

零攻角小钝头钝锥高超音速绕流边界层的 稳定性分析和转捩预报*

苏彩虹¹, 周 恒^{1,2}

(1. 天津大学 力学系, 天津 300072;

2. 南开大学 天津大学 刘徽应用数学研究中心, 天津 300072)

(我刊编委周恒来稿)

摘要: 研究了零攻角小钝头圆锥高超音速边界层的稳定性及转捩预测问题. 小钝头的球头半径为 0.5 mm, 锥的半锥角为 δ , 来流马赫数为 6. 采用直接数值模拟方法得到了钝锥的基本流场, 利用线性稳定性理论分析了等温壁面和绝热壁面条件下的第一、第二模态不稳定波, 并用“ e^{-N} ”方法对转捩位置进行了预测. 在没有实验给出 N 值的情况下, 暂取 N 为 10. 研究发现, 壁面温度条件对于转捩位置有较大影响. 绝热边界层的转捩位置比等温边界层的靠后. 且尽管高马赫数下第二模态波的最大增长率远大于第一模态波的最大增长率, 但绝热边界层的转捩位置是由第一模态不稳定波决定的. 研究方法应能推广到有攻角的三维边界层流动的转捩预测.

关键词: 高超音速; 边界层; 转捩; 钝锥

中图分类号: O357.41 **文献标识码:** A

引 言

高超音速边界层的转捩预测是高超音速飞行器研制中的一个重要问题, 受到人们越来越多的关注. 小钝头钝锥是高速飞行器前身的典型组成部分, 因此其边界层的稳定性和转捩预测具有重要的实际意义.

高超音速钝锥头部存在很强的激波, 在球和锥的结合处附近存在膨胀波. 弓形激波和边界层相互作用和影响, 使得高速流动的转捩问题比低速要复杂的多. 对于钝度和攻角对转捩的影响, 目前普遍认为: 1) 零攻角时, 小钝度可以延缓转捩, 但钝度大到一定程度时会导致转捩机理发生变化, 使得转捩前移; 2) 尖锥和钝锥的转捩对于小攻角非常敏感, 并且都有明显的转捩非对称性; 3) 小攻角小钝度时, 背风面先于迎风面发生转捩, 而且尖锥和钝锥的转捩都表现出边界层的横流不稳定性^[1-5]. 然而还有一些看法似乎并不一致, 例如 Muir^[5]对马赫数为 6 的尖锥、钝锥的实验研究表明大钝度时, 迎风面转捩前移背风面转捩靠后. 而 Holden^[6]的实验结

* 收稿日期: 2006-09-07; 修订日期: 2007-03-09

基金项目: 国家自然科学基金(重点)资助项目(10632050)

作者简介: 苏彩虹(1979—), 女, 内蒙古人, 博士(Tel: + 86-22-27403374; E-mail: rainbow_sch@yahoo.com.cn);

周恒(联系人, Tel: + 86-22-27890533; Fax: + 86-22-27407025; E-mail: hzhou1@tju.edu.cn).

果表明大钝度时,背风面、迎风面转捩都是前移的.由于实验条件如风洞湍流度及噪声等很难控制,上述结果是否正确还不清楚.

目前,对于高超音速边界层的转捩,如果没有实验和经验的帮助,无法进行基于理论的转捩预报. e^N 方法基于线性稳定性理论,通过累计不稳定波的线性增长率来预测转捩.其中 N 值需要实验来给定.因此, e^N 方法是一种半经验的方法.Cebeci等^[7-8]及Crouch等^[9]认为,它是目前为止预测转捩的最有效的方法.其前提条件是外部扰动很小,这在高空飞行是可以满足的.尽管 e^N 方法忽略了边界层的感受性、非线性作用等因素,但它对不可压缩流的转捩预测和风洞实验、飞行试验所得到的结果相比,已经足够让人满意^[10].

此法是否同样适用于高超音速流的转捩预测还需通过实验和飞行试验的反复验证,这一点目前我们还没有做.但鉴于Cebeci和Crouch都曾在波音公司工作而波音公司既生产一般的亚音速飞机,也研制超音速甚至高超音速的航空航天飞行器,Cebeci及Crouch等对此法的评价应可认为也适用于超音速甚至高超音速的情况,至少它是一种可能的方法.

