n, 0)^T$ ,  $n = (0, 1, 0)$ ,  $o' = (0, 0, 0, 1)^T$ ,  $m = (1, 0, 0)$ ;  $i = \sqrt{-1}$  为虚数单位;  $k$  为波数;  $x$  为相对于坐标  $\{m, n, t\}$  的位置矢量;  $\eta = k(m \cdot x - vt)$ ,  $v$  为波速, 且  $v < \hat{v}[\hat{v} = \min(\hat{v}^{(1)}, \hat{v}^{(2)})]$ , 其中  $\hat{v}^{(1)}$  和  $\hat{v}^{(2)}$  为上下压电体的极限波速<sup>[13]</sup>.  $U = (u^T, \varphi)^T$  和  $T = (\tau^T, D_n)^T$ , 其中  $u = (u_m, u_n, u_t)^T$  为位移矢量,  $\varphi$  为电势标量;  $\tau = n \cdot \sigma$  为界面上的面力,  $D_n = n \cdot D$  为界面上的法向电位移分量.  $A^{(1)}(s)$  和  $A^{(2)*}(s)$  为包含 3 个位移极化分量和一个电势分量的极化矢量;  $L^{(1)}(s)$  和  $L^{(2)*}(s)$  为包含应力和法向电位移的极化矢量. 利用表面阻抗张量<sup>[13]</sup>  $Z_1$  和  $Z_2$ ,  $A^{(1)}(s)$ 、 $A^{(2)*}(s)$  与  $L^{(1)}(s)$ 、 $L^{(2)*}(s)$  的关系分别写为:

$$L^{(1)}(s) = -iZ_1 A^{(1)}(s), \quad L^{(2)*}(s) = iZ_2 A^{(2)*}(s). \quad (5)$$

界面上的边界条件如下<sup>[9]</sup>:

1) 沿整个界面, 界面力、界面法向电位移连续; 由于光滑接触, 所以剪力应为 0, 即:

$$\begin{cases} m' \cdot T^{(1)} = m' \cdot T^{(2)} = 0, & n' \cdot T^{(1)} = n' \cdot T^{(2)}, \\ t' \cdot T^{(1)} = t' \cdot T^{(2)} = 0, & o' \cdot T^{(1)} = o' \cdot T^{(2)}, \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $n \cdot x = 0, \dot{t} = m' \times n', m' = (m, 0)^T, \dot{t} = (t, 0)^T, t = (0, 0, 1)$ .

2) 在局部分离区, 界面法向面力  $N(\eta) = n' \cdot T^{(1)} = n' \cdot T^{(2)}$  为 0, 张开位移  $g(\eta) = n' \cdot (U^{(1)} - U^{(2)})|_{n \cdot x=0}$  为正值, 即:

$$N(\eta) = 0, g(\eta) > 0. \tag{7}$$

局部分离区内采用非导电电学边界条件, 即法向电位移  $D(\eta) = D_n^{(1)} = D_n^{(2)} = 0$ ; 通过局部分离区时电势存在跃变, 即  $\Delta\varphi(\eta) = (\varphi^{(1)} - \varphi^{(2)})|_{n \cdot x=0} \neq 0$ , 所以有

$$D(\eta) = 0, \Delta\varphi(\eta) \neq 0. \tag{8}$$

3) 在光滑接触区张开位移  $g(\eta)$  和电势跃变  $\Delta\varphi(\eta)$  为 0, 且法向面力为负, 即:

$$N(\eta) < 0, g(\eta) = 0, \Delta\varphi(\eta) = 0. \tag{9}$$

为计算方便, 引入弱条件:

$$\frac{d}{d\eta}[g(\eta)] = 0, \frac{d}{d\eta}[\Delta\varphi(\eta)] = 0, \tag{10}$$

代替  $g(\eta) = 0$  和  $\Delta\varphi(\eta) = 0$ .

