

变温度荷载作用下半无限成层 饱和介质的热固结分析*

白 冰

(北京交通大学 土木建筑工程学院, 北京 100044)

(陈正汉推荐)

摘要: 对半无限成层饱和多孔介质作用随时间变化的温度荷载的热固结问题进行解析求解。其中, 热-水-力耦合线性弹性控制方程考虑了热渗效应和等温热流效应的影响。先采用 Laplace 变换求其在变换域上的解, 然后用数值方法求逆变换。对半无限体表面作用呈指数衰减热荷载的双层体系进行研究, 分析了两层介质热固结系数、弹性模量等的差异性对热固结特征的影响。研究表明: 位移场和应力场对温度场的耦合作用可以忽略, 而热渗效应对温度和孔压有显著影响。

关键词: 温度荷载; 半无限体; 多孔介质; 数值积分

中图分类号: O357.3; TU41 文献标识码: A

引 言

温度荷载作用下饱和多孔介质热力学响应的研究在诸如石油开采、混凝土结构的防火、核废料处置、承受季节性或日温差反复变化的机场跑道、高等级路面结构体系的安全评价等领域有很重要的应用价值^[1~3]。在非等温条件下, 这些环境会引起介质内部热流、孔隙液体流和介质颗粒材料的强烈的耦合作用^[4]。

已有很多学者对非等温条件下饱和多孔介质的热固结问题进行了研究^[1~4]。McTigue^[5]对半无限体表面作用热源荷载的情形进行了研究, 给出了精确的解析解。Smith 和 Booker^[6]针对各向同性的均质材料提出了基于完全耦合线性控制方程的 Green 函数法。Bai 和 Abousleiman^[7]讨论了控制方程耦合因素的影响程度, 忽略一些次要因素的影响并给出几种简化形式。Blond 等^[3]给出半无限饱和多孔介质在自由表面作用循环温度荷载时的解析解。Giraud 等^[8]对双层多孔介质内有随时间衰减的热源层的热弹性问题进行了解析求解。实际上, 由于控制方程的复杂性, 上述解析结果一般基于所谓“半耦合”的方法。例如, 常常忽略应力场和位移场对温度场的耦合影响^[9~11]。

在以往的研究中, 一般很少考虑由热动力驱动力引起的非对偶的热-水耦合流。与基于对偶形式的主驱动力(所谓数学上的耦合)建立的各种 Boit 型控制方程相比, 这一耦合作用基于不可逆的热动力学过程^[12,13]。然而, 对于某些材料而言, 温度梯度对孔隙水流量的耦合影响

* 收稿日期: 2005_12_01; 修订日期: 2006_07_02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50578008)

作者简介: 白冰(1966—), 男, 内蒙古人, 教授, 博士(E-mail: Baibing66@263.net)。

(热渗效应)以及孔压梯度对热流量的耦合影响(等温热流效应)是十分显著的。Srivastava 和 Avasthi^[12]以及 Horseman 和 McEwen^[14]的研究表明,对于低渗透性的粘性土,热渗效应所引起的渗流量甚至大于孔压梯度(Darcy 渗流)所引起的渗流量。本文在耦合控制方程中考虑热渗效应和等温热流效应的影响,并针对成层饱和介质表面作用变温度荷载的情形,给出一个封闭的解析求解方法。

1 控制方程

对于一个准稳态流体饱和介质的非等温系统,如果不考虑其内力和体积力,则可得到下面的完全耦合的多孔介质线弹性力平衡方程^{[6,7],[11]}

$$G \nabla^2 u_l + (\lambda + G) u_{m,ml} - \alpha p_{,l} - \beta \theta_{,l} = 0, \quad (1)$$

式中, ∇^2 为 Laplace 算子, u_l 和 u_m 均为位移分量, p 为孔隙水压力, θ 为温度增量, λ 和 G 为 Lamé 常数, 下标符号“ $_{,}$ ”表示求导数, α 为 Biot 耦合系数, β 为热膨胀因子。

考虑温度梯度对孔隙水流量的影响(热渗效应),则水流量可表达为^{[12],[15]}

$$q_w = - \frac{k}{\gamma_w} \nabla p - S_w \nabla \theta, \quad (2)$$

式中, q_w 为水流量(m/s), ∇ 为梯度算子, k 为渗透系数, γ_w 为水的重度, S_w 为考虑温度梯度对孔隙水流量影响的系数($m^2/(s \cdot ^\circ C)$)。

