

多孔饱和矩形管中粘性随温度变化 对熵产、热和流体流动的影响*

K·霍曼, H·戈金西

(昆士兰大学 工程学院, 布里斯本, 澳大利亚)

(周哲玮推荐)

摘要: 研究了充填流体、饱和多孔介质的矩形管中, 随温度变化的粘性对充分发展强迫对流的影响。采用 Darcy 流动模型并假设粘性-温度为倒线性关系。管壁视为均匀热通量, 即 Kays 和 Crawford 称为的 H 边界条件。当流体粘性随温度升高而降低时, 管壁的 Nusselt 数增大。求解速度和温度分布时, 利用热力学第二定律求解了局部平均熵产率。根据 Brinkman 数、Péclet 数、粘性变化数、无量纲管壁热通量和管道截面宽高比, 给出了熵产率、Bejan 数、传热不可逆性和流体流动不可逆性的表达式。这些表达式是该类问题参数研究的基础。可以看出, 当管道截面宽高比的增大使熵产率减小时, 方形管中流动产生的熵大于矩形管, 这类似于 Ratts 和 Raut 研究的明流 (clear flow) 情况。

关键词: 熵产率; 强迫对流; 多孔介质; 矩形管; 随温度变化的粘性

中图分类号: O357.3 文献标识码: A

符号说明

a	矩形管截面宽高比	q	无量纲管壁热通量(方程(27b))
A	系数(方程(17))	q''	管壁热通量
Be	Bejan 数(方程(32))	R	无量纲参数(方程(10))
Br	Brinkman 数(方程(29))	S_1, S_2	级数(方程(19b, c))
c_p	常压比热比	s_{gen}^*	单位体积熵产率
D_H	水力学直径	T^*	温度
D_n	系数(方程(14))	T_w	管壁温度
G	作用压力梯度的负值	T_m	体积平均温度
H	矩形管截面半高	u^*	过滤速度
k	导热系数	u	平均速度
K	渗透系数	\hat{u}	规一化速度 u/u
m	系数(方程(14))	x, y, z	无量纲坐标
N	粘性变化数	x^*, y^*, z^*	直角坐标

* 收稿日期: 2006_03_15; 修订日期: 2006_09_07

作者简介: K·霍曼(联系人, Tel/Fax: + 61_402_206033; E-mail: k.hoorman@uq.edu.au);

H·戈金西, 教授(Tel/Fax: + 61_7_33653607; E-mail: h.gurgenci@uq.edu.au)

本文原文为英文, 吴承平译, 张禄坤校

N_{FFI}	流体摩擦不可逆性参数 (fluid friction irreversibility)	θ	$\theta = k(T_w - T^*)/(q''H)$
		μ	流体粘度
N_{HTI}	传热不可逆性参数 (heat transfer irreversibility)	λ_n	问题的特征值
		ρ	流体密度
N_s	无量纲熵产数(方程(31))	角标	
Nu	Nusselt 数(方程(20))	cp	常态性质
p^2	粘性变化参数(方程(11))	w	管壁
Pe	Peclet 数(方程(27a))		

引 言

由于电子设备冷却中的广泛应用,近年来,对于通道和充填多孔介质的管道中的强迫对流的研究,兴趣日益增长。关于此课题的研究,已有大量的文献报道(例如: Nield 和 Bejan 的文献[1], Lauriat 和 Ghafir 的文献[2], 及最近 Haji_Sheikh 和 Vafai 的文献[3])。对圆管和平板通道等简单几何条件的情况,可以得到封闭形式的解析解。解析解对于验证数值计算结果是有用的,对包含大量参数的问题,在参数研究中也是有用的。那么,对其它截面的管道是否也可能得到解析解呢?