### 1.2 对偶积分方程组的获得

由式(3)、式(4)和边界条件(6)得:

$$\left. \begin{aligned} s \geq 0 \quad L^{(1)}(s) = L^{(2)*}(s) \\ s \leq 0 \quad L^{(1)*}(s) = L^{(2)}(s) \end{aligned} \right\} = \Delta \operatorname{sgn}(s) \Gamma(s) \tag{11}$$

其中  $\operatorname{sgn}(\cdot)$  为符号函数.  $\Gamma(s)$  为未知复矢量, 可记为:

$$\Gamma(s) = \Gamma^m(s) n' + \Gamma^e(s) o', \tag{12}$$

式中  $\Gamma^m(s)$  和  $\Gamma^e(s)$  为待定复数. 引入列矩阵:

$$\left\{ \begin{aligned} N(\eta) &= (N(\eta), D(\eta))^T, P_0 = (p_0, -D_0)^T, \\ \Gamma(s) &= (\Gamma^m(s), \Gamma^e(s))^T, G(\eta) = (g(\eta), \Delta\varphi(\eta))^T, \end{aligned} \right. \tag{13}$$

利用表面阻抗  $Z$  可得  $A^{(j)}(s), A^{(j)*}(s)$  和  $L^{(j)}(s), L^{(j)*}(s)$  的关系<sup>[9],[13]</sup>

$$A^{(j)}(s) = \operatorname{sgn}(s) i (Z_j)^{-1} n'' \cdot \Gamma(s), A^{(j)*}(s) = -\operatorname{sgn}(s) i (Z_j^*)^{-1} n'' \cdot \Gamma(s), \tag{14}$$

式中:  $n'' = (n', o')$  为  $4 \times 2$  阶矩阵. 由上式和式(1)、式(2)和式(14)得分离区内电势和位移的跃变:

$$\begin{aligned} G(\eta) &= i \int_0^\infty (n'')^T (Z_1^{-1} + (Z_2^*)^{-1}) n'' \Gamma(s) \exp(is\eta) ds + \\ & i \int_{-\infty}^0 (n'')^T ((Z_1^*)^{-1} + Z_2^{-1}) n'' \Gamma(s) \exp(is\eta) ds, \end{aligned} \tag{15}$$

因  $Z_1^{-1}$  和  $(Z_2^*)^{-1}$  为 Hermitian 矩阵<sup>[13]</sup>, 故  $\Lambda = (n'')^T (Z_1^{-1} + (Z_2^*)^{-1}) n''$  是  $2 \times 2$  阶的 Hermitian 矩阵. 令  $\Lambda = \Lambda_R + i \Lambda_I$ , 其中  $\Lambda_R$  为对称实阵,  $\Lambda_I$  为反对称实阵. 由(6)式、(9)式和(10)式可得对偶积分方程组:

$$N(\eta) = -P_0 - ik \int_{-\infty}^\infty |s| \Gamma(s) \exp(is\eta) ds, \quad \text{局部分离区}, \tag{16}$$

$$\frac{d}{d\eta}[G(\eta)] = - \int_{-\infty}^\infty s (\Lambda_R + i \operatorname{sgn}(s) \Lambda_I) \Gamma(s) \exp(is\eta) ds, \quad \text{光滑接触区}, \tag{17}$$

### 1.3 奇异积分方程的获得及求解

假设界面在区域  $\alpha \leq \eta \leq \beta$  产生局部分离, 其它区域保持光滑接触. 令:

$$\Gamma(s) = \frac{(\Lambda_R + \operatorname{sgn}(s) i \Lambda_I)^{-1}}{2\pi_s} \int_\alpha^\beta \Phi(\xi) \exp(-is\xi) d\xi \tag{18}$$

其中  $\Phi(\xi) = (\Phi_1(\eta), \Phi_2(\eta))^T$  为定义在  $(\alpha, \beta)$  内的矢量函数. 将(18)式代入(17)式并交换

积分次序<sup>[9]</sup>可得:

$$\int_{\alpha}^{\beta} \Phi(\xi) d\xi = 0, \quad \frac{d}{d\eta} [G(\eta)] = -\Phi(\eta), \quad (19)$$

将(18)式代入(16)式可得含 Cauchy 核的奇异积分方程<sup>[9]</sup>:

$$k\Lambda_I \Phi(\eta) - \frac{k\Lambda_R}{\pi} \int_{\alpha}^{\beta} \Phi(\xi) \frac{1}{\xi - \eta} d\xi = P_0, \quad (20)$$

其中已令:  $\Lambda^{-1} = \Lambda_{R+} + i\Lambda_I$ ,  $\Lambda_R$  为对称实阵,  $\Lambda_I$  为反对称实阵, 其形式记为:

$$\Lambda_I = \begin{pmatrix} 0 & \lambda_0(v) \\ -\lambda_0(v) & 0 \end{pmatrix}, \quad \Lambda_R = \begin{pmatrix} \lambda_1(v) & \lambda_3(v) \\ \lambda_3(v) & \lambda_2(v) \end{pmatrix}, \quad (21)$$

以下分  $\Lambda_I = \mathbf{0}$  和  $\Lambda_I \neq \mathbf{0}$  两种情况讨论方程(20)的求解.