最近,天津大学的研究小组对超音速边界层转捩做了不同初始扰动幅值的直接数值模拟.发现无论初始扰动幅值是多大,只要是小扰动,在开始转捩时,扰动的幅值都在1%~2%之间.如果初始扰动是小扰动,其幅值从1%增长到breakdown过程,一般都不需要经过很长的距离.此外,自由流中的小扰动进入边界层后,通过边界层的感受性所转化成的不稳定波的幅值与来自自由流中的扰动的幅值量级相当.在其开始放大(即进入线性不稳定区)前,还要经历一个衰减的过程,以至于衰减后的幅值通常比原来小两个量级.因而由小幅值的不稳定波开始的幅值放大导致转捩的过程主要是线性放大的过程.等到非线性起作用时,层流的breakdown过程将很快发生.这也许就是 e^N 方法能够有较好的预测结果的原因.

本文将研究小钝度钝锥高超音速边界层的稳定性和转捩问题.来流马赫数为6,球头半径为0.5 mm,锥的部分半锥角为 5° ,作为问题的初步,只研究了无攻角的情况.本文的研究方法应能推广到有攻角的三维边界层流动.我们分析了等温壁面和绝热壁面条件下的第一、第二模态不稳定T-S波.在没有实验给出 N 值的情况下,暂取 $N=10$,用 e^N 方法对转捩位置进行了预测.研究发现,壁面温度条件对于转捩位置有较大影响,绝热边界层的转捩比等温边界层靠后,其转捩位置是由第一模态不稳定波决定的,尽管高马赫数下第二模态波的增长率远大于第一模态波的增长率.

1 计算定常流场

本文采用直接数值模拟的方法求解完整的N-S方程以计算钝锥的基本流场.

1.1 控制方程和计算方法

无攻角时基本流是轴对称的,因此可以只在一个子午面内求解.控制方程为二维N-S方程,写成柱坐标下的守恒守恒形式:

$$\frac{\partial}{\partial t}U + \frac{\partial}{\partial x}E + \frac{\partial}{\partial y}F + M = \frac{\partial}{\partial x}E_v + \frac{\partial}{\partial y}F_v, \quad (1)$$

其中, U 为流动物理量, E 和 F 为对流项,其中包括压力项; E_v 和 F_v 为粘性项,其中包括热传导

项; M 是由展向曲率产生的项.

柱坐标系 (x, y, θ) 的选取和计算域如图 1 所示. 图中虚线围成的区域为计算域, 计算域需足够大以将弓形激波包含在内. 在计算域内 N-S 方程转换到计算坐标上, 即由物面和计算域上边界确定贴体的曲线坐标 (ξ, η) 上. 与物面平行的方向为流向, 坐标 η 为法向, 除钝锥头部的一小段区域外(约 10 个球头半径).