加权残数法是求解微分方程的一种方法。该方法由 Haji_Sheikh 和 Vafai^[3]在研究不同截面形状管道(包含椭圆管)的热发展对流(Graetz 问题)时提出。该方法对齐次边界条件,管壁保持恒温的强迫对流问题,特别方便。在处理 Graetz 问题时,具有更大的优势。由于有标准计算包,可以计算所有需要的特征值。与其单个地求解特征值,不如一次解出。Haji_Sheikh^[4],采用 Brinkman 流动模型,开创了应用 Fourier 级数法研究矩形管中强迫对流问题。结果表明, Nusselt 数随管道截面宽高比单调增大。他研究了高 Prandtl 数、常物性的情况,并且忽略了轴向传热和粘性耗散。Hooman 和 Merrikh^[5]得到了类似的结果,给出了摩擦因子和多孔介质形状因子的关系。Haji_Sheikh 等人^[6]利用 Green 函数研究了等温和等通量两种边界条件下的热发展强迫对流。对任意截面形状的管道, Hooman^[7,8]用 Darcy 动量方程,给出了椭圆管流动的封闭解,包括充分发展温度分布、Nusselt 数和局部熵产率。结果表明,在低多孔介质中,由于流速非常低(蠕动),热传导处支配地位。正如 Hooman^[9]指出的,当流体粘度与温度相关时,问题将变得更加复杂,不再能得到温度分布和 Nusselt 数的简单表达式,甚至对圆管和平板通道也是如此。

大多数工业用液体粘性很高,并且对温度非常敏感,热扩散率保持不变。例如,温度升高 10℃,丙三醇的粘性降低 3 倍^[10]。这种现象不仅在粘性液体中可以观察到,在水这样的流体中也可以看到。当水温从 10℃上升到 50℃时,水的粘性就下降了大约百分之 240(见 Ling 和 Dybbs 的文献[11])。因此,文献中给出的大多数粘度为常数的解都需要修正。至今,不含固体材料的流体的粘性随温度的变化问题是众多研究的课题,相关文献可在文献[12]中找到。

另一方面, Bejan^[13]开荡了在粘性不变的条件下熵产的研究。最近出版的相关文献可以参见文献[14]。还有两个问题的研究报道, Sahin^[15]研究了可变粘性对熵产的影响, Al_Zahrana 和 Yilbas^[16]进行了明流(clear flow)的研究。然而多孔介质中的类似问题还没有被考虑,尽管多孔材料的工业应用已日益广泛。

直到近年,有关多孔介质中随温度变化的粘性对强迫对流影响的研究,仍限于基于 Darcy

模型的第一定律分析, 如 Ling 和 Dybbs 的文献[11], Nield 等人的文献[17], Hooman 的文献[18], 以及对平板通道流动中的 Hazen_Dupuit_Darcy 模型的研究^[19,22]。此外, 一些文章(参见文献[23] 及其参考文献, 为简洁计, 此处就不重复列出了) 用第二定律分析了多孔介质中的流动, 但都没有考虑物性变化的作用。本文的目的是研究多孔饱和矩形管中, 流体粘性随温度变化对流动、热和熵产特性的影响。

1 分 析

1.1 热和流体流动

本文研究充填多孔介质矩形管中充分发展的强迫对流(见图 1) 。假设 Pe 数充分大, 纵向传热(x^* 方向) 可以忽略。

Darcy 动量方程为(x^* 方向流动)

$$u^* = \frac{KG}{\mu}, \tag{1}$$

其中, K 为渗透系数; G 为作用压力梯度的负值; μ 为流体粘度, 在逆线性模型中, 它与管壁温度处流体粘度 μ_w 有关。假设粘度_温度的关系为

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_w} \left[1 - \frac{\partial \mu}{\partial T^*} \Big|_{T_w} \frac{(T^* - T_w)}{\mu_w} \right]. \tag{2}$$

应用上述流体粘性随温度变化的模型是合理的。

我们发现, 多孔颈轴承和类似设备中使用的流体(SAE 油, PAOs, 等) 以及水和酒精, 当温度在摄氏几十度范围内, 其粘度的倒数是温度的严格线性函数^[22]。

将此结果与平板通道的结果相比较, 类似于文献[17], 粘性变化数可定义为

$$N = \frac{(\partial \mu / \partial T^*) |_{T_w} H q''}{\mu_w k}, \tag{3}$$

其中, k 为导热系数, q'' 为管壁热通量, T_w 为管壁温度, T^* 为温度。

重新整理后, 粘度_温度关系可表示为

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_w} \left[1 - \frac{Nk}{Hq''} (T^* - T_w) \right], \tag{4}$$

