

一种守恒型间断跟踪法中对任意多个 间断的移动和相互作用的处理*

刘 妍¹, 茅德康²

(1. 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 8009 信箱 16 分箱, 北京 100088;
2. 上海大学 数学系, 上海 200444)

(戴世强推荐)

摘要: 对一种守恒型间断跟踪法设计了一种技巧来处理任意多个间断的移动和相互作用。由此技巧我们就可以建立一个“一般的强健的”间断跟踪法。由于采用了此技巧就会使得算法在某时刻在某网格上会存在非相容性并且会产生 $O(1)$ 强度的误差。但不管怎样, 这些误差在后续的计算中会被算法的守恒性所消除。还给出了几个数值例子来显示这一技巧的有效性。

关键词: 间断跟踪法; 守恒性; 间断网格
中图分类号: O241.82 文献标识码: A

引 言

众所周知双曲型守恒律在许多科学和工程领域中有着很广泛的应用, 而间断跟踪法是数值求解双曲型守恒律的一种重要的数值方法。其主要特点是把间断作为移动的内边界来处理, 这样整个求解区域被间断线分为若干部分, 在每个区域中解被假设为是光滑的, 用计算光滑解有效的数值方法来求这些区域中的数值解, 而间断的移动和间断两侧的数值解的修正需要满足 Rankine-Hugoniot 条件。

然而, 众所周知, 这种类型的间断跟踪法很复杂, 程序繁琐, 因此很难发展成一个“一般的强健的”算法。这里“一般的强健的”指的是算法可以处理任意多个间断的相互作用。原因在本文第 2 节中给出, 即间断相互作用的情况过多, 从而使得算法太复杂而难以实现。

传统的间断跟踪法(见文献[1]~[5]), 采用如下的思想来跟踪间断: 在被跟踪的间断处解 Riemann 问题, 求得间断的传播速度, 然后由此速度求得下一时刻的间断位置。这样算法就需要用到自适应网格并且一般不会保证解的守恒性。

本文的第二作者多年来研究设计了一种基于解的守恒性质的间断跟踪法(见文献[6], [7]), 其最主要的特点是以解的守恒性作为跟踪的机制, 而不是象传统的间断跟踪法那样利用 Rankine-Hugoniot 条件。该方法保证了解的守恒性, 因此, 我们可以以比较粗糙的方式来处理

* 收稿日期: 2005_09_20; 修订日期: 2006_02_20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10171063)

作者简介: 刘妍(1974—), 女, 山东安丘人, 博士, 主要从事守恒型方程数值方法的研究(联系人: Tel: + 86_10_62014411_3115; E_mail: yan_liu@iapcm.ac.cn)。

间断的相互作用,并且期望由此所产生的 $O(1)$ 强度的误差被后续的计算所消除(见文献[7]和[8])。事实上,算法的这一守恒性帮助我们大大地减少了处理被跟踪间断的移动和相互作用的情况。本文中,我们设计了一种处理任意多个间断的移动和相互作用的技巧,这样就使得我们的算法成为一个“一般的强健的”算法成为可能。

本文中,我们考虑一维的守恒律并对这一技巧进行描述。将这一技巧推广到二维空间的情况会比本文中的要复杂得多,我们将另有文章讨论。

1 算法的简单回顾

为了叙述和讨论的完整性,在这一节中,我们简单回顾我们的守恒型间断跟踪法(见文献[7]~[9])。我们考虑如下一维空间的双曲型守恒律的初值问题

$$u_t + f(u)_x = 0, \quad (1)$$

其中 u 和 $f(u)$ 或者是纯量或者是向量。如果 u 和 $f(u)$ 是向量,式(1)是方程组并且它在下述意义下是双曲型的,即 $f'(u)$ 是可对角化并且具有实特征值。

算法中所采用的基本格式是有限体积格式

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \lambda(f_{j+1/2}^n - f_{j-1/2}^n), \quad (2)$$

其中 u_j^n 是对精确解的网格平均的逼近

$$u_j^n \simeq u_j^n = \frac{1}{h} \int_{x_{j-1/2}}^{x_{j+1/2}} u(x, t_n) dx, \quad (3)$$