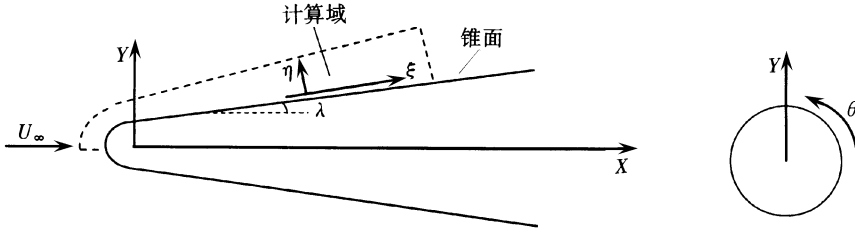


图 1 坐标系和计算域示意图

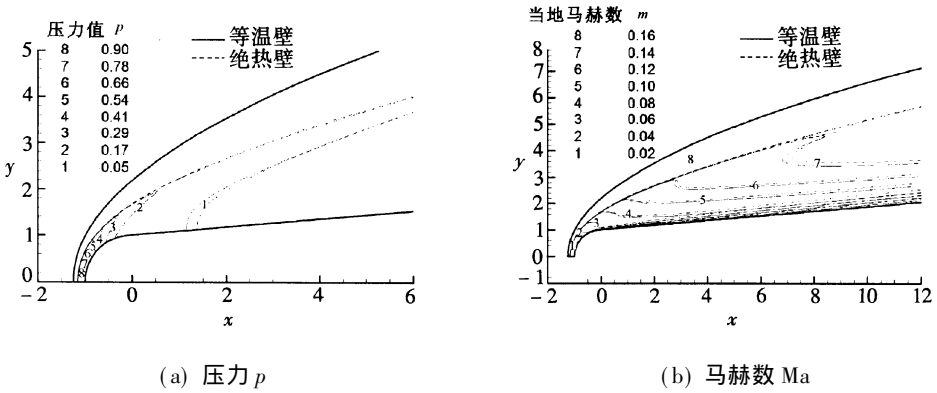


图 2 压力 p 、马赫数 Ma 等值线图

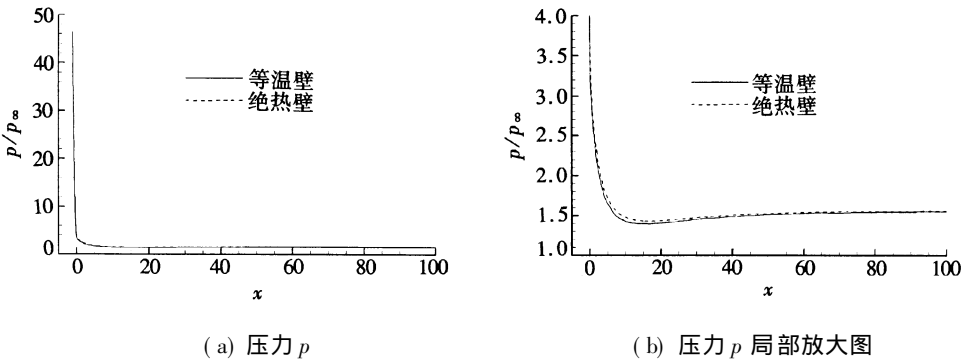


图 3 压力 p 沿流向分布比较

1.2 基本流

取特征变量 N-S 方程进行无量纲化, 球头半径 R 为特征长度, 取自由流物理量 $U_\infty, \rho_\infty, T_\infty, \mu_\infty$ 对 U, ρ, T, μ 无量纲化, $\rho_\infty U_\infty^2$ 对压力 p 无量纲化. $R = 0.5 \text{ mm}, T_\infty = 79 \text{ K}, M_\infty = 6$, 半锥角 $\lambda = 5^\circ, Re = \rho_\infty U_\infty R / \mu_\infty = 10^4$. 气体为理想气体, 粘性系数和热传导系数均满足 Sutherland's 公式. 在实验中壁面既不是严格等温也不是严格绝热, 为考察壁面温度条件对稳定性的影响, 两种情况都进行了研究. 等温壁取 $T_w = 294 \text{ K}$.

为了避免一次算出整个流场需要耗费很长的计算时间,数值模拟采用分段计算的方法,即将整个计算域沿流向分成若干个小计算域,相邻两个小计算域之间有一小段重叠区域.从上游的第一个计算域算起,在流场达到定常后,以该段与下一段计算域的重叠部分的流场作为下一段流场的入口条件.这样,就得到了钝锥的基本流场,并且在每个计算域的重叠部分流场都是光滑的.法向和流向均采用变网格,越靠近壁面网格越密.法向点数为 201,一个边界层名义厚度内有 80 个左右的点.流向网格沿流向逐步放大,点数为 1 651,总共计算 1 700 个无量纲长度的流场,即 850 mm.为捕捉激波,对流项通量分裂后采用 NND 格式离散,粘性项采用二阶中心差分离散,时间上用二阶龙格-库塔法推进.

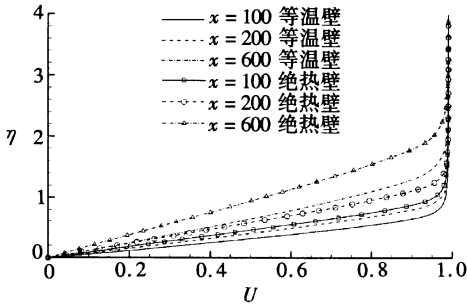


图 4 流向速度 U 沿法向 η 分布

因此,沿着壁面下游处存在一个小的逆压力梯度.