另一方面,考虑外力、水力和温度对水流量的耦合作用,则有

$$\nabla q_w = - \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + Y \frac{\partial \theta}{\partial t} - \alpha_p \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{3K_s} \mathbf{a} \frac{\partial \sigma'}{\partial t}, \quad (3)$$

式中, $\mathbf{a} = (1, 1, 1, 0, 0, 0)$; σ' 为有效应力矢量; Y 和 α_p 分别为耦合系数; K_s 为介质颗粒的体积模量。

将式(2)代入式(3),可得质量守恒方程为

$$\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 p + S_w \nabla^2 \theta - \alpha \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + Y \frac{\partial \theta}{\partial t} - \alpha_p \frac{\partial p}{\partial t} = 0. \quad (4)$$

考虑孔压梯度对热流量的影响(等温热流效应),则热流量可表达为^{[12],[13]}

$$q_T = - K \nabla \theta - S_T \nabla p, \quad (5)$$

式中, q_T 为热流量, K 为热传导系数, $S_T = (\theta + T_0) S_w$ 为考虑孔压梯度对热流量影响的系数。

考虑外力、水力和温度对热流的耦合作用,则有

$$\nabla q_T = - T_0 Z \frac{\partial \theta}{\partial t} - T_0 \beta \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + T_0 Y \frac{\partial p}{\partial t} + T_0 \alpha_w K_w \nabla q_w, \quad (6)$$

式中, α_w 为水的线膨胀系数, K_w 为水的体积模量, T_0 为环境绝对温度, Z 为耦合系数。

由式(5)和式(6),热能守恒方程可写成

$$\left[\frac{K}{T_0} - \alpha_w K_w S_w \right] \nabla^2 \theta + \left[S_w - \frac{\alpha_w K_w k}{\gamma_w} \right] \nabla^2 p - Z \frac{\partial \theta}{\partial t} - \beta \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + Y \frac{\partial p}{\partial t} = 0. \quad (7)$$

各耦合系数的表达式及其物理意义可见有关文献[11]。

2 计算模型

考察如图 1 所示的半无限成层饱和多孔介质体系。其初始条件为

$$\theta(x, 0) = 0, \quad p(x, 0) = 0, \quad u(x, 0) = 0. \quad (8)$$

自由表面瞬时施加随时间变化的温度荷载,即

$$\theta(0, t) = \theta_a(t) \cdot H(t), \quad (9)$$

式中, $H(t)$ 为单位阶跃函数, $\theta_a(t) = T_w(t) - T_0$, $T_w(t)$ 为现时绝对温度。

假定自由表面完全透水且作用有静水压力, 则

$$\begin{cases} p(0, t) = p_a(t) \cdot H(t), \\ \alpha_x(0, t) = M \frac{\partial u(0, t)}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad (10)$$

式中, $M = \lambda + 2G$, $p_a(t) = p_w(t) - p_0$ 为静水压力增量, $p_w(t)$ 为静水压力, p_0 为初始孔压。

在无穷远处 ($x \rightarrow \infty$) 的温度、孔压和位移均满足

$$\theta(\infty, t) = 0, \quad p(\infty, t), \quad u(\infty, t) = 0 \quad (11)$$

界面连续条件为

$$\begin{cases} \theta^{(i)}(h_i, t) = \theta^{(i+1)}(h_i, t), \quad p^{(i)}(h_i, t) = p^{(i+1)}(h_i, t), \\ u^{(i)}(h_i, t) = u^{(i+1)}(h_i, t), \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \alpha_x^{(i)}(h_i, t) = \alpha_x^{(i+1)}(h_i, t), \quad q_w^{(i)}(h_i, t) = q_w^{(i+1)}(h_i, t), \\ q_T^{(i)}(h_i, t) = q_T^{(i+1)}(h_i, t), \end{cases} \quad (13)$$