$f_{j+1/2}^n = f(u_{j-k+1}^n, \dots, u_{j+k}^n)$ 是对网格边界 $x_{j+1/2}$ 上流函数 $f(u)$ 的网格平均的逼近

$$f_{j+1/2}^n \simeq f(x_{j+1/2}, t_n; u) = \frac{1}{\tau} \int_{t_n}^{t_n+\tau} f(u(x_{j+1/2}, t)) dt, \quad (4)$$

它在下述意义下与流函数 $f(u)$ 是相容的(见文献[10]),即

$$f(u, u, \dots, u) = f(u), \quad (5)$$

并且 $\lambda = \tau/h$ 是网格步长比, τ 和 h 分别是时间步长和空间步长。

在我们的跟踪法中,含有被跟踪间断的网格称为间断网格,而不含有被跟踪间断的网格称为光滑网格。在一间断网格中,如 $[x_{j_1-1/2}, x_{j_1+1/2}]$, 如果其中包含被跟踪的间断,则除去原来的普通网格平均 $u_{j_1}^n$ 外,我们还定义了两个网格平均, $u_{j_1}^{n,-}$ 和 $u_{j_1}^{n,+}$, 它们分别是间断网格的左、右网格平均,分别用来自间断左、右两侧的信息来计算。

1.1 单个间断时的算法

我们首先考虑解中只含有 1 个被跟踪间断的情况,并且在 t_n 时刻在网格 $[x_{j_1-1/2}, x_{j_1+1/2}]$ 中。间断网格附近的网格上的数值解由以下方式来计算。

首先,间断左、右两侧的普通网格上的数值解只用来自间断同侧的信息计算,即

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \lambda(f_{j+1/2}^{n,\pm} - f_{j-1/2}^{n,\pm}), \quad (6)$$

其中“ $-$ ”和“ $+$ ”分别是对 $j < j_1$ 和 $j > j_1$ 的情况,这里

$$f_{j+1/2}^{n,-} = f(u_{j-k+1}^n, \dots, u_{j_1-1}^n, u_{j_1}^{n,-}, \dots, u_{j+k}^n), \quad (7)$$

和

$$f_{j+1/2}^{n,+} = f(u_{j-k+1}^n, \dots, u_{j_1+1}^n, u_{j_1}^{n,+}, \dots, u_{j+k}^n), \quad (8)$$

其中 $u_i^{n,\pm}$ 是间断网格的左、右网格平均或者是间断左、右两侧的网格平均分别在间断左、右两侧的 r 阶延拓,如 Lagrange 插值。间断网格的左、右网格平均分别用下式来计算

$$u_{j_1}^{n+1, \pm} = u_{j_1}^{n, \pm} - \lambda(f_{j_1^+}^{n, \pm} - f_{j_1^-}^{n, \pm}) \quad (9)$$

这样, 间断两侧的数值解的计算就只用到了来自间断同侧的信息. 间断网格的普通网格平均 $u_{j_1}^{n+1}$ 用下式计算

$$u_{j_1}^{n+1} = u_{j_1}^n - \lambda(f_{j_1^+}^{n, +} - f_{j_1^-}^{n, -}), \quad (10)$$

这里我们认为间断网格的左、右边界在被跟踪间断的两侧.

第二, t_{n+1} 时刻的间断位置由如前计算得到的网格平均来计算. 众所周知, 有限体积格式有一个重构的过程, 即在每一个网格上由其附近的网格上的网格平均重构得到一多项式函数, 它是对这一网格上的网格平均的逼近并且在下一时刻用于计算. 在 t_{n+1} 时刻在间断网格上, 我们可以重构出两片多项式函数, 分别记为 $R(x; u^{n+1, -}, r)$ 和 $R(x; u^{n+1, +}, r)$, 它们分别用间断左、右两侧的网格平均重构得到. 因此在间断网格上重构的多项式函数是如下形式的分片光滑函数

$$R(x; u^{n+1}) = \begin{cases} R(x; u^{n+1, -}, r), & x < \xi^{n+1}, \\ R(x; u^{n+1, +}, r), & x \geq \xi^{n+1}, \end{cases} \quad (11)$$