图 4 给出了下游不同位置处,流向速度 U 沿着壁面法向的分布.边界层厚度沿流向逐渐增加.并且在相同的流向位置处绝热壁边界层厚度要比等温壁厚约 30%,这必然使得流场稳定性存在差别.

2 稳定性分析和转捩预报

2.1 基于线性稳定性理论的 e^N 方法

e^N 方法是通过累积不稳定波的线性增长率来预测转捩的.根据稳定性的线性理论,小扰动部分可以写成进行波形式:

$$\varphi(\xi, \eta, \zeta, t) = \phi(\eta) e^{i(\alpha\xi + \beta\zeta - \omega t)}, \quad (2)$$

其中 ζ 是周向坐标, α, β 分别为流向和展向波数, ω 为频率.将上述表达式代入线性化的扰动方程后可得到有关 ω, α, β 的特征值问题,线性化的扰动方程可以从参考文献[11]中找到.空间模式中 ω 为实数, α, β 为复数,它们的虚部 α_i, β_i 分别为沿流向和周向的扰动的幅值放大率.

e^N 方法的基本概念可参考文献[11]和文献[12].对于三维问题,通常扰动的传播方向并不与边界层外缘的速度方向平行. Cebeci & Stewartson^[7] 利用复变函数中的最速下降途径法导出,波传播的方向(与流向的夹角 ψ)由满足条件 $(\partial\alpha/\partial\beta)_i = 0$ 的 $\tan\psi = -(\partial\alpha/\partial\beta)_r$ 确定,即 e^N 方法的应用应该沿着 $\partial\alpha/\partial\beta$ 为实数的方向进行.这样,放大率定义为:

图 2(a)、图 2(b) 分别给出了定常流场压力和马赫数的等值线图.两种不同情况下得到的激波位置非常接近.图 3(a)、图 3(b) 给出了壁面压力 p (除以来流压力 p_∞) 沿 x 的分布.最大压力 $p/p_\infty = 46.53$,与通过激波关系式和等熵关系式计算出的 46.81 很接近.两种温度条件下压力相差很小,说明压力对于壁面温度条件并不敏感.

图 3(b) 为图 3(a) 的局部放大图,可以看出流体先在头部球和锥体相接处经历了一个过度膨胀过程,然后在锥的部分又经历了一个再压缩过程.

因此,沿着壁面下游处存在一个小的逆压力梯度.

图 4 给出了下游不同位置处,流向速度 U 沿着壁面法向的分布.边界层厚度沿流向逐渐增加.并且在相同的流向位置处绝热壁边界层厚度要比等温壁厚约 30%,这必然使得流场稳定性存在差别.

$$\sigma = \alpha_i - \beta_i \left[\frac{\partial \alpha}{\partial \beta} \right]_r, \quad N = \ln \left[\frac{A}{A_0} \right] = - \int_{s_0}^s \sigma ds, \quad (3)$$

其中, s_0 表示频率为 ω 的扰动使得 $\sigma = 0$ 的位置, s 表示沿波传播的路径.

然而, 对于某一频率的扰动波, 给定 $(\partial \alpha / \partial \beta)_i = 0$ 还不足以使特征问题的解唯一. Cebeci 认为还需增加一个附加条件来确保解的唯一性, 即 σ 应取所有可能值中最小的那一个(绝对值最大)^[7,8]. 但这样做在三维边界层中对扰动传播方向的搜寻将变得相当耗时. Mack 建议简单地给定 $\beta_i = 0$, 即只沿着无粘势流的方向来计算 N ^[13]. Malik 在研究 2° 攻角的尖锥边界层问题时采用了 Mack 的方法^[4].

首先, 我们分别采用 Cebeci 和 Mack 的方法, 对等温壁面条件下的第一模态波计算了 N 值和传播方向. 图 5 给出了计算的结果. 两者之间的差别很小, 可以接受. 因此本文采用 Mack 的方法进行计算.