从而导出下列形式的 Darcy 动量方程

$$u^* = \frac{GK}{\mu_w} \left[1 - \frac{Nk}{Hq''} (T^* - T_w) \right]. \tag{5}$$

忽略 x^* 方向的传热, 热能方程为

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} = \frac{k}{\rho c_p} \left[\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} \right], \tag{6}$$

其中 ρ 为密度, c_p 为流体常压下的比热比。

由热力学第一定律可得

$$\frac{\partial T^*}{\partial x^*} = \frac{q''}{\rho c_p H u} \left[\frac{a+1}{a} \right]. \tag{7}$$

应用方程(5)至方程(7), 有

$$\frac{GK}{\mu_w} \left[1 - \frac{Nk}{Hq''} (T^* - T_w) \right] \frac{q''}{h H u} \left[\frac{a+1}{a} \right] = \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}}. \tag{8}$$

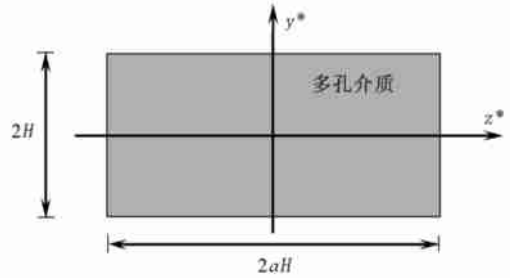


图 1 研究示意图

无量纲化能量方程可写为

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - p^2 \theta + \frac{1}{R} = 0, \quad (9)$$

其中的无量纲变量定义如下

$$y = \frac{y^*}{H}, \quad z = \frac{z^*}{H}, \quad \theta = k \frac{T_w - T^*}{qH}, \quad R = \frac{u \mu_w}{GK} \frac{a}{a+1}. \quad (10)$$

对粘性随温度升高而降低的流体(正如多数流体),其粘性变化数是一个负值,可清楚地定义为

$$p^2 = -N/R. \quad (11)$$

合理的边界条件为

$$\theta = 0, \quad \text{当 } y = \pm 1 \text{ 且 } z = \pm a. \quad (12)$$

用熟知的特征函数展开法,可以得出无量纲温度的解

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \left[1 - \frac{\cosh(mz)}{\cosh(ma)} \right] \cos(\lambda_n y), \quad (13)$$

其中

$$m = [p^2 + \lambda_n^2]^{1/2}, \quad D_n = \frac{2(-1)^{n-1}}{\lambda_n R m^2}, \quad \lambda_n = \frac{(2n-1)\pi}{2}. \quad (14a, b, c)$$

利用求得的温度分布导出平均速度为

$$u = \frac{GK}{\mu_w} \frac{1 + \sqrt{1 + N \frac{8(a+1)}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (\tanh(ma)/(ma))}{\lambda_n^2 m^2}}}{2}, \quad (15)$$

及归一化速度为

$$\hat{u} = \frac{u^*}{u} = A(1 + N\theta), \quad (16)$$

其中

$$A = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{8(a+1)N}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2 m^2} \left[1 - \frac{\tanh(ma)}{ma} \right]}}. \quad (17)$$

A 与 R 的关系为 $A = R^{-1}(a/(a+1))$.

无量纲混合室(mixing cup)温度由以下积分定义:

$$\theta_b = \frac{\int_0^a \int_0^1 \theta \hat{u} dy dz}{a}. \quad (18)$$

积分上式得

$$\theta_b = S_1 + S_2, \quad (19a)$$

其中 S_1 和 S_2 为

$$S_1 = \frac{2A}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[1 - (\tanh(ma))/(ma)]}{m^2 \lambda_n^2}, \quad (19b)$$

$$S_2 = N \frac{A}{R^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2 - (3 \tanh(ma))/(ma) + \operatorname{sech}^2(ma))}{\lambda_n^2 m^4}. \quad (19c)$$