式中, h_i 为第 i 层介质的深度 ($i = 1, 2, \dots, n$)。

3 求解方法

3.1 Laplace 变换域上的解

对于一维问题, 控制方程式(1)、式(4)和式(7)在 Laplace 变换域上的形式为

$$M \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \alpha \frac{\partial p}{\partial x} - \beta \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0, \quad (14)$$

$$\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + S_w \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \alpha_s \frac{\partial u}{\partial x} + Y_s \theta - \alpha_p p = 0, \quad (15)$$

$$\left[\frac{K}{T_0} - \alpha_w K_w S_w \right] \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - Z_s \theta - \beta_s \frac{\partial u}{\partial x} + \left[S_w - \frac{\alpha_w K_w k}{\gamma_w} \right] \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + Y_p p = 0, \quad (16)$$

式中, $L = \int_0^\infty e^{-st} L dt$ ($L = u, p, \theta$), 而 s 为 Laplace 变量。

式(14)对 x 积分可得

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\alpha p + \beta \theta}{M} + D, \quad (17)$$

式中, D 为关于 Laplace 变量 s 的任意函数, 可由边界条件确定。

将式(17)代入式(15)和(16), 可分别得

$$a_1 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + a_2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + a_3 s \theta + a_4 s p + a_5 s D = 0, \quad (18)$$

$$b_1 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + b_2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + b_3 s \theta + b_4 s p + b_5 s D = 0, \quad (19)$$

式中, $a_1 = S_w$, $a_2 = k/\gamma_w$, $a_3 = Y - \alpha\beta/M$, $a_4 = -\alpha_p - \alpha^2/M$, $a_5 = -\alpha$, $b_1 = K/T_0 - \alpha_w K_w S_w$, $b_2 = S_w - \alpha_w K_w k$, $b_3 = -Z - \beta^2/M$, $b_4 = Y - \alpha\beta/M$, $b_5 = -\beta$ 。

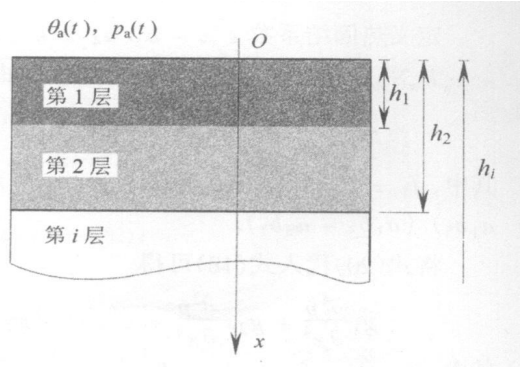


图 1 成层饱和和多孔介质体系

定义热固结系数 $c = -a_2/a_4 = k/[\gamma_w(\alpha_p + \alpha^2/M)]$, 热扩散系数 $\kappa = -b_1/b_3 = (K/T_0 - \alpha_w K_w S_w)/(Z + \beta^2/M)$. 由式(18)和式(19)消去 $\partial^2 \theta / \partial x^2$ 项可得

$$\theta = \frac{f_1}{s} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + f_2 p + f_3 D, \quad (20)$$

其中, $f_1 = (a_2 b_1 - a_1 b_2)/(a_1 b_3 - a_3 b_1)$, $f_2 = (a_4 b_1 - a_1 b_4)/(a_1 b_3 - a_3 b_1)$, $f_3 = (a_5 b_1 - a_1 b_5)/(a_1 b_3 - a_3 b_1)$.

将式(20)代入式(18)可得

$$g_1 \frac{\partial^4 p}{\partial x^4} + g_2 s \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + g_3 s^2 p + g_4 s^2 D = 0, \quad (21)$$

其中, $g_1 = a_1 f_1$, $g_2 = a_1 f_2 + a_2 + a_3 f_1$, $g_3 = a_3 f_2 + a_4$, $g_4 = a_3 f_3 + a_5$.

可以证明, 式(21)的通解可写成

$$p = A_1 e^{\gamma_1 x} + B_1 e^{-\gamma_1 x} + A_2 e^{\gamma_2 x} + B_2 e^{-\gamma_2 x} + \frac{g_4}{g_1} D, \quad (22)$$

式中, A_1, B_1, A_2 和 B_2 均为关于变量 s 的任意函数, $\gamma_1 = \sqrt{s \xi}$, $\gamma_2 = \sqrt{s \eta}$, 而

$$\xi = (-g_2 - \sqrt{g_2^2 - 4g_1 g_3})/(2g_1), \quad \eta = (-g_2 + \sqrt{g_2^2 - 4g_1 g_3})/(2g_1).$$