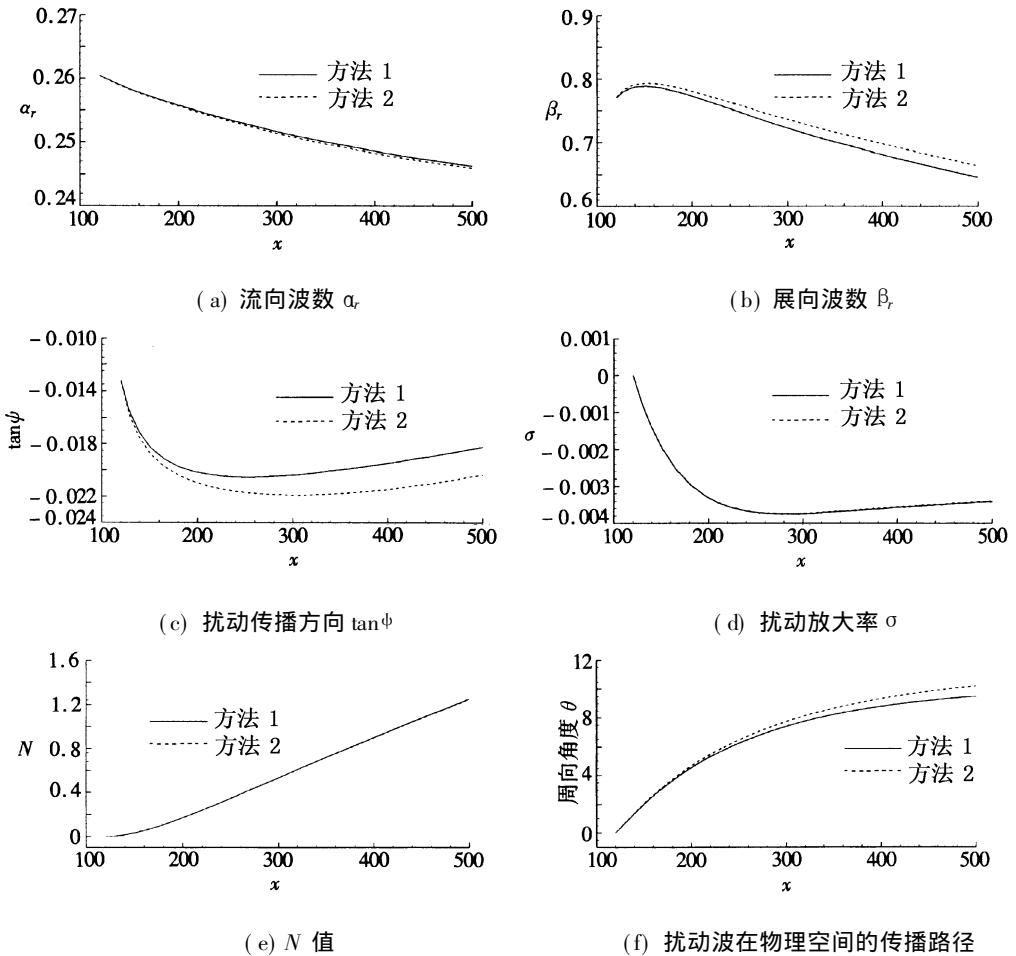


图 5 给定 ω 采用 Mack 和 Cebeci 方法计算的结果比较

(方法 1(Mack 方法): $\beta_i = 0$; 方法 2(Cebeci 方法): σ 取最小值)

2.2 结果与讨论

Mack^[14] 发现, Ma 数大于 4 时, 第二模态波更不稳定, 与 Stetson 和 Kimmel^[15] 的实验结果一

致. Zhong 等^[16-17]采用直接数值的方法也验证了这一观点. Bountin 等^[18]通过实验得到了半锥角为 7° 的绝热壁尖锥的转捩数据, 证实了第二模态的不稳定波的存在, 并且发现第一模态不稳定波对转捩起关键作用. Malik^[19]用线性稳定性理论计算发现马赫数直到 7, 在绝热壁条件下第一模态的不稳定波对尖锥转捩起决定作用, 但是他的基本流是由相似性解得到的, 而相似性解只有在距头部足够远的位置才成立. 黄章峰^[20]用直接数值的方法发现尽管层流时最不稳定的 T-S 波为第二模态, 但在层流突变为湍流的 breakdown 过程中, 第一模态波占主导作用. 对基本流是二维的情况, 最不稳定的第二模态波是二维的, 而最不稳定的第一模态波是三维的. 本文用 e^N 方法预测转捩时, 分别考虑了两种模态不稳定波的增长, 也分别考虑了等温壁和绝热壁边界层的情况.

