

张力腿平台有限振幅运动的方程和数值解^{*}

曾晓辉, 沈晓鹏, 吴应湘

(中国科学院 力学研究所 工程科学研究部, 北京 100080)

(李家春推荐)

摘要: 论证了张力腿平台(TLP)在波浪作用下发生有限振幅运动时,所受惯性力、粘性力、浮力等载荷不仅与波浪场有关,还与瞬时响应有关,是响应的非线性函数;张力腿拉力也是各自由度位移的非线性函数。所以分析 TLP 受力时必须考虑平台的瞬时加速度、速度和位移,在瞬时位置建立运动方程。据此推导出 TLP 发生有限振幅运动时的外力计算公式,建立了 TLP 6 自由度有限振幅运动非线性控制方程。其中考虑了由 6 自由度有限位移引起的多种非线性因素,如各自由度之间的耦合、瞬时湿表面、瞬时位置等;还包括自由表面效应、粘性力等因素引起的非线性。用数值方法求解所得到的非线性运动方程。对典型平台 ISSC TLP 进行了数值分析,求得该平台在规则波作用下的 6 自由度运动响应。用退化到线性范围的解与已有解进行了对比,吻合良好。数值结果表明,综合考虑非线性因素后响应有明显改变。

关键词: 张力腿平台(TLP); 有限位移; 非线性动力响应; 数值解; 波浪载荷

中图分类号: P732; U674 **文献标识码:** A

引 言

国民经济的高速发展使我国对油气资源的需求不断增加,供求矛盾日益突出。2004 年我国原油进口量突破 1.2 亿吨,预计 2005 年进口量还要新增约 17%。由于各种政治、经济和安全因素,我国石油进口渠道很容易被截断。因此,加强国内油气资源开发就成为一个非常紧迫的战略任务。鉴于陆地和近海大陆架的石油资源日渐减少,未来 5 年内,我国海洋石油工业将向深海进军。由于浅海导管架平台自重和工程造价随水深大幅增加,不适用于深海,因此必须要研究深海平台。

张力腿平台(TLP)是一种典型的半顺应、半固定式深海油气开采平台。它主要由平台本体、张力腿和基础三大部分组成(如图 1 所示)。在波浪作用下 TLP 会产生明显的纵荡、横荡、垂荡、横摇、纵摇、首摇等 6 自由度运动,因此其动力响应分析是海洋工程力学中的一个重要问题。国际上许多学者开展了相关研究。Williams 和 Rangappa^[1]发展了一种近似的半解析方法,用来计算由多个立柱组成的理想化 TLP 的水动力载荷、附连水质量和阻尼系数。Yilmaz^[2]研究了圆柱群的辐射和绕射问题,提出了一种可以考虑各个柱子间相互作用的分析方法。

* 收稿日期: 2006_03_13; 修订日期: 2006_10_10

基金项目: 中国科学院知识创新工程资助项目(KJXC2_SW_L03); 国家高技术研究发展计划资助项目(“十五”863 计划海洋资源开发技术主题 2004AA617010)

作者简介: 曾晓辉(1972—),男,湖南人,副研究员,博士(联系人, E-mail: zzh@imech.ac.cn)。

Yilmaz, Incecik 和 Barltrop^[3]研究了由于 TLP 立柱相互作用引起的波面增高。Ahmad^[4]在 TLP 动力响应研究中考虑了粘性力、面内漂移等因素。Ahmad, Islam 和 Ali^[5]研究了风载对平台的影响。Chandrasekaran 和 Jain^[6,7]研究了一种三角形的 TLP 平台, 计算了三角形和四边形平台的动力响应。进而他们对这两种形式 TLP 平台动力响应的数值解进行了比较。

现有对张力腿平台的研究一般多假设位移是一阶小量, 未考虑 TLP 发生有限位移的情况, 也没有综合考虑由此引起的其他非线性因素。实际上 TLP 在恶劣海况、涌浪等情况下位移较大, 分析时应考虑有限位移的影响。个别文献声称他们的方法可以适用于分析平动位移有限的情况。然而仔细研究其方法可以发现, 事实并非如此。因为他们在推导刚度矩阵时, 在给某一方向位移的同时, 限制了其他 5 个方向的位移, 所以这样做并不能处理同时有几个方向有限位移的情况。对于有限位移问题来说, 刚度矩阵应建立在变形后的瞬时位置而不是初始位置上。如果要研究有限位移情况, 必须同时考虑几个自由度的位移(不能限制其中任意一个), 在瞬时位置上研究平衡方程。

上述简化做法使 TLP 的动力分析变得很简便。然而这实际上是给问题附加了很强的限制条件, 因此不可能适用于所有工况, 尤其是一些极端不利的情况。显然, 放松“一阶小位移”这一限制条件, 引入“有限位移”, 可使分析方法适用于更一般的工况。考虑有限位移后, 还会引入其他非线性因素: 如, 各个自由度之间产生了耦合作用; 浮体所受水动力与瞬时浸没深度、瞬时位置有关(即, 水动力是动力响应的函数)。虽然计入这些因素会使问题变得更复杂, 但我们的分析表明, 这样做是必要的。考虑上述非线性因素和粘性力, 我们曾研究了 TLP 式单圆柱体的动力响应^[8]。结果表明, 考虑有限位移等非线性后, TLP 式单圆柱体的动力响应与没考虑上述因素的结果有明显不同。

鉴于此, 在上述工作的基础上, 本文研究一种典型 TLP 平台的非线性动力响应。涉及到的非线性因素包括 6 自由度有限位移、各自由度之间的耦合、瞬时湿表面、瞬时位置、自由表面效应、粘性力等。