将式(22)代入式(20), 可得

$$\theta = (f_1 \xi + f_2)(A_1 e^{\gamma_1 x} + B_1 e^{-\gamma_1 x}) + (f_1 \eta + f_2)(A_2 e^{\gamma_2 x} + B_2 e^{-\gamma_2 x}) + \left[f_3 + f_2 \frac{g_4}{g_1} \right] D. \quad (23)$$

将式(22)和式(23)代入式(17), 并对 x 进行积分可得

$$u = \frac{E_1}{\gamma_1}(A_1 e^{\gamma_1 x} - B_1 e^{-\gamma_1 x}) + \frac{E_2}{\gamma_2}(A_2 e^{\gamma_2 x} - B_2 e^{-\gamma_2 x}) + E_3 D x + C, \quad (24)$$

式中, $E_1 = [\alpha + \beta(f_1 \xi + f_2)]/M$, $E_2 = [\alpha + \beta(f_1 \eta + f_2)]/M$, $E_3 = \beta(f_3 + f_2 g_4/g_1)/M$, C 为积分常数.

3.2 积分常数的确定

第1层的厚度记为 h . 此时, 涉及 $A_1^{(1)}, B_1^{(1)}, A_2^{(1)}, B_2^{(1)}, C^{(1)}, D^{(1)}, A_1^{(2)}, B_1^{(2)}, A_2^{(2)}, B_2^{(2)}, C^{(2)}$ 和 $D^{(2)}$ 共12个常数, 其中上标表示介质层数. 对于第2层介质, 当 $x \rightarrow \infty$ 时, $\theta = 0$, $p = 0$ 和 $u = 0$. 故可得 $A_1^{(2)} = 0$, $A_2^{(2)} = 0$, $C^{(2)} = 0$ 和 $D^{(2)} = 0$. 其它8个参数由边界条件和界面连续条件, 通过解由式(A1)~(A8)联立组成的线性方程组得到(附录).

已有许多学者对 Laplace 逆变换的求解方法进行过研究^{[9]、[13]}, 其中基于函数概率密度理论的 Stehfest 法由于有较高的精度和稳定性而得到广泛应用, 本文采用 Stehfest 方法^[9].

4 双层体系的热固结

4.1 计算参数

假定双层体系自由表面作用呈指数衰减的温度荷载

$$\theta_a(t) = \theta_0 \exp(-\omega t), \quad (25)$$

式中, $\theta_0 = 100$ °C, $\omega = -0.144 \text{ a}^{-1}$.

定义时间因数 $T = \kappa/h^2$. 这里取 $h = 1 \text{ m}$, $T_0 = 0$ °C, $p_a = 0$. 基本物性参数见表1.

表 1 物性参数

参数	取值	参数	取值
n	0.4	$c_w / (J / (g \cdot ^\circ C))$	4.2
$E / (Pa)$	6.0×10^5	$\rho_w / (g / m^3)$	1.0×10^6
μ	0.3	$\rho_s / (g / m^3)$	2.6×10^6
$K_s / (Pa)$	2×10^{10}	$K / (W / (m^2 \cdot ^\circ C))$	0.5
$K_w / (Pa)$	5×10^9	α	1.0
$\alpha_s / (^\circ C)^{-1}$	1.5×10^{-5}	$S_{w1} / (m^2 / (s \cdot ^\circ C))$	2.5×10^{-10}
$\alpha_w / (^\circ C)^{-1}$	2.0×10^{-4}	$S_{w2} / (m^2 / (s \cdot ^\circ C))$	2.5×10^{-11}
$c_s / (J / (g \cdot ^\circ C))$	0.8		

4.2 结果分析

假定双层体系第 1 层介质厚度 $h = 1\text{ m}$, $c/\kappa = 1$, 第 2 层介质 c/κ 分别取 0.1, 0.5, 1 和 2 (分别对应图 2 中的曲线 1, 2, 3 和 4)• 由图 2 可看出, 随第 2 层介质 c/κ 的增大, 介质内的孔压明显减小• 如果第 1 层介质 $c/\kappa = 1$, 第 2 层介质 $c/\kappa = 0.1$, 则随第 1 层介质厚度的增加(曲线 1: $h = 1\text{ m}$; 曲线 5: $h = 2\text{ m}$; 曲线 6: $h = 4\text{ m}$), 孔压将显著减小•