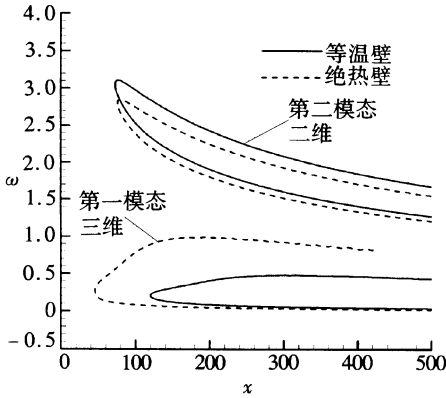


图 6 第二模态的中性曲线和第一模态的 zarf 曲线

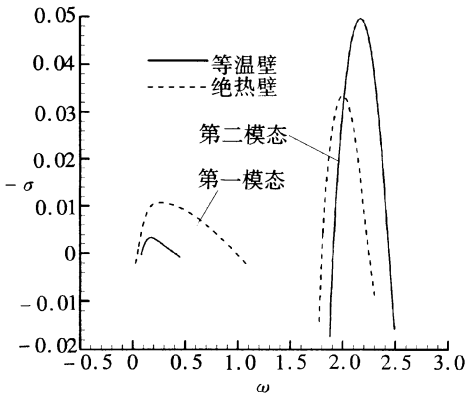


图 7 $x = 200$ 处放大率 $-\sigma$ 随频率 ω 的变化

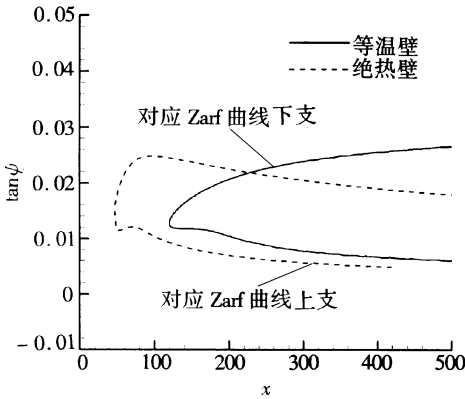


图 8 zarf 上扰动的传播方向 $\tan\psi$

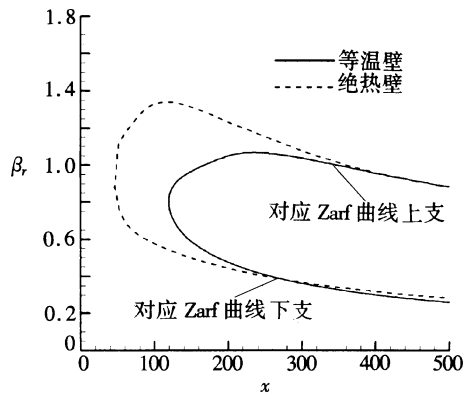


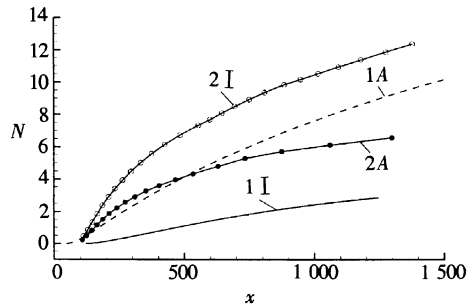
图 9 zarf 上的周向波数 β

图 6 给出了等温和绝热壁面条件下二维的第二模态波的中性曲线和三维的第一模态的 zarf 曲线. 对于第二模态波, 两种条件下的临界雷诺数非常接近, 等温壁 $Re_c^i = 7.3 \times 10^5$, 绝热壁 $Re_c^a = 7.6 \times 10^5$. 然而第一模态不稳定波的临界雷诺数却相差甚远. 对于绝热壁, 第一模态波的临界雷诺数小于第二模态波, 而对于等温壁, 情况恰好相反. 而且, 绝热条件下, 第一模态的频率范围要比第二模态宽得多. 因此, 绝热壁条件下的第一模态波必然会比等温壁下的第一模态波对转捩起着更为重要的作用.