其中 ξ^{n+1} 是间断位置. 很自然我们会要求近似解(11)的网格平均等于间断网格的普通网格平均, 由此得到关于 ξ^{n+1} 的如下方程(组)

$$\frac{1}{h} \left[\int_{x_{j_1^-} - \Delta x}^{\xi^{n+1}} R(x; u^{n+1, -}, r) dx + \int_{\xi^{n+1}}^{x_{j_1^+} + \Delta x} R(x; u^{n+1, +}, r) dx \right] = u_{j_1}^{n+1}. \quad (12)$$

如果初值问题(1)是纯量, 则式(12)只有一个方程, 解此方程就可得到数值的间断位置. 如果初值问题(1)是含有 m 个方程的方程组, 则式(12)就含有 m 个方程并且由每个方程会得到一个间断位置. 在这一情况中, 可以取所有这些位置按某种方式的加权平均作为最终的数值的间断位置.

第三, 一旦间断位置确定了, 则 t_{n+1} 时刻的间断网格就确定了. 如果 $[x_{j_1^- - 1/2}, x_{j_1^+ + 1/2}]$ 仍然是间断网格, 则 t_{n+1} 时刻的数值解的计算就完成了. 否则, 间断位置就必须向左或向右移到相邻的网格中. 在此情况中, 相邻的网格就成为间断网格, 而原来的间断网格必须被删除, 并且应该修正相关网格上的数值解. 这一切都要求保证解的守恒性并假设被跟踪间断两侧的解是光滑的. 详细情况可参见文献[6]和[7].

当初值问题(1)是含有 m 个方程的方程组, 则由前面计算得到的左、右网格平均 $u_{j_1}^{n+1, -}$ 和 $u_{j_1}^{n+1, +}$ 就必须修正. 这是因为方程组含有 m 类特征线, 对应有 m 类不同的波和相应的间断. 当跟踪某类间断时, 其它特征域的波应该允许穿过被跟踪的间断. 在文献[9]中, 我们设计了一种波传播的技巧并保证算法的精度.

1.2 两个间断的情况

当解中含有两个被跟踪的间断, 并且它们逐渐靠拢最后相互作用并产生了新的间断, 我们的算法是这样来处理的: 首先, 只要这两个间断在不同的网格中, 则仍然用前述的单个间断时的算法来处理, 只是当两个间断靠得足够近时, 在两间断之间的区域中在式(6)~(10)中所采用的插值的阶数也许会降低.

如果这两个间断继续保持相互靠拢的趋势, 则它们最后会移动到同一个网格中. 此时, 如果左边间断的位置 ξ_l 仍然在右边间断的位置 ξ_r 的左边, 即 $\xi_l < \xi_r$, 我们的算法仍然把它们看作两个独立的被跟踪间断, 并用以下方式来处理. 这两个间断网格“堆积”在同一网格中, 并且

它们之间有一“幽灵(ghost)”状态来连接。这一“幽灵(ghost)”状态既是左间断网格的右网格平均又是右间断网格的左网格平均。只要这两个间断的位置没有发生交叉(见图 1(a)),我们就把它们看作两个独立的间断并用前述的单个间断时的算法来处理。

最后,当两个间断的位置发生了交叉,则它们之间发生了相互作用。此时,我们解 Riemann 问题得到新的在以后的计算中需要被跟踪的间断,见图 1(b)。这一切都必须在保证守恒性的前提下进行。详细情况可参见文献[7]和[8]。