本文的主要假设是: 1) TLP 的位移不局限于一阶小量, 可以是有限量; 2) TLP 立柱和沉箱的直径足够小, 绕射效应可以忽略(本文考虑的是恶劣海况和涌浪情况, 此时起主要作用的是低频分量, 其波长较大, 因此这一点满足); 3) 根据柱体在波浪场中的瞬时位置, 用 Morison 公式计算波浪力; 4) 波浪水质点速度和加速度分布考虑自由表面修正。

1 外力及非线性运动方程的推导

图 1(a)、图 1(c)、图 1(d) 给出典型张力腿平台示意图, 它是由 4 根立柱和 4 个沉箱组成。3 个坐标系 $oxyz$, $OXYZ$, $G\xi\eta\zeta$ 如图 1(b) 所示。 $oxyz$ 是空间固定坐标系, oxy 平面与静水面重合, z 轴铅直向上, 这一坐标系用来描述波浪。 $OXYZ$ 也是空间固定坐标系, O 点位于 TLP 平台静平衡时的重心处, OXY 平面与静水面平行, OZ 轴与 oz 与位于同一条铅垂线上。 $G\xi\eta\zeta$ 是固定在平台上的随体坐标系, G 是平台的重心。在初始时刻, $G\xi\eta\zeta$ 与 $OXYZ$ 重合。TLP 的运动用坐标系 $G\xi\eta\zeta$ 相对于 $OXYZ$ 的位移 $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ 来表示。其中 X_1, X_2, X_3 是重心 G 在 $OXYZ$ 坐标系中的坐标, 表示 TLP 的平动位移; X_4, X_5, X_6 是 $G\xi\eta\zeta$ 相对于 $OXYZ$ 的欧拉角, 代表 TLP 的转动位移。在本文中, $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ 可以是任意大小的量, 而不仅限于一阶无穷小量。

坐标系 $G\xi\eta\zeta$ 和 $OXYZ$ 之间的坐标转换关系为

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix}, \quad (1a)$$

其中

$$\begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos X_5 \cos X_6 & -\cos X_5 \sin X_6 & \sin X_5 \\ \sin X_4 \sin X_5 \cos X_6 + \cos X_4 \sin X_6 & -\sin X_4 \sin X_5 \sin X_6 + \cos X_4 \cos X_6 & -\sin X_4 \cos X_5 \\ -\cos X_4 \sin X_5 \cos X_6 + \sin X_4 \sin X_6 & \cos X_4 \sin X_5 \sin X_6 + \sin X_4 \cos X_6 & \cos X_4 \cos X_5 \end{pmatrix}, \quad (1b)$$

当把角位移作为小量,且只保留(1b)中的一阶无穷小量时,(1b)可以线性化

$$\begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -X_6 & X_5 \\ X_6 & 1 & -X_4 \\ -X_5 & X_4 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1c)$$

目前在分析张力腿平台整体动力响应时,一般均采用式(1c)。比较式(1b)和式(1c)可以看出,前者更精确(对于有限角位移更是如此);不仅如此,后者还略去了一些各自由度间的耦合项。例如,结合式(1a)和式(1b)可知,TLP上一点在空间固定系 $OXYZ$ 中的坐标 Y, Z 均与角位移 X_4, X_5, X_6 有关;然而若采用式(1a)和式(1c),则坐标 Y, Z 分别只与 X_4, X_6 及 X_4, X_5 有关。当角位移为有限时,这显然会引起较大误差;即使角位移不大,考虑到小阻尼和接近共振区的情况,那些耦合项也可能产生不能忽略的影响。

本文研究有限位移的情况,采用转换矩阵的完全形式(1b)。这样作不仅数值上准确,而且还保留了各自由度之间的相互耦合作用。

根据牛顿定理,可得到 TLP 6 自由度运动的控制方程

$$\begin{pmatrix} M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1(X_i, X_j, \dot{X}_i) \\ F_2(X_i, X_j, \dot{X}_i) \\ F_3(X_i, X_j, \dot{X}_i) \\ F_4(X_i, X_j, \dot{X}_i) - (I_3 - I_2) \omega_2 \omega_3 \\ F_5(X_i, X_j, \dot{X}_i) - (I_1 - I_3) \omega_3 \omega_1 \\ F_6(X_i, X_j, \dot{X}_i) - (I_2 - I_1) \omega_1 \omega_2 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

上式中, M 是 TLP 的质量, $I_i (i = 1, 2, 3)$ 是绕惯性主轴的惯性矩, F_i 是外力 ($i = 1, 2, 3$) 和外力矩 ($i = 4, 5, 6$), $\omega_i (i = 1, 2, 3)$ 是角速度分量, $X_i, X_j, \dot{X}_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ 分别表示 TLP 的 6 自由度位移及其一阶导数、二阶导数(变量上的点表示对时间求导)。其中

$$\omega_1 = X_4 \cos X_5 \cos X_6 + X_5 \sin X_6, \quad (3)$$

$$\omega_2 = -X_4 \cos X_5 \sin X_6 + X_5 \cos X_6, \quad (4)$$

$$\omega_3 = X_4 \sin X_5 + X_6, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \omega_4 = & \dot{X}_4 \cos X_5 \cos X_6 - X_4 X_5 \sin X_5 \cos X_6 - X_4 X_6 \cos X_5 \sin X_6 + \\ & \dot{X}_5 \sin X_6 + X_5 X_6 \cos X_6, \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} \omega_2 = & -\dot{X}_4 \cos X_5 \sin X_6 + X_4 X_5 \sin X_5 \sin X_6 - X_4 X_6 \cos X_5 \cos X_6 + \\ & \dot{X}_5 \cos X_6 - X_5 X_6 \cos X_6, \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\omega_3 = \dot{X}_4 \sin X_5 + \dot{X}_2 \dot{X}_3 \cos X_5 + \dot{X}_6, \quad (5a)$$