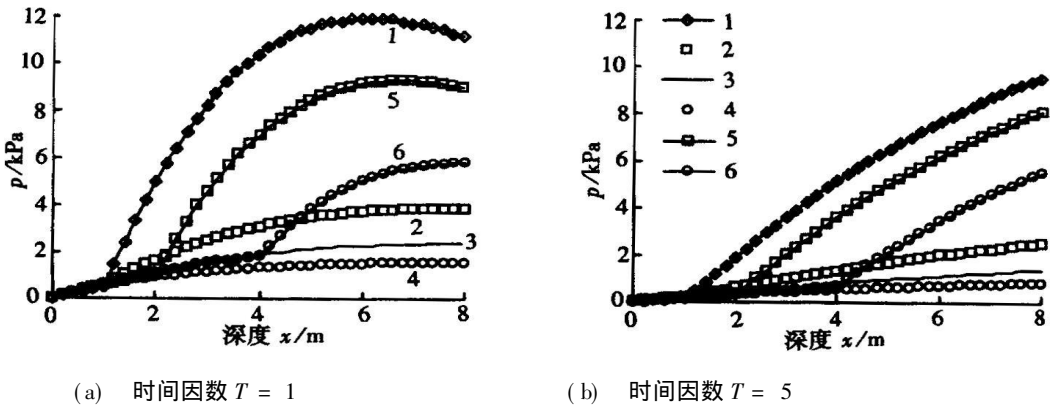


图 2 孔压沿深度分布

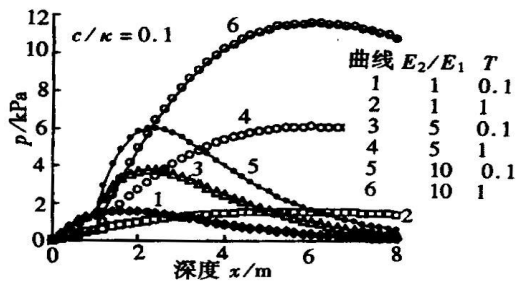


图 3 弹性模量比对孔压的影响

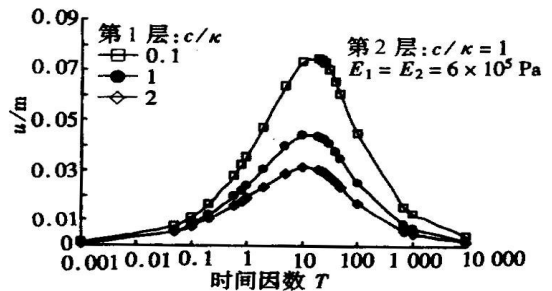


图 4 地表位移随时间因数演化

图 3 给出不同时间因数 ($T = 0.1, 1$) 下两层介质弹性模量比 E_2/E_1 对孔压演化的影响 (取 $h = 1\text{ m}$, 弹性模量 $E_1 = 6 \times 10^5\text{ Pa}$)• 可以看出, 如果两层介质热固结系数均为 $c/\kappa = 0.1$, 那么 E_2/E_1 愈大介质内的孔压也愈大, 表明介质骨架模量的增大将会导致更大的孔压•