求得了无量纲混合室温度,很容易得到 Nu 数为

$$Nu = \frac{q D_H}{k(T_w - T_m)} = \frac{D_H}{H} \frac{1}{\theta_b}, \quad (20)$$

其中 D_H 为水力学意义下的直径^[6]

$$D_H = 4H \frac{a}{a+1} \tag{21}$$

特别地, 由方程(19)至方程(21), 可以得到 Nusselt 数为

$$Nu = \left[\frac{a}{a+1} \right]^2 \frac{2}{A^2} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[1 - (\tanh(ma)) / (ma)]}{m^2 \lambda_n^2} + AN \frac{a+1}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (3 \tanh(ma)) / (2ma) + (\operatorname{sech}^2(ma)) / 2}{\lambda_{nm}^4} \right\}^{-1} \tag{22}$$

值得注意的是, 在导出上述 Nusselt 数的表达式时, 用到了关系式 $A = R^{-1}(a/(a+1))$ 。

当 a 趋于无穷大时(平板通道), 又重新得到了粘度为常数和粘度随温度变化两种情况下的解析解。当 N 趋于 0 时(熵为常数), 由方程(22)得到 $Nu = 12$, 这与 Darcy 流动模型的已知结果完全一致。简化方程(22), 对于小 N , 利用摄动方法求得 $Nu = 12(1 - 2N/15)$, 这与文献[17]的结果完全一致。为简略计, 略去了详细的数学推导。读者可以发现, Nield 等人^[17]定义的 Nu 依据的是通道宽度, 而本文定义的 Nu 依据的是水力学意义下的直径, 因此本文的 Nu 较文献[17]的大 1 倍。还可以看到, 本文结果在取舍时, 解的误差控制在 $O(N^2)$ 内。事实上, 这时方程(22)求得的 Nusselt 数与方程(22)取更多的级数项得到的值是不相同的。本文结果的详细验证参见表 1。结果表明, 在 3 位有效数字内, 本文结果与 Haji_Sheikh^[4]的结果完全相同。还要注意, 本不期望与文献[4](应用 Brinkman 流动模型)得到相同的结果, 只是为了和他们的结果相比较。

表 1 常物性条件下本文 Nusselt 数与文献[4]的比较

a	Nu (本文)	Nu (文献[4])
1	7.113 1	7.113 6
4	9.115 9	9.116 5
8	10.291 7	10.292 0
10	10.583 8	10.584 0
100	11.837 5	11.838 0
∞	12.000 0	12.000 0

1.2 熵产

大家知道, 熵是由于热和流体流动产生的, 并且单位体积熵产率的大小可以根据热传导不可逆性参数 N_{HTI} 和流体摩擦不可逆性参数 N_{FFI} 求得

$$\dot{s}_{gen} = N_{HTI} + N_{FFI} \tag{23}$$

其中 N_{HTI} 由下式求得

$$N_{HTI} = k \frac{\dot{T}^* \cdot \dot{T}^*}{T^{*2}} = \frac{k}{T^{*2}} \left[\left(\frac{\partial T^*}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T^*}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial T^*}{\partial z} \right)^2 \right] \tag{24}$$

而 N_{FFI} 由下式得到

$$N_{FFI} = \frac{\mu u^{*2}}{T^* K} \tag{25}$$

无量纲化后, N_{HTI} 变为

$$N_{HTI} = \left[\frac{k}{H^2} \right] \frac{((a+1)/(aPe))^2 + (\partial\theta/\partial y)^2 + (\partial\theta/\partial z)^2}{(q-\theta)^2} \tag{26}$$

其中 P clet 数 Pe 和无量纲管壁热通量定义为

$$Pe = \frac{\rho c_p H u}{k}, \quad q = \frac{T_w k}{q H}. \quad (27a, b)$$

无量纲 N_{FFI} 为

$$N_{FFI} = qBr \frac{k}{H^2} \frac{1 + N\theta}{q - \theta}. \quad (28)$$

同时, Brinkman 数 Br 定义为

$$Br = \frac{G^2 K H^2}{\mu_w T_w k}. \quad (29)$$

无量纲熵产数 N_s 为

$$N_s = \frac{H^2}{k} s_{gen} = \frac{((a+1)/(aPe))^2 + (\partial\theta/\partial y)^2 + (\partial\theta/\partial z)^2}{(q-\theta)^2} + qBr \frac{1+N\theta}{q-\theta}. \quad (30)$$