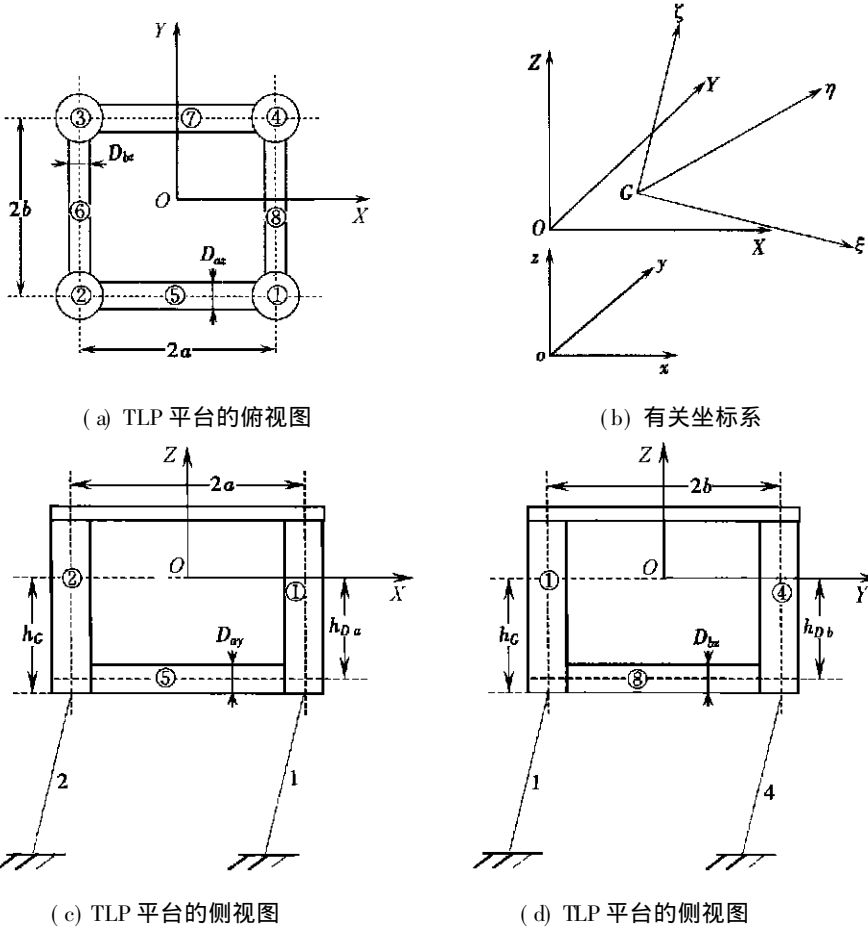


图 1 TLP 的示意图和坐标

当角位移是一阶小量时, 式(3)至式(5)和式(3a)至式(5a)可简化为

$$\begin{aligned} (\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3) &= (\dot{X}_2 \ \dot{X}_3 \ \dot{X}_6), \\ (\omega_4 \ \omega_5 \ \omega_6) &= (\dot{X}_4 \ \dot{X}_5 \ \dot{X}_6), \end{aligned}$$

比较上面两式和式(3)至式(5a), 明显可以看出, 有限位移情况下增添了许多各自由度之间的耦合项。

式(2)右端的外力和外力矩 $F_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ 与 TLP 瞬时位置有关, 是平台位移及其导数的非线性函数, 这与一阶小位移的情况不同。一阶小位移情况下, 流体动力与平台位移(或瞬时位置)无关; 流体静力和张力腿张力是位移的线性函数。

下面给出作用在 TLP 上的外力。从推导中可看出, 这些外力与 TLP 的瞬时位置、速度、加速度是耦合的, 外力是响应的非线性函数。

1.1 作用在 TLP 上的外力和力矩矢量

TLP 受到作用在立柱和沉箱上的流体动力、流体静力、张力腿张力和 TLP 重力的作用。将它们求矢量和, 可得 TLP 所受外力的主向量 F

$$F = F_w + F_B + F_{Ol} - Mgk = F_1 i + F_j j + F_3 k, \quad (6)$$

i, j, k 是固定坐标系 $OXYZ$ 的基矢量, Mg 是 TLP 的重量。同样的, 将所有外力对 TLP 重心产生的力矩矢量相加, 即可得 TLP 所受外力矩的主矩 M

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{G_w} + \mathbf{M}_{G_B} + \mathbf{M}_{G_t} = F_4 \mathbf{e}_1 + F_5 \mathbf{e}_2 + F_6 \mathbf{e}_3, \quad (7)$$

$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ 是随体坐标系 $G\xi\eta\zeta$ 的基矢量。如前所述, $F_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ 是 TLP 响应的非线性函数。导出 F_i 的具体形式后, 就可以对 TLP 非线性运动方程(2) 进行求解。下面分别推导出 F_i 的公式。

1.2 流体动力矢量

当 TLP 平台运动到任意位置时, TLP 的立柱和沉箱不再保持初始时刻的铅直和水平方向, 而是指向某一倾斜方向。在用 Morison 公式计算水动力时, 式中的水质点加速度、水质点与柱体的相对加速度和相对速度要采用垂直于柱体的分量, 而且相对加速度和相对速度都与 TLP 的运动有关(即载荷与响应非线性耦合)。

下面针对立柱 1, 给出水动力计算公式(其他立柱和沉箱上的情况与此类似)。利用改进的 Morison 公式^[9], 可求出作用于单位长度倾斜柱体上的水动力矢量 f_n

$$f_n = \rho \frac{\pi D^2}{4} \mathbf{v}_n + C_a \rho \frac{\pi D^2}{4} \mathbf{v}_{rn} + C_d \frac{\rho D}{2} |V_{rn}| V_{rn}, \quad (8)$$

上式中 ρ 是海水密度, D 是圆柱体直径, C_a 是附加质量系数, C_d 是阻力系数, \mathbf{v}_n 是水质点加速度矢量沿柱体垂直方向的分量, \mathbf{v}_{rn} 和 V_{rn} 是水质点相对于柱体的加速度和速度垂直于柱体的分量。法向加速度 \mathbf{v}_n 由下式给出

$$\mathbf{v}_n = \mathbf{e}_3 \times (\mathbf{v} \times \mathbf{e}_3), \quad (9)$$