图 4 给出当第 2 层介质 c/κ 值不变(如 $c/\kappa = 1$), 而第 1 层介质 c/κ 值变化时, 地表位移

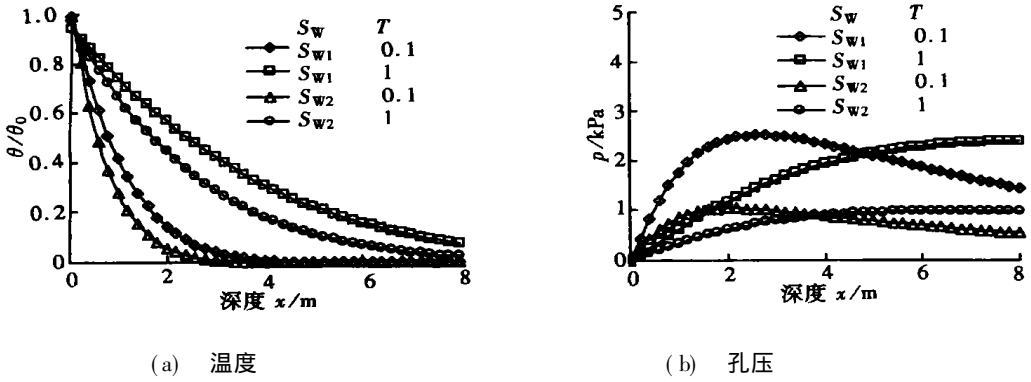


图5 热渗效应对计算结果的影响

随时间的演化过程。可见, 随第1层介质透水性质的改善, 孔压的消散加快, 而位移峰值减小。当然, 由于介质固体颗粒和水的热膨胀效应, 地表位移先不断增大并达到峰值。其后, 由于温度荷载的下降和孔压的消散, 位移开始减小。

如图5所示, 随热渗效应系数的增大, 温度演化进程加快, 而所诱致的孔压也相应增大。这一结果表明, 热渗效应对热力学响应计算结果有很大影响。

5 结 论

- 1) 将热渗效应和等温热流效应引入热-水-力耦合固结控制方程, 然后对半无限成层饱和介质表面作用随时间变化温度荷载的一维情形进行解析求解。
- 2) 对半无限体表面作用呈指数衰减规律热荷载的双层体系进行研究, 分析了两层介质物理力学特性参数(如热固结系数、弹性模量等)的差异性对热固结的影响。
- 3) 由于位移场和应力场对温度场的耦合效应, 温度响应随热固结系数的增大而略有增大, 但可以忽略。随热渗效应的增大, 温度演化进程加快, 而孔压也相应增大。

附 录

由式(9)和式(10)知: 当 $t > 0$ 时, $\theta(0, t) = \theta_a$ 和 $p(0, t) = p_a$, 故可得

$$A_1^{(1)} r^{(1)} + B_1^{(1)} r^{(1)} + A_2^{(1)} s^{(1)} + B_2^{(1)} s^{(1)} + D^{(1)} v^{(1)} = \theta_a, \quad (A1)$$

$$A_1^{(1)} + B_1^{(1)} + A_2^{(1)} + B_2^{(1)} + D^{(1)} u^{(1)} = p_a \quad (A2)$$

由式(12)可知 $\theta^{(1)}(h, t) = \theta^{(2)}(h, t)$, $p^{(1)}(h, t) = p^{(2)}(h, t)$ 及 $u^{(1)}(h, t) = u^{(2)}(h, t)$, 故可得

$$A_1^{(1)} r^{(1)} e^{\gamma_1^{(1)} h} + B_1^{(1)} r^{(1)} e^{-\gamma_1^{(1)} h} + A_2^{(1)} s^{(1)} e^{\gamma_2^{(1)} h} + B_2^{(1)} s^{(1)} e^{-\gamma_2^{(1)} h} + D^{(1)} v^{(1)} - B_1^{(2)} r^{(2)} e^{-\gamma_1^{(2)} h} - B_2^{(2)} s^{(2)} e^{-\gamma_2^{(2)} h} = 0, \quad (A3)$$

$$A_1^{(1)} e^{\gamma_1^{(1)} h} + B_1^{(1)} e^{-\gamma_1^{(1)} h} + A_2^{(1)} e^{\gamma_2^{(1)} h} + B_2^{(1)} e^{-\gamma_2^{(1)} h} + D^{(1)} u^{(1)} - B_1^{(2)} e^{-\gamma_1^{(2)} h} - B_2^{(2)} e^{-\gamma_2^{(2)} h} = 0, \quad (A4)$$

$$A_1^{(1)} t^{(1)} e^{\gamma_1^{(1)} h} - B_1^{(1)} t^{(1)} e^{-\gamma_1^{(1)} h} + A_2^{(1)} w^{(1)} e^{\gamma_2^{(1)} h} - B_2^{(1)} w^{(1)} e^{-\gamma_2^{(1)} h} + C^{(1)} + D^{(1)} E_3^{(1)} h + B_1^{(2)} t^{(2)} e^{-\gamma_1^{(2)} h} + B_2^{(2)} w^{(2)} e^{-\gamma_2^{(2)} h} - C^{(2)} = 0 \quad (A5)$$