(I)  $\Lambda_I = \mathbf{0}$  (即  $\lambda_0(v) = 0$ )

此时方程(20)为第一类的 Cauchy 型奇异积分方程:

$$\frac{\Lambda_R}{\pi} \int_{\alpha}^{\beta} \Phi(\xi) \frac{1}{\xi - \eta} d\xi = -\frac{P_0}{k}, \quad (22)$$

考虑单值性条件(19), 方程(22)只能取在分离区两端具有可积奇异性的解<sup>[14]</sup>, 其分量形式为<sup>[14]</sup>:

$$\Phi(\eta) = \frac{iF_j}{\sqrt{(\eta - \alpha)(\beta - \eta)}} \left[ \eta - \frac{\alpha + \beta}{2} \right], \quad (23)$$

其中  $F_j = ik^{-1}(\Lambda_R)^{-1}P_0$ ,  $\eta \in (\alpha, \beta)$ ,  $j = 1, 2$ . 由(23)式可计算得分离区内的  $g(\eta)$  和  $\Delta\Phi(\eta)$ :

$$G_j(\eta) = iF_j \sqrt{(\eta - \alpha)(\beta - \eta)} \frac{-1}{k \|\Lambda_R\|} \begin{pmatrix} \lambda_2(v)p_0 + \lambda_3(v)D_0 \\ -\lambda_3(v)p_0 - \lambda_1(v)D_0 \end{pmatrix} \sqrt{(\eta - \alpha)(\beta - \eta)}, \quad (24)$$

以及光滑接触区内的  $N(\eta)$  和  $D(\eta)$ :

$$N(\eta) = \begin{pmatrix} N(\eta) \\ D(\eta) \end{pmatrix} = -\frac{|\eta/2 - (\alpha + \beta)/4|}{\sqrt{(\eta - \alpha)(\beta - \eta)}} \begin{pmatrix} p_0 \\ -D_0 \end{pmatrix}, \quad (25)$$

界面有局部分离时的滑移脉冲波存在条件是: 分离区内  $g(\eta) > 0$  和接触区内  $N(\eta) < 0$ . 方程(25)显示  $N(\eta) < 0$  总是成立的, 所以由(24)得局部分离型滑移脉冲波的存在条件为:

$$k^{-1}p_0(\|\Lambda_R\|)^{-1}(\lambda_2(v) + m\lambda_3(v)) < 0, \quad (26)$$

上式说明界面有局部分离时的滑移脉冲波存在条件为  $f(v, m) = \lambda_2(v) + \lambda_3(v) * m$  (其中  $m = D_0/p_0$ ) 与行列式  $\|\Lambda_R\|$  符号相反.

(II)  $\Lambda_I \neq \mathbf{0}$  (即  $\lambda_0(v) \neq 0$ )

此时得到一个第二类的 Cauchy 型奇异积分方程. 可以证明此时方程(20)没有满足单值条件(19)的解<sup>[14]</sup>, 所以这里不再讨论该情况.

以上分析是基于矩阵  $\Lambda$  可逆的假设下进行的. 当  $\Lambda$  不可逆时, 即:

$$\|\Lambda\| = 0 \quad (27)$$

时, 可得  $g(\eta) = 0$  和  $\Delta\Phi(\eta) = 0$ . 因此, (27)式就是界面无分离时滑移脉冲波的存在条件.

方程(27)对应的波速值即为界面无分离时的滑移脉冲波波速  $v_{s1}$ .