其中, \mathbf{v} 是柱体所在位置处水质点的加速度, 其分布采用 Chakrabarti^[10] 的修正方法。由于 TLP 的位移随时间不断变化, 柱体在波浪场中的位置也时刻改变, 因此计算波浪力时用到的水质点加速度也随 TLP 的位置而变化。因此有

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(X_i) \quad (i = 1, 2, \dots, 6), \quad (10)$$

\mathbf{e}_3 是柱子轴线在任意瞬时的单位矢量, 显然, 它也是 TLP 位移的函数

$$\mathbf{e}_3 = \mathbf{e}_3(X_i) \quad (i = 1, 2, \dots, 6), \quad (11)$$

因此有

$$\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_n(X_i) \quad (i = 1, 2, \dots, 6), \quad (12)$$

结合式(9)和式(12)可知, \mathbf{v}_n 是 TLP 位移 X_i 的非线性函数。同理, 可求得相对法向速度 V_{rn}

$$V_{rn} = \mathbf{e}_3 \times (\mathbf{V} \times \mathbf{e}_3), \quad (13)$$

其中, $\mathbf{V}_r = \mathbf{V} - \mathbf{V}_s$, \mathbf{V} 是水质点速度矢量, \mathbf{V}_s 是柱体上某点的运动速度。同样的 V_{rn} 也可写成:

$$V_{rn} = V_{rn}(X_i, \dot{X}_i) \quad (i = 1, 2, \dots, 6), \quad (14)$$

V_{rn} 是 TLP 位移 X_i 和速度 \dot{X}_i 的函数。同理可求得相对法向加速度 \mathbf{v}_{rn}

$$\mathbf{v}_{rn} = \mathbf{e}_3 \times (\mathbf{v}_r \times \mathbf{e}_3) = \mathbf{v}_{rn}(X_i, \dot{X}_i, \ddot{X}_i) \quad (i = 1, 2, \dots, 6; j = 4, 5, 6), \quad (15)$$

其中, $\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{v}_s$, \mathbf{v}_{rn} 是 TLP 位移、速度和加速度的非线性函数。

从以上诸式可看出, 水质点加速度、速度都是取 TLP 瞬时位置处的值; \mathbf{e}_3 是立柱瞬时位置的方向矢量; 相对加速度和相对速度也是 TLP 位移、速度、加速度等响应的非线性函数。因此, 流体动力载荷(式(8)) $f_n = f_n(X_i, \dot{X}_i, \ddot{X}_i)$ 是 TLP 响应的非线性函数, 即, 载荷与响应非线性耦合。这与一阶无限小位移的情况不同。在小位移情形下, 水质点加速度、速度、 \mathbf{e}_3 等都取 TLP 静平衡位置处的值, 与 TLP 的位移无关。

沿柱子浸没深度积分, 就可求得作用在整个立柱 1 上的水动力矢量

$$\mathbf{F}_{w1} = \int_{-h_c}^{h_c^+} f_n d\zeta = \mathbf{F}_{w1}(X_i, \dot{X}_i, \ddot{X}_i), \quad (16)$$

式中, h_G 是重心距平台底部距离, h_1 为第 1 号立柱浸入流体中的瞬时深度, f_{n1} 是立柱 1 上单位长度的水动力。将水动力产生的力矩积分, 可得到水动力对平台主轴的力矩矢量:

$$\mathbf{M}_{Gw1} = \int_{-h_G}^{h_G+h_1} (\mathbf{r}_G \times \mathbf{f}_{n1} d\zeta) = \mathbf{M}_{Gw1}(X_i, \dot{X}_i, \ddot{X}_i) \quad (17)$$

1.3 流体静力矢量

由于浮力 F_B 的方向始终铅直向上, 所以 TLP 仅有垂荡方向受力

$$|F_B| = \rho g \pi r^2 \cdot (h_1 + h_2 + h_3 + h_4) + \rho g D_{ay} D_{az} \cdot 4a + \rho g D_{bx} D_{bz} \cdot 4b, \quad (18)$$

其中, D_{ay} 、 D_{az} 、 D_{bx} 、 D_{bz} 、 a 、 b 如图 1 所示。本文中, 立柱浸没深度 h_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 时刻变化, 在 TLP 的瞬时位置处计算, 与位移及波面高度有关, 即 $h_i = h_i(X_i)$ 。因此浮力是位移的非线性函数

$$|F_B| = |F_B(X_i)|, \quad (19)$$

而小位移情形下, h_i 是在静平衡位置计算, 与波面高度无关。

当 TLP 发生转动时, 立柱的浮心将不在圆柱的对称轴上, 产生偏移。立柱和沉箱的浮力会对平台重心产生合力矩。下面给出立柱 1 的浮力和力矩, 其他立柱和沉箱与此类似。

立柱 1 浮力的大小 $F_{B1}(X_i) = \rho g \pi r^2 h_1$, 方向铅直向上, r 为立柱半径。发生偏移后浮心 B 在随体坐标系中的坐标为 (B_ξ, B_η, B_ζ)

$$B_\xi = -\frac{r^2 t_{31}}{4h_1 t_{33}} + a, \quad B_\eta = -\frac{r^2 t_{32}}{4h_1 t_{33}} - b, \quad B_\zeta = \frac{h_1}{2} + \frac{r^2(t_{31}^2 + t_{32}^2)}{8h_1 t_{33}^2} - h_G$$

由立柱 1 浮力产生的力矩 \mathbf{M}_{GB1} 为

$$\mathbf{M}_{GB1} = \mathbf{r}_{GB} \times \mathbf{F}_{B1} = \mathbf{M}_{GB1}(X_i), \quad (20)$$