由式(13)可知 $\sigma_x^{(1)}(h, t) = \sigma_x^{(2)}(h, t)$, $q_w^{(1)}(h, t) = q_w^{(2)}(h, t)$ 和 $q_T^{(1)}(h, t) = q_T^{(2)}(h, t)$, 而水流量和热流量的表达式分别见式(2)和式(5)。故可得

$$A_1^{(1)} M^{(1)} E_1^{(1)} e^{\gamma_1^{(1)} h} + B_1^{(1)} M^{(1)} E_1^{(1)} e^{-\gamma_1^{(1)} h} + A_2^{(1)} M^{(1)} E_2^{(1)} e^{\gamma_2^{(1)} h} + B_2^{(1)} M^{(1)} E_2^{(1)} e^{-\gamma_2^{(1)} h} + D^{(1)} M^{(1)} E_3^{(1)} - B_1^{(2)} M^{(2)} E_1^{(2)} e^{-\gamma_1^{(2)} h} - B_2^{(2)} M^{(2)} E_2^{(2)} e^{-\gamma_2^{(2)} h} = 0, \quad (A6)$$

$$\begin{aligned}
 & A_1^{(1)} \left[\frac{k^{(1)}}{\gamma_w} + S_w^{(1)} r^{(1)} \right] \gamma_1^{(1)} e^{\gamma_1^{(1)} h} - B_1^{(1)} \left[\frac{k^{(1)}}{\gamma_w} + S_w^{(1)} r^{(1)} \right] \gamma_1^{(1)} e^{-\gamma_1^{(1)} h} + \\
 & A_2^{(1)} \left[\frac{k^{(1)}}{\gamma_w} + S_w^{(1)} s^{(1)} \right] \gamma_2^{(1)} e^{\gamma_2^{(1)} h} - B_2^{(1)} \left[\frac{k^{(1)}}{\gamma_w} + S_w^{(1)} s^{(1)} \right] \gamma_2^{(1)} e^{-\gamma_2^{(1)} h} + \\
 & B_1^{(2)} \left[\frac{k^{(2)}}{\gamma_w} + S_w^{(2)} r^{(2)} \right] \gamma_1^{(2)} e^{-\gamma_1^{(2)} h} + B_2^{(2)} \left[\frac{k^{(2)}}{\gamma_w} + S_w^{(2)} s^{(2)} \right] \gamma_2^{(2)} e^{-\gamma_2^{(2)} h} = 0, \quad (A7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & A_1^{(1)} [S_T^{(1)} + K^{(1)} r^{(1)}] \gamma_1^{(1)} e^{\gamma_1^{(1)} h} - B_1^{(1)} [S_T^{(1)} + K^{(1)} r^{(1)}] \gamma_1^{(1)} e^{-\gamma_1^{(1)} h} + \\
 & A_2^{(1)} [S_T^{(1)} + K^{(1)} s^{(1)}] \gamma_2^{(1)} e^{\gamma_2^{(1)} h} - B_2^{(1)} [S_T^{(1)} + K^{(1)} s^{(1)}] \gamma_2^{(1)} e^{-\gamma_2^{(1)} h} + \\
 & B_1^{(2)} [S_T^{(2)} + K^{(2)} r^{(2)}] \gamma_1^{(2)} e^{-\gamma_1^{(2)} h} + B_2^{(2)} [S_T^{(2)} + K^{(2)} s^{(2)}] \gamma_2^{(2)} e^{-\gamma_2^{(2)} h} = 0, \quad (A8)
 \end{aligned}$$

式中, $r^{(i)} = f_1^{(i)} \xi^{(i)} + f_2^{(i)}$, $s^{(i)} = f_1^{(i)} \eta^{(i)} + f_2^{(i)}$, $u^{(i)} = g_4^{(i)} / g_1^{(i)}$, $v^{(i)} = f_3^{(i)} + f_2^{(i)} g_4^{(i)} / g_1^{(i)}$, $t^{(i)} = E_1^{(i)} / \gamma_1^{(i)}$, $w^{(i)} = E_2^{(i)} / \gamma_2^{(i)}$, $M^{(i)} = \lambda^{(i)} + 2G^{(i)}$ ($i = 1, 2$ 为分层编号)。