图7给出了 $x = 200$ 位置处, 两个模态不稳定波的放大率随频率的变化. 可以看出, 无论壁面条件是等温还是绝热, 第二模态波的最大放大率都远大于第一模态波的最大放大率, 且等温条件下两者差别较大. 等温壁面, 第二模态与第一模态最大放大率之比为 15: 1, 而绝热壁面为 3: 1. 仅就第一模态波而言, 其在绝热边界层中更不稳定, 而第二模态波则相反.

图8、图9分别给出了 z_{arf} 上扰动波传播方向 $\tan \phi$ 和周向波数 β . 尽管两种情况下扰动传播方向差别较大, 但总的说来数值比较小, 两者的差别体现在物理空间上不大于 1° . 三维扰动波主要沿流向传播, 然而, 这个结论在来流有攻角时未必正确.

图10给出了由第一模态和第二模态波的线性增长率积分得到的 N 值沿流向的变化. 其中, 第二模态的 N 值曲线是不同频率的波所能达到的最大 N 值的连线(由图中的“2A”和“2I”表示), 即曲线上每一个点对应某一频率的波. 另一方面, 由于不同频率的第一模态波的 N 曲线形不成包络线, 因而图中给出的第一模态 N 值曲线(由“1A”和“1I”表示)是对应于不同频率的第一模态不稳定波中幅值放大倍数最先达到 e^{10} 的波的曲线. 图中显然可以看出, 第二模态波在导致等温边界层转捩过程中起主导作用, 而第一模态波对绝热边界层的转捩起主导作用. 如果取 $N = 10$ 作为转捩判断标准, 则等温壁面下的转捩位置为 $x = 910$, 相当于距钝锥头部 0.46 m 的位置. 而绝热壁面下的转捩位置为 $x = 1460$, 相当于距头部约 0.73 m 位置处.



- 1I —— 第一模态, 等温壁;
 1A —— 第一模态, 绝热壁;
 2I —— 第二模态, 等温壁;
 2A —— 第二模态, 绝热壁;

图10 N 值沿 x 的变化

3 结 论

对头部半径为 0.5 mm、半锥角为 5° 、来流马赫数为 6 的小钝度球头锥的边界层转捩问题, 得出结论如下:

1) 尽管第二模态波的最大放大率远远大于第一模态波, 但是对转捩起主导作用的并不总是第二模态波. 第二模态波的确对等温边界层的转捩起主导作用, 但对绝热边界层而言, 反而是第一模态对转捩起主导作用.

2) 本文研究发现绝热边界层和等温边界层相比, 转捩靠后将近 60%. 因此, 壁面温度边界条件对转捩影响很大.

致谢 本文得到南开大学、天津大学刘徽应用数学中心基金资助, 特感谢.

[参 考 文 献]

- [1] Stentson K F, Rushton G H. Shock tunnel investigation of Boundary-Layer transition at $M = 5.5$ [J]. AIAA Journal, 1967, 5(5): 899-905.
 [2] Stentson K F. Hypersonic Boundary Layer Transition Experiments [R]. AFSC Wright-Patterson Air Force Base, AFWAL-TR-80-3062, Ohio, Air Force Wright Aeronautical Laboratories, 1980.