\mathbf{r}_{GB} 是浮心 B 相对于 TLP 重心 G 的位置矢量。 $\mathbf{F}_{B1}(X_i)$ 、 $\mathbf{M}_{GB1}(X_i)$ 均是位移的非线性函数。

1.4 张力腿拉力矢量

现有文献在求张力腿拉力时, 往往只分析线性(即一阶无穷小位移)情况。刚度矩阵是在静平衡位置求得的, 是常数矩阵, 此时拉力是位移的线性函数。然而在考虑平台发生有限位移时, 需要研究 6 个方向位移共同存在时, 张力腿的伸长量。即, 应在瞬时位置求刚度矩阵, 此时刚度矩阵是位置的函数。本文不用刚度矩阵表示张力腿拉力, 而是把拉力直接表示为 6 个自由度位移的非线性函数。显然, 这也会引入 6 个自由度之间相互耦合产生的非线性因素。

以 1 号张力腿 AB 为例说明: A 点位于 1 号立柱底部, B 点固定在海底。当 TLP 运动到任意位置时, A 、 B 两点的坐标分别为 (A_X, A_Y, A_Z) 、 (B_X, B_Y, B_Z) , 其中

$$(A_X, A_Y, A_Z)^T = \begin{bmatrix} X_1 + t_{11}a - t_{12}b - t_{13}h_G \\ X_2 + t_{21}a - t_{22}b - t_{23}h_G \\ X_3 + t_{31}a - t_{32}b - t_{33}h_G \end{bmatrix}, \quad (B_X, B_Y, B_Z)^T = \begin{bmatrix} a \\ -b \\ -(h_G + L) \end{bmatrix},$$

L 为张力腿初始长度。于是可求得 1 号张力腿的张力矢量

$$\mathbf{F}_{t1} = \left[T_0 + \frac{ES}{L}(L_1 - L) \right] \cdot \frac{\mathbf{AB}}{|\mathbf{AB}|} = \mathbf{F}_{t1}(X_i), \quad (21)$$

T_0 、 E 、 S 分别是张力腿的初始张力, 弹性模量和截面积, $L_1 (= |\mathbf{AB}|)$ 是张力腿的瞬时长度。

张力对重心 G 产生的力矩是

$$\mathbf{M}_{Gt1} = \mathbf{r}_{GA} \times \mathbf{F}_{t1} = \mathbf{M}_{Gt1}(X_i), \quad (22)$$

\mathbf{r}_{GA} 是 A 点相对于 TLP 重心 G 的位置矢量。 $\mathbf{F}_{t1}(X_i)$ 、 $\mathbf{M}_{Gt1}(X_i)$ 均是位移的非线性函数。同理可求得其他 3 个张力腿的张力和力矩。

上面几小节给出作用于立柱 1 上的外力和力矩。其他立柱和沉箱上各种外力的计算方法

与立柱 1 类似, 只要把上述有关公式中的位置和方向矢量换成其他立柱或沉箱的量即可。把所有立柱和沉箱上的外力和外力矩矢量相加, 就可求出作用于 TLP 上的总外力和力矩。进而就可以求解方程(2)。

2 数值分析

从上面的分析我们可以看出, 在有限位移情况下, 作用于 TLP 上的外力和力矩都是平台响应的非线性函数。因此, TLP 6 自由度运动方程(2) 是耦合的非线性微分方程组, 难以获得解析解。本文采用数值方法求解。将式(3)至式(5)、式(3a)至式(5a)代入式(2)后, 可知方程(2)是关于 6 个自由度 $X_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ 的 6 元二阶微分方程组。将该方程组降阶, 即可将其变为包含 12 个一阶微分方程的方程组, 继而就可以按照 Runge_Kutta 法的标准求解格式编程计算。本文采用经典的四阶 Runge_Kutta 法数值求解了这个非线性微分方程组, 用 FORTRAN 语言编制了相应的计算程序。

下面给出一个典型平台(ISSC TLP 平台)的算例。该平台的参数如表 1 所示。

表 1 ISSC TLP 平台参数^[11]

立柱间距 86.25 m	立柱半径 8.44 m	沉箱宽度 7.5 m	沉箱高度 10.5 m
立柱初始吃水 35.0 m	排水量 5.45×10^6 kg	总质量 40.5×10^6 kg	张力腿长度 415.0 m
横摇惯性矩 82.37×10^9 kg·m ²	纵摇惯性矩 82.37×10^9 kg·m ²	首摇惯性矩 98.07×10^9 kg·m ²	重心距底部的高度 38.0 m

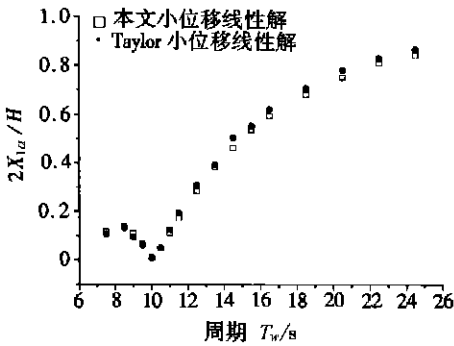


图 2 纵荡方向的传递函数

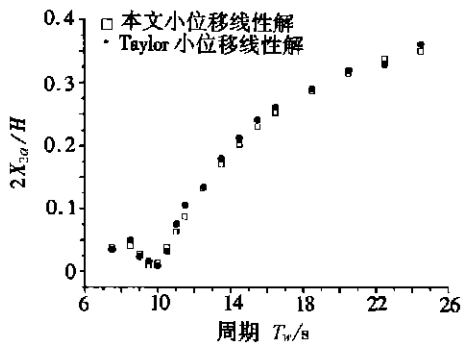


图 3 横荡方向的传递函数

首先计算了一阶小位移(这是本文有限位移情况的特例)线性情况下, 该平台在波浪角为 22.5° 时纵荡、横荡和首摇方向的传递函数, 并与已有解进行了比较。图 2 至图 4 给出了对比情况。图中空心点代表本文一阶小位移的线性解, 实心点代表 Taylor 给出的解^[11]。 X_{1a} 、 X_{2a} 、 X_{6a} 分别是纵荡、横荡和首摇的幅值; H 、 T_w 分别是波高和波浪周期。对比结果表明, 本文线性解与已有的小位移线性解^[11]吻合良好。