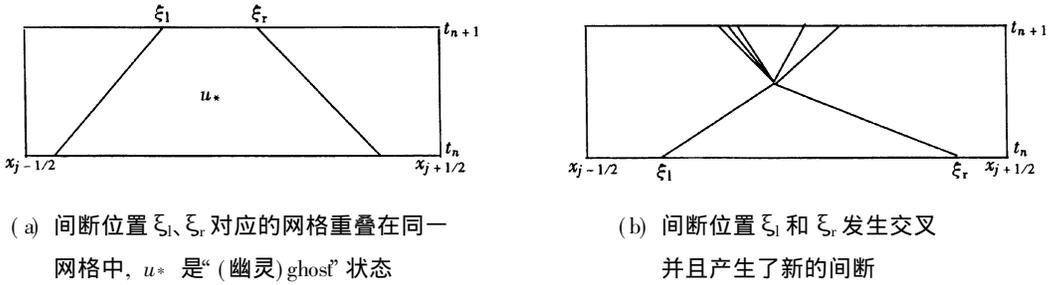


图 1 两个间断的情况

2 处理任意多个间断的移动和相互作用

原则上,我们可以用前述的处理两个间断的算法,来两两地处理多个间断的移动和相互作用。但是,如果我们期望做成一个“一般的强健的”算法,以此来处理任意多个间断的移动和相互作用,则我们可能会面临过多的情况而使得算法的实现变得非常困难。为了解释这一困难,我们来看这样的一个例子,如图 2 所示。在 t_n 时刻,间断 ξ_1 在 $[x_{j-1/2}, x_{j+1/2}]$ 之中,而间断 ξ_2 和 ξ_3 堆积在网格 $[x_{j+1/2}, x_{j+3/2}]$ 中。在 t_{n+1} 时刻,间断 ξ_1 和 ξ_2 均没有移出各自的间断网格;而间断 ξ_3 却移到了左边的网格 $[x_{j-1/2}, x_{j+1/2}]$ 中。显然,

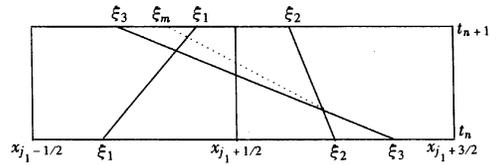


图 2 t_n 时刻,间断 ξ_2 和 ξ_3 堆积在同一网格中

我们应该首先处理间断 ξ_2 和 ξ_3 的相互作用并由此产生新的间断。如果某一新产生的间断向左移动并与 ξ_1 发生了交叉,则我们应该处理这一新间断与间断 ξ_1 的相互作用。如果第 2 次相互作用所产生的某间断也向左移动并与间断 ξ_1 左边的间断发生了位置交叉,则此时会有第 3 次相互作用。如此继续下去就会使得算法变得非常复杂,更甭提我们还需要考虑间断相互作用所产生的间断会向右移动并与右边的间断发生作用的情况。有人可能会说这样的情形很少发生。是的,这是正确的;但是,如果要做成一个“一般的强健的”算法,则这种情况在程序中就必须考虑,即在程序中,所有的情形都应该考虑在内。另外,第 1 种和第 2 种情况有时却会发生。

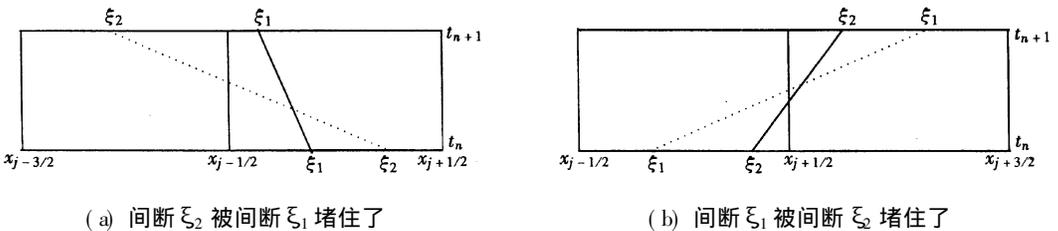


图 3 规则 2 的两个例子

为了克服这一困难, 我们的算法需要遵循如下规则:

规则 1 先处理间断网格的移动, 再处理间断的相互作用. 也即在处理间断网格移动时不处理它们的相互作用, 即使它们之中某些相邻的间断位置发生了交叉. 而在处理相互作用时不再回过头来处理间断网格的移动, 即使新产生的间断位置已移出了对应的网格.