## 2 数值结果与讨论

本文以上分析对任意材料组合均有效, 以下为进一步具体地讨论这种滑移脉冲波的存在

以硫化镉(CdS)和氧化锌(ZnO)为例进行计算分析. 该两种材料的材料常数见文献[3]. 设两压电晶体的晶轴  $X_1, X_2$  和  $X_3$  在初始状态与几何坐标  $t, m$  和  $n$  分别重合. 不同的材料组合通过将上下压电晶体分别绕其  $X_1$  晶轴逆时针旋转  $\theta_1/\theta_2$  旋转而得到, 以  $[\theta_1, \theta_2]$  表示. 分以下4种典型情况进行讨论:

2.1 相同压电材料(CdS)且取向镜像对称,

即  $\theta_1 = -\theta_2 = \theta$

此时(21)式中的元素  $\lambda_0(v) = \lambda_3(v) \equiv 0$ . 两压电体的 Rayleigh波速和极限波速均相等, 即  $v_R^{(1)} = v_R^{(2)} = v_R, \hat{v}^{(1)} = \hat{v}^{(2)} = \hat{v}$ . 判定条件(26)变为  $\lambda_2(v)/\|\Lambda_R\| < 0$ . 图2给出了两压电晶体取向为  $[-\pi/3, \pi/3]$  时,  $\lambda_2(v)/\|\Lambda_R\|$  随波速  $v$  的变化曲线. 由该图可看出: 当波速  $v \in (v_R, \hat{v})$  时, 判定条件(26)得到满足, 即滑移脉冲波存在. 同类材料组合, 即  $[\theta, -\theta]$  (包括  $\theta = 0, \theta = \pi/2$ ) 的情况具有类似的性质, 只是滑移脉冲波存在的波速范围有所变化.

2.2 相同压电材料(CdS)且取向一致, 即  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$

此时矩阵(21)式中的元素满足  $\lambda_0(v) \equiv 0$ , 但  $\lambda_3(v)$  恒不为0. 图3给出压电晶体同为 CdS 且取向为  $[-\pi/3, -\pi/3]$

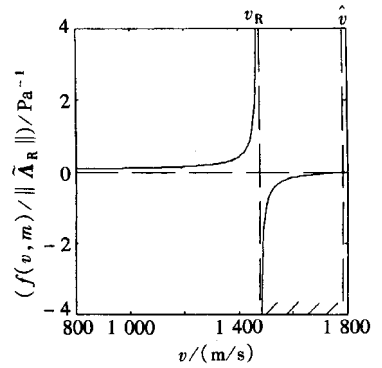


图2  $f(v, m)/\|\Lambda_R\|$  随波速的变化曲线, 相同硫化镉晶体的材料组合  $[-\pi/3, \pi/3]$

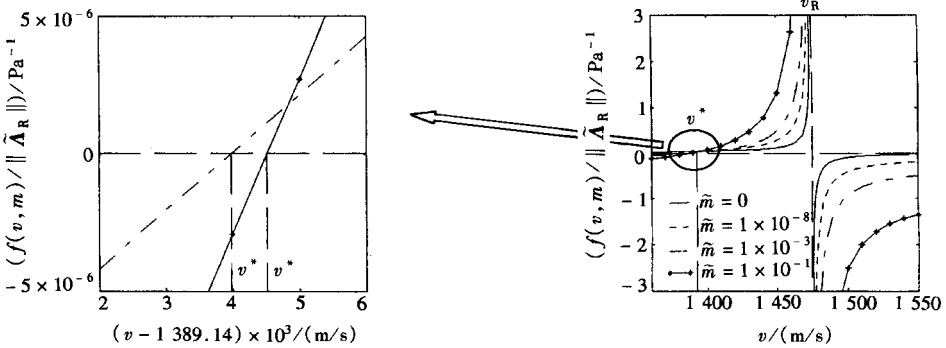


图3  $f(v, m)/\|\Lambda_R\|$  随波速的变化曲线, 相同硫化镉晶体的材料组合  $[-\pi/3, -\pi/3]$

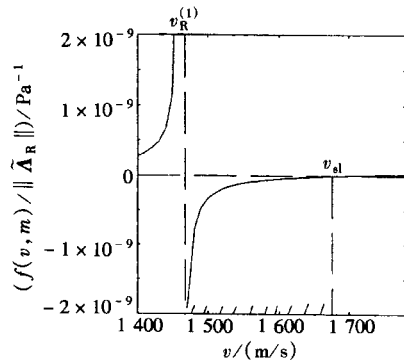
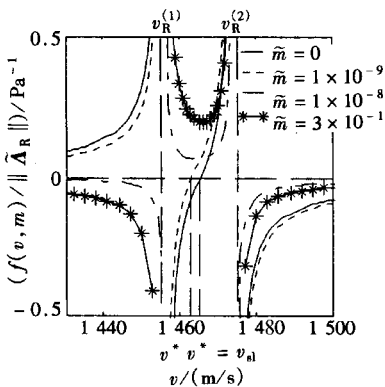