于是, 可得下面的方程组

$$DQ = F, \quad (A9)$$

其中

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} & d_{17} & d_{18} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} & d_{27} & d_{28} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} & d_{37} & d_{38} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} & d_{45} & d_{46} & d_{47} & d_{48} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} & d_{54} & d_{55} & d_{56} & d_{57} & d_{58} \\ d_{61} & d_{62} & d_{63} & d_{64} & d_{65} & d_{66} & d_{67} & d_{68} \\ d_{71} & d_{72} & d_{73} & d_{74} & d_{75} & d_{76} & d_{77} & d_{78} \\ d_{81} & d_{82} & d_{83} & d_{84} & d_{85} & d_{86} & d_{87} & d_{88} \end{bmatrix}, \quad (A10)$$

$$Q^T = [A_1^{(1)} \quad B_1^{(1)} \quad A_2^{(1)} \quad B_2^{(1)} \quad C^{(1)} \quad D^{(1)} \quad B_1^{(2)} \quad B_2^{(2)}], \quad (A11)$$

$$F^T = [\theta_a \quad p_a \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0], \quad (A12)$$

式(A10)中, 各系数的具体表达式可由式(A1)~(A8)对应给出。

[参 考 文 献]

- [1] Kodres C A. Moisture induced pressures in concrete airfield pavements[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 1996, 8(1): 41—50.
- [2] Cekerevac C, Laloui L. Experimental study of thermal effects on the mechanical behaviour of a clay [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2004, 28(3): 209—228.
- [3] Blond E, Schmitt N, Hild F. Response of saturated porous media to cyclic thermal loading[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2003, 27(11): 883—904.
- [4] Demars K R, Charles R D. Soil volume changes induced by temperature cycling[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1982, 19(2): 188—194.
- [5] McTigue D F. Thermoelastic response of fluid saturated porous rock[J]. Journal of Geophysical Research, 1986, 91(9): 9533—9542.
- [6] Smith, D W, Booker J R. Green's functions for a fully coupled thermoporoelastic material[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1993, 17(3): 139—163.

- [7] Bai M, Abousleiman Y. Thermoporoelastic coupling with application to consolidation[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1997, **21**(2): 121—132.
- [8] Giraud A, Homand F, Rousset G. Thermoelastic and thermoplastic response of a double_layer porous space containing a decaying heat source[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1998, **22**(2): 133—149.
- [9] Wang Y, Papamichos E. Thermal effects on fluid flow and hydraulic fracturing from wellbores and cavities in low_permeability formations[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1999, **23**(15): 1819—1834.
- [10] Kurashige M. A thermoelastic theory of fluid-filled porous materials[J]. International Journal of Solids and Structures, 1989, **25**(9): 1039—1052.
- [11] BAI Bing. Response of saturated porous media subjected to local thermal loading on the surface of semi_infinite space[J]. Acta Mechanica Sinica, 2006, **22**(1): 54—61.
- [12] Srivastava R C, Avasthi P K. Non-equilibrium thermodynamics of thermo_osmosis of water through kaolinite[J]. Journal of Hydraulics, 1975, **24**(2): 110—120.
- [13] Zhou Y, Rajapakse R K N D, Graham J. Coupled consolidation of a porous medium with a cylindrical or a spherical cavity[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1998, **22**(6): 449—475.
- [14] Horseman S T, McEwen T J. Thermal constraints on disposal of heat_emitting waste in argillaceous rocks[J]. Engineering Geology, 1996, **41**(1): 5—16.
- [15] Giraud A, Rousset G. Thermoelastic and thermoplastic response of a porous space submitted to a decaying heat source[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1995, **19**(4): 475—495.

Thermal Consolidation of Layered Porous Half_Space to Variable Thermal Loading

BAI Bing

(School of Civil and Architecture Engineering, Beijing Jiaotong University,
Beijing 100044, P. R. China)

Abstract: An analytical method was derived for the thermal consolidation of layered, saturated porous half_space to variable thermal loading with time. In the coupled governing equations of linear thermoelastic media, the influences of thermo_osmosis effect and thermal filtration effect were introduced. Solutions in Laplace transform space were first obtained and then numerically inverted. The responses of a double_layered porous space subjected to exponential decaying thermal loading were studied. The influences of the differences between the properties of the two layers (e. g. the coefficient of thermal consolidation, elastic modulus) on thermal consolidation were discussed. The studies show that the coupling effects of displacement and stress fields on temperature field can be completely neglected, however, the thermo_osmosis effect has an obvious influence on thermal responses.

Key words: thermal loading; half_space body; porous medium; numerical integration