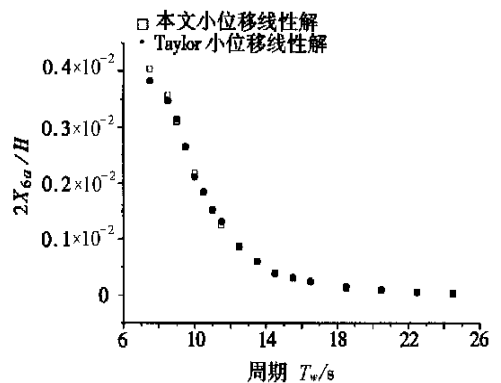


图 4 首摇方向的传递函数

之后在综合考虑有限位移等多种非线性因素的情况下, 计算了平台的非线性动力响应, 并与一阶无限小位移情况下相应的线性解作了对比。图 5 至图 10 给出了波浪周期为 8 s, 波浪角为 22.5° , 波高分别为 8 m 和 11 m 时, 线性和非线性两种情况下 ISSC TLP 的稳态响应。从图中可

看出,非线性因素对该平台动力响应影响明显。随着波高的增加,线性解与非线性解的差别也增加。纵荡、横荡、首摇线性解的静漂移为零,而非线性解则有明显的静漂移。对于本文考虑的波浪条件,两种解得到的纵荡和横荡幅值的差别在 20% 至 67%, 首摇幅值的差别是 4% 至 7%。垂荡非线性解与线性解的相位相差 180° , 幅值差别约为 70%。横摇和纵摇线性解和非线性解的幅值有很大不同, 可有几倍的差别。而且在横摇和纵摇的非线性解中, 明显存在高频分量。前面这些差别产生的主要原因是有限位移引起的载荷_响应耦合作用(即载荷是响应的非线性函数), 以及各自由度之间的相互耦合(例如, 纵荡变化会引起垂荡、转动的明显改变, 而小位移情况则不会)。静漂移、高频成分、幅值和相位差异等现象是运动方程中非线性项(如, 有限位移引起的二阶、三阶和高阶项)引起的典型结果。

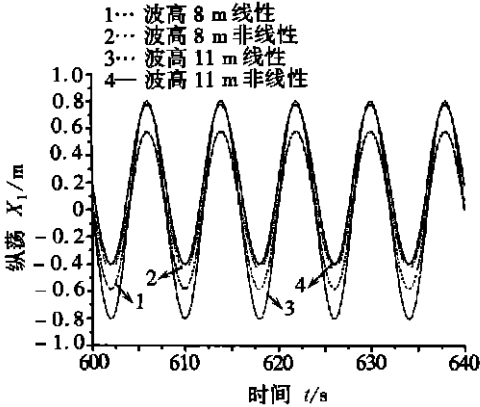


图5 纵荡的稳态响应(8 m、11 m)

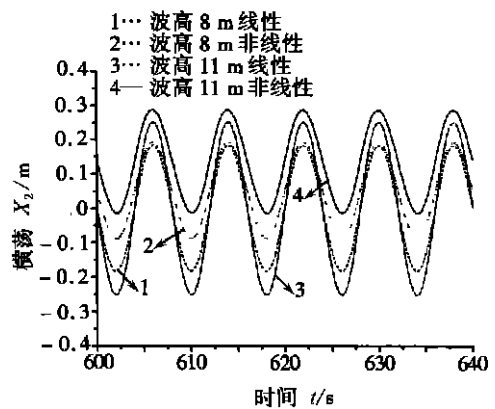


图6 横荡的稳态响应(8 m、11 m)

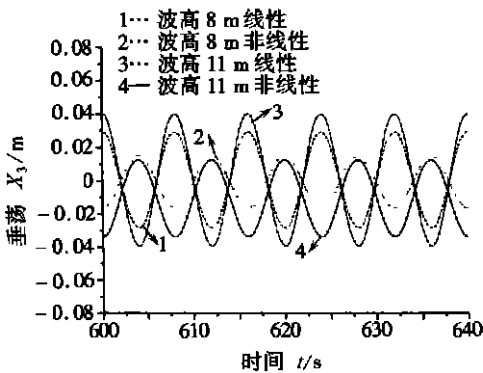


图7 垂荡的稳态响应(8 m、11 m)

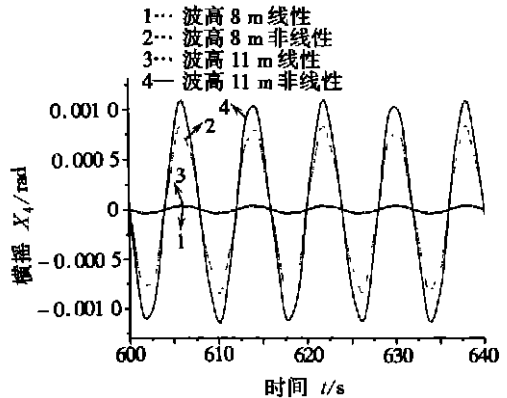


图8 横摇的稳态响应(8 m、11 m)