根据此规则, 上述例子中第 1 次间断相互作用产生的间断就不会移到左边的网格中, 即使它的位置已经移到了左相邻的网格中; 因此第 2 次相互作用就不会发生.

规则 2 当处理某间断网格的移动时, 如果另外一个间断网格堆积在此间断网格的左(右)侧时, 则此间断网格向左(右)的移动不能进行, 即使其对应的间断位置移出了原来的网格.

例如, 如图 3(a) 所示, 在 t_n 时刻, 间断 ξ_1 和间断 ξ_2 所对应的间断网格重叠在同一网格 $[x_{j-1/2}, x_{j+1/2}]$ 中. 而在 t_{n+1} 时刻, 间断 ξ_2 的位置已传到了左相邻的网格 $[x_{j-3/2}, x_{j-1/2}]$ 中, 而间断 ξ_1 仍然留在原来的网格中; 换句话说, 间断 ξ_2 被 ξ_1 堵住了. 此时, 根据我们的规则, 间断 ξ_2 向左边的移动不能进行, 它所对应的间断网格与间断 ξ_1 对应的间断网格仍然堆积在网格 $[x_{j-1/2}, x_{j+1/2}]$ 中.

另外一个例子, 如图 3(b) 所示, 在 t_n 时刻, 间断 ξ_1 和 ξ_2 所对应的间断网格重叠在同一网格 $[x_{j-1/2}, x_{j+1/2}]$ 中. 而在 t_{n+1} 时刻, 间断 ξ_1 向右传到了右边的网格 $[x_{j+1/2}, x_{j+3/2}]$ 中. 如果对间断移动的处理是从左到右逐个进行, 则根据我们的规则, 此时间断 ξ_1 被间断 ξ_2 堵住了, 它向右边的移动不能进行, 即使间断 ξ_2 在以后处理其移动时能够传出原来的间断网格.

规则 3 间断的相互作用只处理 1 次, 也即作用之后产生的新间断, 即使它们之间又发生了位置交叉, 则也不再考虑相互作用了.

显然在这样的规则之下, 我们的算法在某些时刻会产生如下的非相容性: 会有间断网格与其对应的间断位置不相互一致, 并且会有间断位置已发生交叉的间断网格仍然堆积在同一网格中. 此时会产生 $O(1)$ 强度的数值误差. 但不管怎样, 这不会成为一个问题, 因为我们的算法保证了解的守恒性. 这一 $O(1)$ 强度的误差很快在以后的计算中被这一守恒性所消除. 因此这一情形只是发生在 (x, t) 平面中的 $O(h\tau)$ 的区域中, 当 h 和 τ 趋向于零时, 这一区域会趋向于零. 第 3 节中的数值例子证明了这一点.

3 数值算例

在这一节中, 我们给出了两个例子来说明我们所设计的处理间断移动和相互作用技巧的有效性. 第 1 个例子是对 Burgers 方程

$$u + \left[\frac{1}{2} u^2 \right]_x = 0, \quad (13)$$

而第 2 个例子是对气体动力学的 Euler 方程组

$$\begin{pmatrix} \rho \\ \rho v \\ E \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v^2 + p \\ v(E + p) \end{pmatrix}_x = 0, \quad (14)$$

$$p = (\gamma - 1) \left[E - \frac{1}{2} \rho v^2 \right]. \quad (15)$$

这里 ρ, v, p 和 E 分别是质量、速度、压力和总能量, 而 $\gamma = 1.4$ 是比热比.