特别地, 由方程(12)至(14), 熵产数又变为

$$N_s = \frac{\left(\frac{a+1}{aPe}\right)^2 + \left(\sum_{n=1}^{\infty} D_n \lambda_n \left[1 - \frac{\cosh(mz)}{\cosh(ma)}\right] \sin(\lambda_n y)\right)^2 + \left(\sum_{n=1}^{\infty} D_n \frac{m \sinh(mz)}{\cosh(ma)} \cos(\lambda_n y)\right)^2}{\left(q - \sum_{n=1}^{\infty} D_n \left[1 - \frac{\cosh(mz)}{\cosh(ma)}\right] \cos(\lambda_n y)\right)^2} + qBr \frac{1 + N \sum_{n=1}^{\infty} D_n \left[1 - \frac{\cosh(mz)}{\cosh(ma)}\right] \cos(\lambda_n y)}{q - \sum_{n=1}^{\infty} D_n \left[1 - \frac{\cosh(mz)}{\cosh(ma)}\right] \cos(\lambda_n y)}. \quad (31)$$

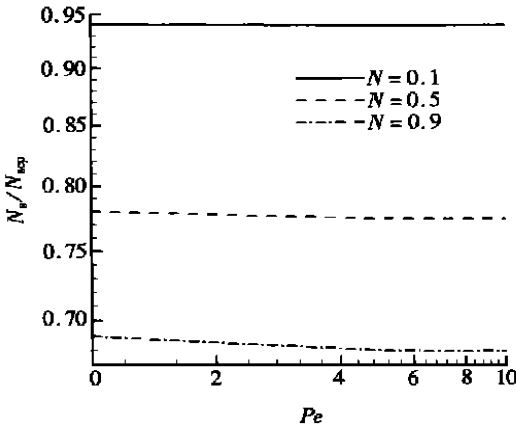


图2 N 取某些值时, 无量纲平均熵产数 N_s 与常物性熵产数 $N_{s,cp}$ 之比值随 Pe 的变化 ($Br = 1, q = 1, a = 1$)

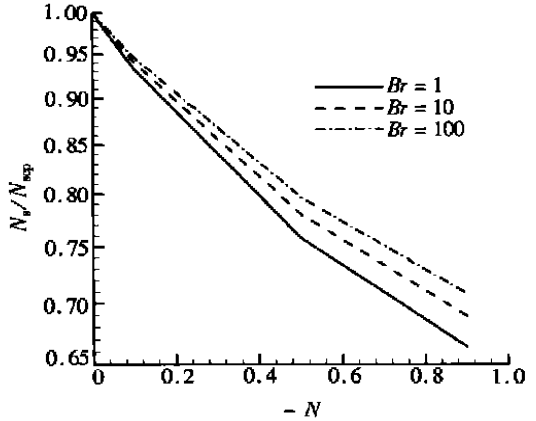


图3 Br 取某些值时, 无量纲平均熵产数 N_s 与常物性熵产数 $N_{s,cp}$ 之比值随 N 的变化 ($a = 1, q = 1, Pe = 1$)

还可以得到 Bejan 数, 即 N_{HTI} 与总熵产率的比

$$Be = \left[1 + qBr \frac{\left(1 + N \sum_{n=1}^{\infty} D_n \left[1 - \frac{\cosh(mz)}{\cosh(ma)}\right] \cos(\lambda_n y)\right) \left(q - \sum_{n=1}^{\infty} D_n \left[1 - \frac{\cosh(mz)}{\cosh(ma)}\right] \cos(\lambda_n y)\right)^{-1}}{\left(\frac{a+1}{aPe}\right)^2 + \left(\sum_{n=1}^{\infty} D_n \lambda_n \left[1 - \frac{\cosh(mz)}{\cosh(ma)}\right] \sin(\lambda_n y)\right)^2 + \left(\sum_{n=1}^{\infty} D_n \frac{m \sinh(mz)}{\cosh(ma)} \cos(\lambda_n y)\right)^2} \right]. \quad (32)$$