为考察波高不断减小时线性解和非线性解的差别情况, 我们还分别计算了波高 2 m、3 m、4 m、5 m 时 ISSC TLP 的动力响应。结果表明: 随着波高不断降低, 纵荡及横荡响应的线性和非线性解明显趋于一致; 纵荡响应两种解的差别比横荡响应两种解的差别小(因为波浪传播方向与纵、横荡方向夹角不同); 垂荡、横摇、纵摇和首摇两种解的差别虽然也随波高降低而减小, 但减小的程度不大, 远不如纵荡、横荡那么明显; 而且前面所述垂荡、横摇、纵摇和首摇非线性解的相位差、高频分量、静漂移等区别于线性解的本质特征仍明显存在, 并没有随波高降低而消失。表 2 列出波高 2 m、3 m、4 m、5 m 时, 纵荡、横荡线性解和非线性解幅值的差别。图 11 至图 16 给出了波高 2 m 和 5 m 时线性解和非线性解的动力响应。

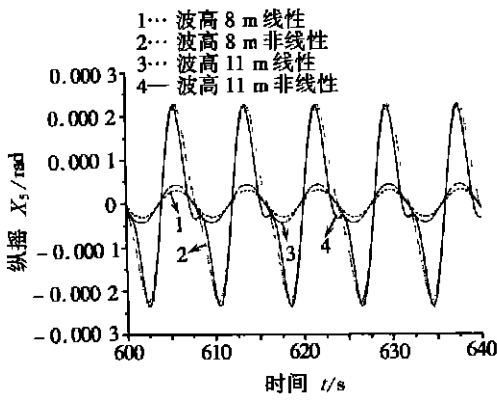


图9 纵摇的稳态响应(8 m、11 m)

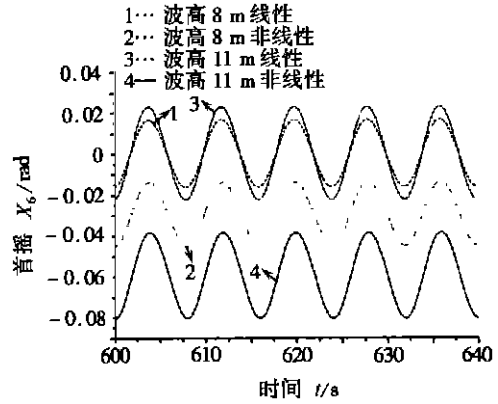


图10 首摇的稳态响应(8 m、11 m)

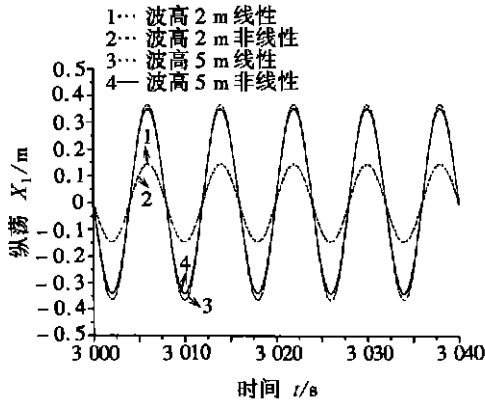


图11 纵荡的稳态响应(2 m、5 m)

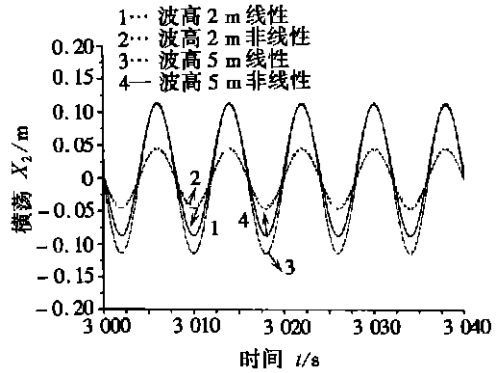


图12 横荡的稳态响应(2 m、5 m)

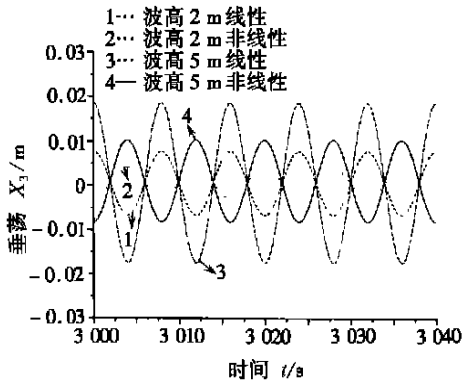


图13 垂荡的稳态响应(2 m、5 m)

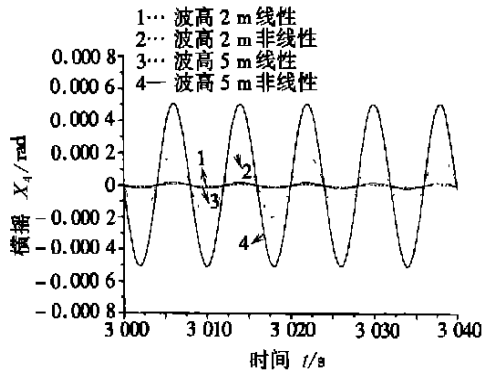


图14 横摇的稳态响应(2 m、5 m)

表2 波高逐渐减小时 ISSC TLP 纵荡、横荡线性解和非线性解幅值的差别 (m)

动力响应分量	波高(波浪周期 8 s, 波浪角 22.5°)			
	5	4	3	2
纵荡的差别 $X_1 / \%$	5.7	3.9	1.9	1.3
横荡的差别 $X_2 / \%$	13.0	10.4	8.7	5.9

如果只考虑纵荡、横荡这两个数值相对大的量,在海况较温和时可以采用线性解;但如果还须考虑另外 4 个数值相对小的自由度,即使海况较温和,也应采用非线性解(因为即使波高较小,