基本格式是文献[11]中的采用了两步 Runge-Kutta 法的二阶 ENO 格式. Courant 数取为

0.5• 所用到的重构过程 $R(x; u^n, r)$ 是文献[12]中所描述的通过原函数重构•

算例 1 Burgers 方程带有如下初值

$$u(x, 0) = \begin{cases} 9.75, & x \leq -0.46; \\ \cos(\pi x) + 8.25, & -0.46 < x \leq 0.36; \\ \cos(\pi x) + 7.85, & -0.36 < x \leq 0.26; \\ \cos(\pi x) + 6.15, & -0.26 < x \leq 0.16; \\ \cos(\pi x) + 5.55, & -0.16 < x \leq 0.10; \\ \cos(\pi x) + 5.15, & -0.10 < x \leq 0.066; \\ \cos(\pi x) + 5.05, & -0.066 < x \leq 0.034; \\ \cos(\pi x) + 4.95, & -0.034 < x \leq 0.0; \\ \cos(\pi x) + 4.55, & 0.0 < x \leq 0.06; \\ \cos(\pi x) + 4.05, & 0.06 < x \leq 0.1; \\ \cos(\pi x) + 3.75, & 0.1 < x \leq 0.16; \\ \cos(\pi x) + 3.15, & 0.16 < x \leq 0.2; \\ 2.95, & x > 0.2 \end{cases} \quad (16)$$

初始时刻此问题的解包含 12 个激波• 在以后它们各自移动相互作用最后合并为一个新的激波•

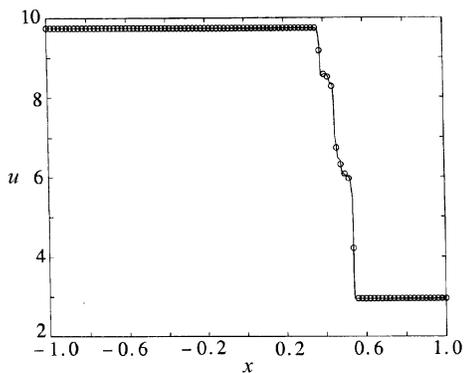


图 4a $t = 0.09231$ 时刻的数值解

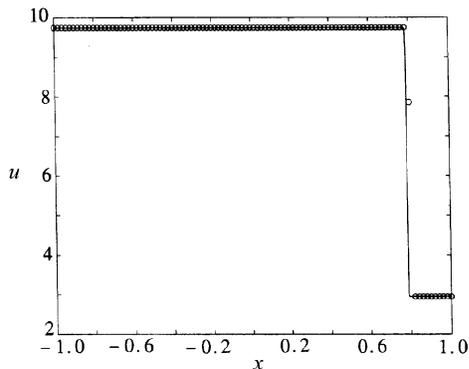


图 4b $t = 0.1403$ 时刻的数值解

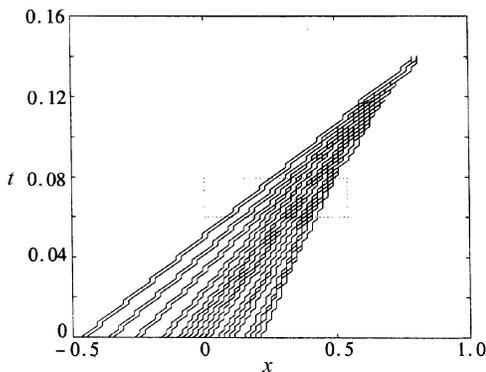


图 4c 间断网格图

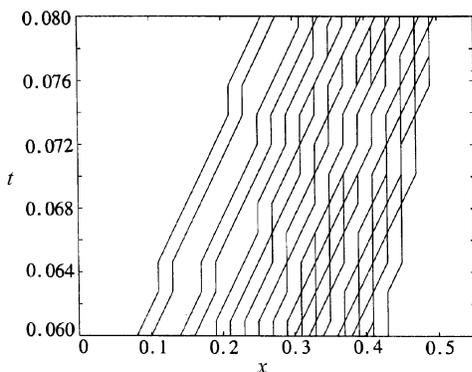
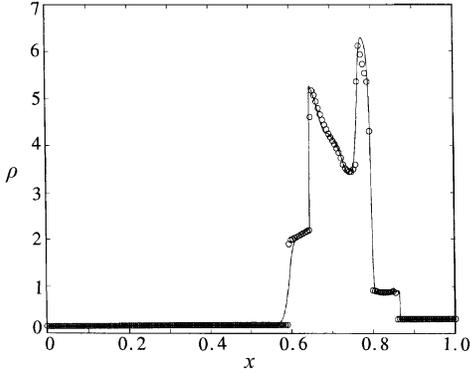
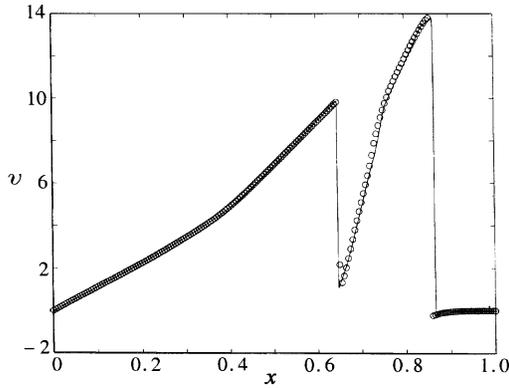