图4  $f(v, m)/\|\Lambda_R\|$  随波速的变化曲线, 图5  $f(v, m)/\|\Lambda_R\|$  随波速的变化曲线, 相异 CdS/ ZnO 的材料组合  $[-\pi/6, -\pi/3]$  相异 CdS/ ZnO 的材料组合  $[0, 0]$

时, 对于不同比值  $m$ ,  $f(v, m)/\|\Lambda_R\|$  随波速  $v$  的变化曲线. 当  $m = 0$  和  $m = 1 \times 10^{-8}$  时 (图中纵坐标的值应乘以  $10^{-8}$ ), 曲线  $f(v, m)/\|\Lambda_R\|$  不过 0 点, 且在波速满足  $v \in (v_R, \hat{v})$  时 滑移脉冲波存在; 当  $m = 1 \times 10^{-3}$  (图中纵坐标的值应乘以  $0.3 \times 10^{-3}$ ) 和  $m = 1 \times 10^{-1}$  时 (图中纵坐标的值应乘以  $1.25 \times 10^{-2}$ ), 曲线  $f(v, m)/\|\Lambda_R\|$  在  $v^*$  处过 0 点, 所以  $v \in (v_R, \hat{v}) \cup (0, v^*)$  时, 滑移脉冲波存在.

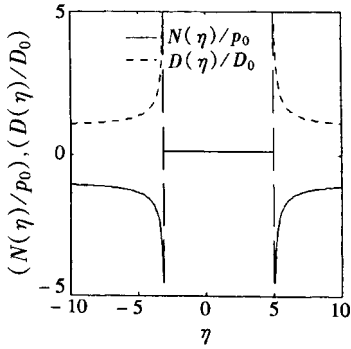


图 6 界面法向面力  $N(\eta)/p_0$  和法向围不同.

电位移  $D(\eta)/D_0$  的分布曲线

### 2.3 相同压电材料(CdS)且取向不同, 即 $\theta_1 \neq \pm \theta_2$

此时矩阵(21)中的元素  $\lambda_0(v) = 0$ , 但  $\lambda_3(v)$  不恒为 0. 图 4 给出两 CdS 压电体取向为  $[-\pi/6, -\pi/3]$  时, 对应不同比值  $m$ ,  $f(v, m)/\|\Lambda_R\|$  随波速  $v$  的变化曲线. 当  $m = 0$  和  $m = 1 \times 10^{-9}$  (图中纵坐标的值应乘以  $10^{-8}$ ), 波速在  $v \in (v_R^{(1)}, v^*) \cup (v_R^{(2)}, \hat{v})$  内滑移脉冲波存在; 当  $m = 1 \times 10^{-8}$  (图中纵坐标的值应乘以  $10^{-7}$ ) 和  $m = 3 \times 10^{-1}$  时, 波速  $v \in (0, v_R^{(1)}) \cup (v_R^{(2)}, \hat{v})$  时滑移脉冲波存在. 其他取向任意的情况具有类似的性质, 只是滑移脉冲波波速存在的范

### 2.4 相异压电材料(CdS/ZnO)且取向 $[0, 0]$

此时下侧压电体 ZnO 的 Rayleigh 波速大于上侧压电体 CdS 的极限波速, 且满足关系:  $v_R^{(1)} < v_{sl} < \hat{v} = \hat{v}^{(1)} < v_R^{(2)} < \hat{v}^{(2)}$ . 图 5 为  $f(v, m)/\|\Lambda_R\|$  随波速  $v$  的变化曲线. 可以看出滑移脉冲波存在, 则其波速在  $v \in (v_R^{(1)}, \hat{v})$  范围内. 最后我们以该情况为例给出了界面法向面力和电位移的分布如图 6 所示, 其中取  $\alpha = -3, \beta = 5$ . 从图中可以清楚地看出其在分离区具有奇异性.