垂荡、横摇、纵摇和首摇的非线性解也与线性解明显不同。

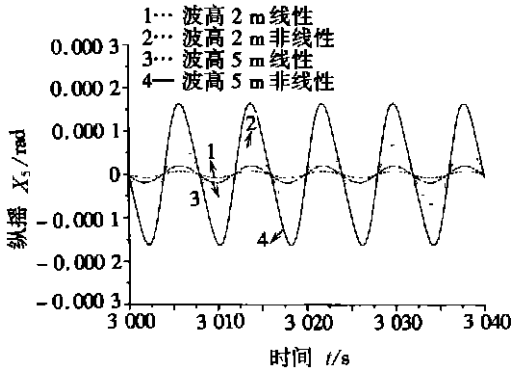


图 15 纵摇的稳态响应(2 m、5 m)

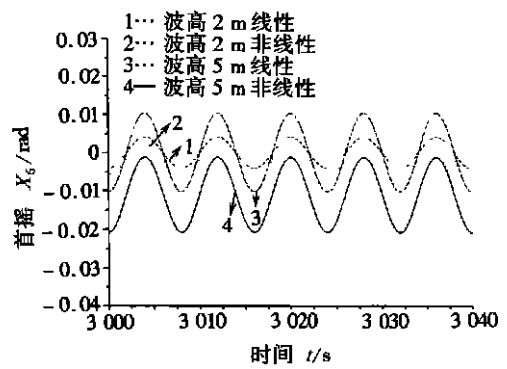


图 16 首摇的稳态响应(2 m、5 m)

3 结 论

本文研究了有限位移下 TLP 的动力响应,分析了有限位移引起的多种非线性因素,阐明了载荷计算与一阶小位移情况的区别。在此基础上,建立了一种综合考虑多种非线性因素(有限位移、6 个方向运动自由度的耦合、瞬时位置、瞬时湿表面、自由表面效应、粘性力等)的 TLP 平台动力响应分析方法,推导出相应的计算公式,并用 FORTRAN 语言编制了数值计算程序。

分别在退化到线性的情况下和综合考虑多种非线性因素的情况下计算了规则波作用下 ISSC TLP 平台的动力响应。前者的计算结果与已有的线性结果吻合较好,而后者得到的动力响应则与前者有显著差别。从本文的数值分析结果可看出,在波高较大时,非线性因素对 TLP 平台的 6 个自由度动力响应均有较大影响。在波高较小时,纵荡、横荡的线性和非线性解差别较小,而垂荡、横摇、纵摇、首摇的线性和非线性解依然有明显区别。建议在设计和校核 TLP 平台的时候(尤其是考虑恶劣工况时),计入非线性因素的影响。

致谢 感谢李家春院士在文章定稿中给予的帮助,这提高了本文的质量。

[参 考 文 献]

- [1] Williams A N, Rangappa T. Approximate hydrodynamic analysis of multicolumn ocean structures[J]. Ocean Engineering, 1994, 21(6): 519_573.
- [2] Yilmaz O. Hydrodynamic interactions of waves with group of truncated vertical cylinders[J]. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 1998, 124(5): 272_279.
- [3] Yilmaz, O, Incecik A, Barltrop, N. Wave enhancement due to blockage in semi_submersible and TLP structures[J]. Ocean Engineering, 2001, 28(5): 471_490.
- [4] Ahmad S. Stochastic TLP response under long crested random sea[J]. Computers and Structures, 1996, 61(6): 975_993.
- [5] Ahmad S, Islam N, Ali A. Wind induced response of tension leg platform[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997, 72(1/3): 225_240.
- [6] Chandrasekaran S, Jain A K. Dynamic behaviour of square and triangular offshore tension leg platforms under regular wave loads[J]. Ocean Engineering, 2002, 29(3): 279_313.
- [7] Chandrasekaran S, Jain A K. Triangular configuration tension leg platform behaviour under random sea wave loads[J]. Ocean Engineering, 2002, 29(15): 1895_1928.
- [8] ZENG Xiao_hui, SHEN Xiao_peng, WU Ying_xiang. Nonlinear dynamic response of floating circular

- cylinder with taut tether[A]. In: Jin S. Chung, Ed. Proceedings of The 15th International Offshore and Polar Engineering Conference [C], California: ISOPE, 2005, 218_224.
- [9] Clauss G, Lehmann E, Ostergaard C. Offshore Structures [M]. London: Springer-Verlag, 1992.
- [10] Chakrabarti S K. Hydrodynamics of Offshore Structures [M]. Southampton: Computational Mechanics Publications, 1987.
- [11] Taylor R E, Jefferys E R. Variability of hydrodynamic load predictions for a tension leg platform[J]. Ocean Engineering , 1986, **13**(5): 449_490.

Governing Equations and Numerical Solutions of Tension Leg Platform With Finite Amplitude Motion

ZENG Xiao_hui, SHEN Xiao_peng, WU Ying_xiang
(Division of Engineering Sciences , Institute of Mechanics ,
Chinese Academy of Sciences , Beijing 100080, P. R . China)

Abstract: It is demonstrated that when tension leg platform (TLP) moves with finite amplitude in waves, the inertia force, the drag force and the buoyancy acting on the platform are nonlinear functions of the response of TLP. The tensions of the tethers are also nonlinear functions of the displacement of TLP. Then the displacement, the velocity and the acceleration of TLP should be taken into account when loads are calculated. In addition, equations of motions should be set up on the instantaneous position. A theoretical model for analyzing the nonlinear behavior of a TLP with finite displacement is developed, in which multifold nonlinearities are taken into account, i. e. finite displacement, coupling of the six degrees of freedom, instantaneous position, instantaneous wet surface, free surface effects and viscous drag force. Based on the theoretical model, the comprehensive nonlinear differential equations are deduced. Then the nonlinear dynamic analysis of ISSC TLP in regular waves is performed in the time domain. The degenerative linear solution of the proposed nonlinear model is verified with existing published one. Furthermore, numerical results are presented which illustrate that nonlinearities exert a significant influence on the dynamic responses of the TLP.

Key words: Tension Leg Platform (TLP); finite displacement; nonlinear dynamic response; numerical solution; wave load