图 4d 区域 $(0.0, 0.55) \times (0.06, 0.08)$ 中的间断网格图

我们对这一问题用 100 个网格来检验我们的算法。图 4(a) 和(b) 分别是 $t = 0.09231$ 和 $t = 0.1403$ 时刻的数值结果。在 $t = 0.09231$ 时刻, 最左边的两个激波已经合并了, 在 $t = 0.1403$ 时刻所有的激波合并为一个激波。在以上两图中, “圈” 显示的是用我们的算法算得的结果, 实线是用基本格式用 2 000 个点算得的结果, 以此作为精确解与我们的算法进行比较。显然在这两个时刻, 数值解与精确解吻合的很好。

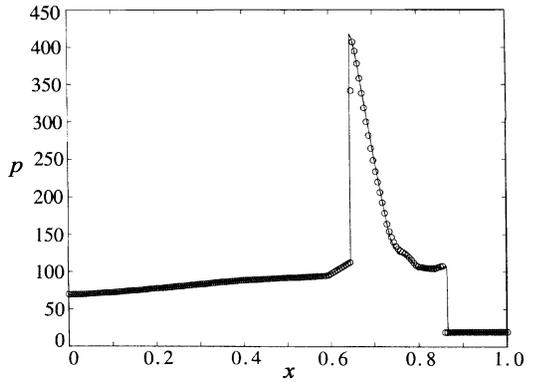


(a) 密度



(b) 速度

为了说明我们所设计的技巧的有效性, 在图 4(c) 中给出了整个计算过程中的间断网格图, 它是不同时刻的间断网格左、右两端点的连线。在图 4(d) 中我们给出了区域 $0.0 \leq x \leq 0.55$ 和 $0.06 \leq t \leq 0.08$ 中的间断网格图, 即图 4(c) 中的虚线框中的部分。可知在整个计算过程中, 有相当多的堆积在一起的激波的移动和相互作用, 特别是在图 4(d) 中。在计算过程中我们所设计的技巧的非相容性确实出现了, 特别是在图 4(d) 中。不管怎样, 图 4(a) 和(b) 中的数值结果是好的, 它证明了我们技巧的有效性。



(c) 压力

图 5 Blast_waves 问题在 $t = 0.038$ 时刻 400 个点的结果

算例 2 文献[1]中的 Blast_waves 问题。Euler 方程组带如下初值

$$u_0(x) = \begin{cases} u_l, & 0.0 \leq x < 0.1, \\ u_m, & 0.1 \leq x < 0.9, \\ u_r, & 0.9 \leq x \leq 1.0, \end{cases} \quad (17)$$

这里

$$\begin{cases} \rho_l = \rho_m = \rho_r = 1, \\ v_l = v_m = v_r = 0, \\ p_l = 10^3, p_m = 10^{-2}, p_r = 10^2. \end{cases} \quad (18)$$

左、右边界是反射边界。初始时刻, 该问题包含了两个 Riemann 问题, 每一个 Riemann 问题产生一个激波和一个切向间断。解含有两次大的间断相互作用。第 1 次大约在 $t = 0.028$ 时刻, 初始 Riemann 问题产生的两个激波相互作用, 产生了两个激波和一个切向间断。第 2 次是在大