若忽略 N_{FFI} , 即 $Br = 0$, 则 Bejan 数趋于单位 1, 这就验证了熵产仅与 N_{HTI} 有关。按照 Bejan 的文献[24], 在本文情况下, 在熵产分析中必须考虑 N_{FFI} , 即使在热能方程中粘性耗散项通常被忽略。

2 结果和讨论

本问题可以应用封闭形式的解来表示整个流场的速度、等温线和 N_s , 但为简洁起见, 我们仅给出了 N_s 和 Nu 的平均值。

图2显示了 N 取某些值($a = 1$)时, N_s 与常物性熵产数 $N_{s, cp}$ 的比值随 Pe 数的变化关系。 Pe 数通过 N_{HTI} 中的轴向(纵向)温度梯度影响熵产率。 我们发现, Pe 增大时 N_s 减小, 但在 Pe 为 5 到 10 这一段, 不再倾斜下降。

N_{FFI} , 随之熵产率呈线性变化关系, N_s 值随 Br 数的增大而增大(见图3)。 正如预料的一样, 与常物性情况相比, 粘性减小导致熵产率下降。

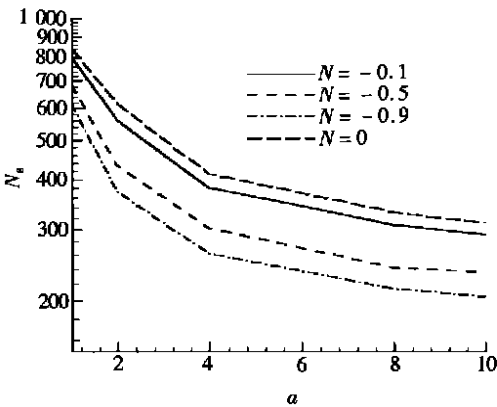


图4 N 取某些值时, 无量纲熵产数随管道截面宽高比的变化 ($Pe = 1, q = 1, Br = 10$)