- [3] Schneider S P. *Laminar-Turbulent Transition in High Speed Compressible Boundary Layer: Continuation of Elliptic Cone Experiments*[R]. School of Aeronautics and Astronautics of Purdue University, Lafayette, Indiana, AFRL-SR-BL-TR, ADA874373, 2000.
- [4] Malik M R, Balakumar P. *Instability and Transition in Three-Dimensional Supersonic Boundary Layers*[R]. Orlando FL: AIAA International Aerospace Planes Conference 4 th, 1992.
- [5] Muir J F, Trujillo A A. *Experimental Investigation of the Effects of Nose Bluntness, Freestream Reynold Number, and Angle of Attack on Cone Boundary Layer Transition at a Mach Number of 6* [R]. AIAA Paper, 72-216, 1972.
- [6] Holden M, Bower D, Chadwick K. *Measurements of Boundary Layer Transition on Cones at Angle of Attack for Mach Numbers from 11 to 13*[R]. AIAA Paper, 95-2294, 1995.
- [7] Cebeci T, Stewartson K. *On stability and transition in three-dimensional flows*[J]. AIAA Journal, 1980, **18**(4): 398-405.
- [8] Cebeci T, Shao J P, Chen H H, et al. *The Preferred Approach for Calculating Transition by Stability Theory*[A]. Institute for Numerical Computation and Analysis. In: *Proceeding of International Conference on Boundary and Interior Layers*[C]. France: Toulouse, 2004.
- [9] Crouch, J D, Kosorygin V S, Ng L L. *Modeling the effects of steps on boundary-layer transition* [A]. IUTAM. In: *Proceedings of the sixth IUTAM Symposium on Laminar-Turbulent Transition* [C]. India: Bangalore, 2004.
- [10] Sousa J M M, Silva L M G. *Transition prediction in infinite swept wings using Navier-Stokes computations and linear stability theory*[J]. Computers and Structures, 2004, **82**(17/19): 1551-1560.
- [11] 周恒, 赵耕夫. *流动稳定性*[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.
- [12] Lingwood R J. *On the application of en-methods to three-dimensional boundary-layer flows*[J]. European Journal of Mechanics-B/Fluids, 1999, **18**(4): 581-620.
- [13] Mack L M. *Stability of three dimensional boundary layers on swept wings at transonic speeds*[A]. In: *Proc IUTAM Symposium III*[C]. Gottingen: Springer, 1988.
- [14] Mack L M. *Boundary Layer Linear Stability Theory*[R]. Jet Propulsion Laboratories, California Institute of Tech, Pasadena, In: *Special course on stability and transition of laminar flow, AGARD Report, 709*. 1984, 1-81
- [15] Stetson K F, Kimmel R L. *On Hypersonic Boundary Layer Stability*[R]. AIAA paper, 92-0737, 1992.
- [16] ZHONG Xiao-lin, Tatini M. *Stable High-Order Schemes and DNS of Boundary-Layer Stability on a Blunt Cone at Mach 8*[R]. AIAA Paper, 1-0437, 2001.
- [17] ZHONG Xiao-lin, MA Ya-bao. *Numerical Simulation of Leading Edge Receptivity of Stetson's Mach 8 Blunt Cone Stability Experiments*[R]. AIAA paper, 113, 2003.
- [18] Bountin D A, Sidorenko A A, Shiplyuk A N. *Development of natural disturbances in a hypersonic boundary layer on a sharp cone*[J]. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2001, **42** (1): 57-62.
- [19] Malik M R. *Prediction and control of transition in supersonic and hypersonic boundary layers*[J]. AIAA Journal, 1989, **27**(11): 1487-1493.
- [20] 黄章峰, 曹伟, 周恒. *超音速平板边界层转捩中层流突变为湍流的机理*[J]. 中国科学 G 辑, 2005, **35** (5): 537-547.

Stability Analysis and Transition Prediction of Hypersonic Boundary Layer Over a Blunt Cone With Small Nose Bluntness at Zero Angle of Attack

SU Cai-hong¹, ZHOU Heng^{1, 2}

(1. Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, P. R. China;
Liu-Hui Center of Applied Mathematics, Nankai University and Tianjin University,
Tianjin 300072, P. R. China)

Abstract: Stability and transition prediction of hypersonic boundary layer on a blunt cone with small nose bluntness at zero angle of attack had been investigated. The nose radius of the cone is 0.5 mm; the cone half-angle is 5 degree, and the Mach number of the oncoming flow is 6. The base flow of the blunt cone was obtained by direct numerical simulation. The linear stability theory was applied for the analysis of the first mode and the second mode unstable waves under both isothermal and adiabatic wall condition, and e-N method was used for the prediction of transition location. The N factor was tentatively taken as 10, as no experimentally confirmed value was available. It is found that the wall temperature condition has a great effect on the transition location. For adiabatic wall, transition would take place more rearward than those for isothermal wall. And despite that for high Mach number flows, the maximum amplification rate of the second mode wave is far bigger than the maximum amplification rate of the first mode wave. The transition location of the boundary layer with adiabatic wall is controlled by the growth of first mode unstable waves. The methods employed are expected to be also applicable to the transition prediction for the three dimensional boundary layers on cones with angle of attack.

Key words: supersonic flow; boundary layer; stability; blunt cone