约 $t = 0.030$ 时刻一个切向间断和一个激波之间的作用, 并产生了一个切向间断、一个激波和一个稀疏波(这一稀疏波不跟踪)。在以上两次相互作用中, 新产生的间断开始时堆积在同一网格中, 而在以后的计算中会分开。在这些时刻中用我们设计的技巧来处理间断的移动和相互作用。

用我们的算法用 400 个点算得的 $t = 0.038$ 时刻的数值结果用“圈”显示在图 5 中, 其中 (a)、(b) 和 (c) 分别是密度、速度和压力。实线是用基本格式用 20 000 个点算得的, 以此作为精确解与我们的算法进行比较。显然数值解与精确解吻合得很好。

4 结 论

在守恒型间断跟踪法中, 我们设计了一种技巧来处理任意多个间断的移动和相互作用, 这一技巧是 3 个规则并为该算法所遵循以此来处理间断的移动和相互作用。这一技巧大大地减少了算法中需要处理的间断移动和相互作用的情况, 使得建立一个“一般的强健的”间断跟踪法成为可能。第 3 节中的数值例子显示该技巧是有效的。

[参 考 文 献]

- [1] Colella P, Woodward P R. The numerical simulation of two-dimensional fluid flow with strong shocks [J]. J Comput Phys, 1984, **54**(1): 115—173.
- [2] Chern I L, Glimm J, McBryan O, et al. Front tracking for gas dynamics [J]. J Comput Phys, 1986, **62**(1): 83—110.
- [3] Henshaw W D. A scheme for numerical solution of hyperbolic system of conservation laws [J]. J Comput Phys, 1987, **68**(1): 25—47.
- [4] LeVeque R J, Shyue K M. One dimensional front tracking based on high resolution wave propagation methods [J]. SIAM J Sci Comput, 1995, **16**(2): 348—377.
- [5] Swartz B K, Wendroff B. A front tracking code based on Godunov's method [J]. Appl Numer Math, 1986, **2**(5): 385—397.
- [6] MAO De_kang. Towards front tracking based on conservation in two space dimension [J]. SIAM J Sci Comput, 2000, **22**(1): 113—151.
- [7] MAO De_kang. A shock tracking technique based on conservation in one space dimension [J]. SIAM J Numer Anal, 1995, **32**(5): 1677—1703.
- [8] 刘妍, 茅德康. 一种守恒型间断跟踪法中对于间断及其相互作用的处理 [J]. 计算物理, 2005, **22**(6): 520—526.
- [9] 刘妍, 茅德康. 一种强健的守恒型间断跟踪法在一维 Euler 方程组中的实现 [J]. 计算物理, 2004, **21**(3): 312—318.
- [10] LeVeque R J. Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems [M]. the Pitt Building, Trumpington Street, Cambridge, United Kingdom: the Press Syndicate of the University of Cambridge, 2002.
- [11] SHU Chi_wang, Osher S. Efficient implementation of essentially non_oscillatory shock_capturing schemes II [J]. J Comput Phys, 1989, **83**(1): 32—78.
- [12] Harten A, Engquist B, Osher S, et al. Uniformly high order accurate essentially non_oscillatory scheme III [J]. J Comput Phys, 1987, **71**(2): 231—303.

Dealing With Movings and Collisions of Arbitrary Many Discontinuities in a Conservative Front_Tracking Method

LIU Yan¹, MAO De_kang²

(1. Institute of Applied Physics and Computational Mathematics,

P. O. Box 8009, Beijing 100088, P. R. China;

2. Department of Mathematics, School of Science,

Shanghai University, Shanghai 200444, P. R. China)

Abstract: An approach to deal with movings and collisions of arbitrary many discontinuities in the conservative front tracking method was developed. Using this approach one may develop an “all_purposed and robust” front_tracking algorithm. The algorithm with this approach may have some inconsistency and thus will have $O(1)$ magnitude errors in some grid cells some time. Nevertheless, these errors will be eliminated by the conservation_preserving property of the front_tracking method in the following computation. Numerical examples were presented to illustrate the efficiency of the approach.

Key words: front_tracking; conservation_preserving; discontinuity cell