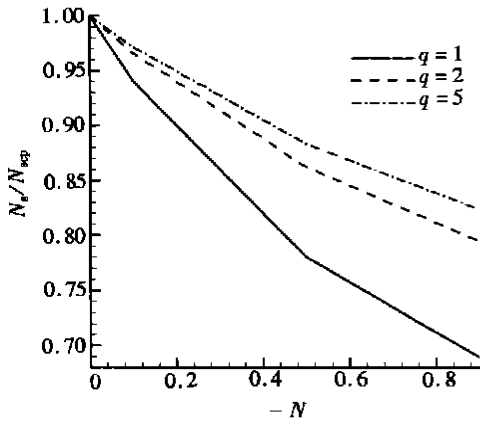


图6 q 取某些值时, 无量纲熵产数 N_s 与常物性的 $N_{s, cp}$ 之比随粘性变化数的变化

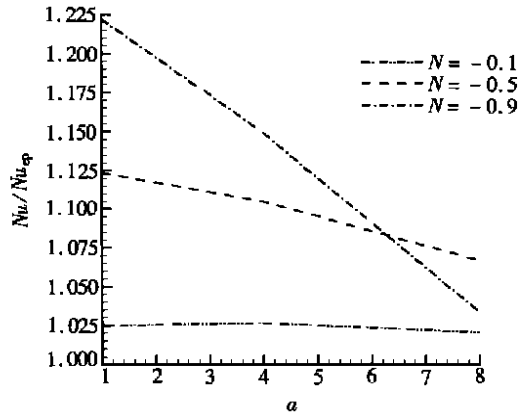


图5 N 取某些值时, Nusselt 数 Nu 与常物性的 Nu_{cp} 之比随管道截面宽高比的变化

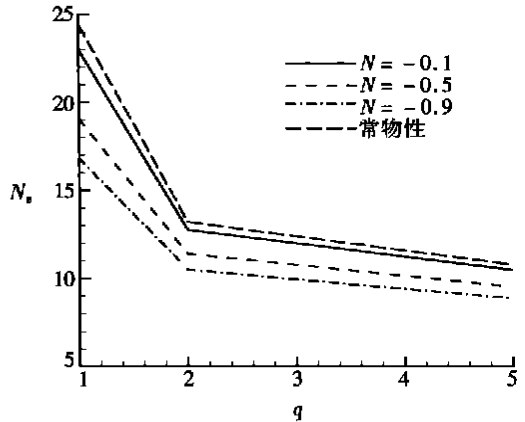


图7 N 取某些值时, 无量纲熵产数 N_s 随无量纲管壁热通量 q 的变化

图4显示了, 粘性变化数 N 取某些值时, N_s 随管道截面宽高比的变化。 可以看出, 与可变粘性对应比较, 常物性熵产与最大熵产率相关联。 从图上还可看出, 当管道为正方形截面时, N_s 达到最大值, 随着向平板通道的变动(即宽高比增大), 熵产逐步减小。

图 5 显示了, Nusselt 数 Nu 与常物性的 Nu_{cp} 之比 Nu/Nu_{cp} 随管道宽高比 a 的变化。显然, 随 a 值的增大, Nu/Nu_{cp} 减小。还可看出, 当 $a > 6$ 且 $N = -0.5$ 时, Nu/Nu_{cp} 的值大于 $N = -0.9$ 和 $N = -0.1$ 时的相应比值。而 a 较小时, 当 N 从 $N = -0.1$ 变化到 $N = -0.9$, 该比值变大。

其它的影响参数还有无量纲管壁热通量 q 。正如图 6 所示, 随着 q 增大熵产减小, 当粘性随温度变化时, 比值 $N_s/N_{s,cp}$ 是随 q 增大而增大的。图 7 证实了 q 增大, 熵产数减小的事实。

感谢 本文第一作者感谢昆士兰大学的支持和帮助。

[参 考 文 献]

- [1] Nield D A, Bejan A. Convection in Porous Media [M]. New York: Springer-Verlag, 1999.
- [2] Lauriat G, Ghafir R. Forced convective heat transfer in porous media[A]. In: Vafai K, Ed. Handbook of Porous Media [C]. New York: Dekker, 2000, 201.
- [3] Haji-Sheikh A, Vafai K. Analysis of flow and heat transfer in porous media imbedded inside various shaped ducts[J]. Internat J Heat Mass Transfer, 2004, 47(8/9): 1889_1905.
- [4] Haji-Sheikh A. Heat transfer to fluid flow in rectangular passages filled with porous materials[J]. ASME J Heat Transfer, 2006, 128(6): 550_556.
- [5] Haji-Sheikh A, Nield D A, Hooman K. Heat transfer in the thermal entrance region for flow through rectangular porous passages[J]. Internat J Heat Mass Transfer, 2006, 49(17/18): 3004_3015.
- [6] Hooman K, Merrikh A A. Forced convection in a duct of rectangular cross-section saturated by a porous medium[J]. ASME J Heat Transfer, 2006, 128(6): 596_600.
- [7] Hooman K. Analysis of entropy generation in porous media imbedded inside elliptical passages[J]. Internat J Heat Technology, 2005, 23(2): 145_149.
- [8] Hooman K. Fully developed temperature distribution in a porous saturated duct of elliptical cross-section, with viscous dissipation effects and entropy generation analysis[J]. Heat Transfer Research, 2005, 36(3): 237_245.
- [9] Hooman K. Entropy energy analysis of forced convection in a porous saturated circular tube considering temperature dependent viscosity effects[J]. Internat J Exergy, 2006, 3(4): 436_451.
- [10] Harms T M, Jog M A, Manglik R M. Effects of temperature dependent viscosity variations and boundary conditions on fully developed laminar steady forced convection in a semi-circular duct[J]. ASME J Heat Transfer, 1998, 120(3): 600_605.
- [11] Ling J X, Dybbs A. The effect of variable viscosity on forced convection over a flat plate submerged in a porous medium[J]. ASME J Heat Transfer, 1992, 114(4): 1063_1065.
- [12] Kays W M, Crawford M E. Convective Heat and Mass Transfer [M]. New York: McGraw-Hill, 1993.
- [13] Bejan A. Entropy Generation Through Heat and Fluid Flow [M]. New York: Wiley, 1982.
- [14] Ratts E B, Raut A G. Entropy generation minimization of fully developed internal flow with constant heat flux[J]. ASME J Heat Transfer, 2004, 126(4): 656_659.
- [15] Sahin A Z. Second law analysis of laminar viscous flow through a duct subjected to a constant wall temperature[J]. ASME J Heat Transfer, 1998, 120(1): 76_83.
- [16] Al-Zahrana I T, Yilbas B S. Thermal analysis in pipes: influence of variable viscosity on entropy generation[J]. Entropy, 2004, 6(3): 344_363.
- [17] Nield D A, Porneala D C, Lage J L. A theoretical study, with experimental verification of the viscosity effect on the forced convection through a porous medium channel[J]. ASME J Heat Transfer, 1999, 121(2): 500_503.