## 3 结 论

本文研究了压电体光滑接触界面有局部分离时滑移脉冲波的存在性. 界面法向面力  $N(\eta)$  和法向电位移  $D(\eta)$  的解析形式((25)式)显示  $N(\eta)$  和  $D(\eta)$  在分离区的两端呈现平方根奇异性. 我们给出了这种滑移脉冲波存在的一般性条件((26)式), 并以材料 CdS 和 ZnO 为例进行了详细的计算和分析, 结果表明: 滑移脉冲的存在性依赖于矩阵  $\Lambda$  或  $\Lambda^{-1}$ ; 矩阵  $\Lambda$  或  $\Lambda^{-1}$  的结构决定于不同的材料组合; 当  $\Lambda^{-1}$  为实矩阵 (即  $\lambda_0(v) = 0$ ) 时, 滑移脉冲波存在. 并且若  $\Lambda^{-1}$  为非对角阵 (即  $\lambda_3(v) \neq 0$ ), 滑移脉冲波的存在受到外加载荷的影响, 而对于对角阵 (即  $\lambda_3(v) = 0$ ), 滑移脉冲波的存在不受外载荷影响; 当  $\Lambda^{-1}$  为复矩阵 (即  $\lambda_0(v) \neq 0$ ) 时, 这种滑移脉冲波不存在. 若忽略压电性质的影响, 则不难证明本文的分析结果可退化为文献[9]关于各向异性纯弹性介质的情况.

### [参 考 文 献]

- [1] Mason W P. Piezoelectric Crystals and Their Application to Ultrasonics [M]. New York: Van Nostrand, 1950.
- [2] Tiersten H F. Linear Piezoelectric Plate Vibrations [M]. New York: Plenum, 1969.
- [3] Auld B A. Acoustic Fields and Waves in Solid [M]. New York: John Wiley, 1973.
- [4] Nayfeh A H. Wave Propagation in Layered Anisotropic Media [M]. Amsterdam: Elsevier, 1995.
- [5] Comninou M, Dundurs J, Barber J R. Elastic interface waves involving separation[J]. Journal of Applied Mechanics, 1977, 44(2): 222-226.

- [6] Comninou M, Dundurs J. Elastic interface waves and sliding between two solids[J]. *Journal of Applied Mechanics*, Transactions ASME, 1978, **45**(2): 325-330.
- [7] 汪越胜, 于桂兰, 章子茂, 等. 复杂界面(界面层)条件下的弹性波传播问题研究综述[J]. *力学进展*, 2000, **30**(3): 378-390.
- [8] Wang Y S, Dai H H, Yu G L. Non-linear interaction of an elastic pulse with a friction contact interface between two anisotropic dissimilar media[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2004, **126**(1): 108-117.
- [9] Yu G L, Wang Y S. Slip pulse along an interface between two anisotropic elastic half-spaces in sliding contact with separation[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2006, **75**(4/5): 210-219.
- [10] 李楠, 汪越胜, 于桂兰. 基于表面阻抗张量的界面滑移波动态失稳分析[J]. *应用数学和力学*, 2004, **25**(9): 935-942.
- [11] Alshits V I, Barnett D M, Darinskii A N, et al. On the existence problem for localized acoustic waves on the interface between two piezocrystals[J]. *Wave Motion*, 1994, **20**(3): 233-244.
- [12] Darinskii A N, Weihnacht M. Interface waves on the sliding contact between identical piezoelectric crystals of general anisotropy[J]. *Wave Motion*, 2005, **43**(1): 67-77.
- [13] Ting T C T. *Anisotropic Elasticity, Theory and Applications* [M]. New York: Oxford University Press, 1996.
- [14] Muskhelishvili N L. *Singular Integral Equations* [M]. Noordhoff: Groningen, The Netherland, 1958.

## Propagation of Slip Pulse Along a Frictionless Contact Interface With Local Separation Between Two Piezoelectric Solids

BAI Yu-zhu, WANG Yue-sheng, YU Gui-lan

(School of Civil Engineering and Architecture, Beijing Jiaotong University,  
Beijing 100044, P. R. China)

**Abstract:** The Stroh formalism of piezoelectric materials, Fourier analysis and singular integral equation technique were used to investigate the existence of a pulse at the frictionless interface in presence of local separation between two contact piezoelectric solids. The two solids were pressed together by uniaxial tractions and laid in the electric field. The problem was cast into a set of Cauchy singular integral equations of which the closed form solutions were derived. The numerical discussion on the existence of such a slip pulse was presented. The results show that such a slip pulse, which has square-root singularities at both ends of the local separation zone, can propagate in most material combinations. And the existence of such a slip pulse will not be affected by the applied mechanical and electric fields in some special material combinations.

**Key words:** piezoelectric material; slip pulse; Stroh formalism; singular integral equation; interface