- [18] Hooman K. Effects of temperature dependent viscosity on thermally developing forced convection through a porous medium[J]. *Heat Trans Res*, 2005, **36**(1/2): 132_140.
- [19] Narasimhan A, Lage J L. Modified Hazen_Dupuit_Darcy model for forced convection of a fluid with temperature dependent viscosity[J]. *Internat J Heat Mass Transfer*, 2001, **123**(1): 31_38.
- [20] Narasimhan A, Lage J L, Nield D A. New theory for forced convection through porous media by fluids with temperature dependent viscosity[J]. *ASME J Heat Transfer*, 2001, **123**(6): 1045_1051.
- [21] Narasimhan A, Lage J L. Variable viscosity forced convection in porous medium channels[A]. In: Vafai K, Ed. *Handbook of Porous Media [C]*. 2nd Ed. Taylor and Francis: Boca Raton, 2005, 195.
- [22] Nield D A, Kuznetsov A V. Effects of temperature dependent viscosity in forced convection in a porous medium: layered medium analysis[J]. *J Porous Media*, 2003, **6**(3): 213_222.
- [23] Mahmud S, Fraser R A. Flow, heat transfer, and entropy generation characteristics inside a porous channel with viscous dissipation[J]. *Internat J Therm Sci*, 2005, **44**(1): 21_32.
- [24] Bejan A. *Convection Heat Transfer [M]*. Hoboken: Wiley, 1984.

Effects of Temperature_Dependent Viscosity Variation on Entropy Generation, Heat, and Fluid Flow Through a Porous_Saturated Duct of Rectangular Cross_Section

K. Hooman, H. Gurgenci

(School of Engineering, The University of Queensland, Brisbane, Australia)

Abstract: Effect of temperature dependent viscosity on fully developed forced convection in a duct of rectangular cross section occupied by a fluid saturated porous medium is investigated analytically. The Darcy flow model was applied and the viscosity temperature relation was assumed to be an inverse linear one. The case of uniform heat flux on the walls, i. e. the H boundary condition in the terminology of Kays and Crawford, was treated. For the case of a fluid whose viscosity decreases with temperature, it is found that the effect of the variation is to increase the Nusselt number for heated walls. Having found the velocity and the temperature distribution, the second law of thermodynamics was invoked to find the local and average entropy generation rate. Expressions for the entropy generation rate, the Bejan number, the heat transfer irreversibility, and the fluid flow irreversibility were presented in terms of the Brinkman number, the Peclet number, the viscosity variation number, the dimensionless wall heat flux, and the aspect ratio (width to height ratio). These expressions let a parametric study of the problem based on which it is observed that the entropy generated due to flow in a duct of square cross section is more than those of rectangular counterparts while increasing the aspect ratio decreases the entropy generation rate similar to what previously reported for the clear flow case by Ratts and Raut.

Key words: entropy generation rate; forced convection; porous medium; rectangular duct; temperature dependent viscosity