

文章编号: 1000-0887(2004) 06-0558-05

预制螺旋切槽尖端应力场研究

郑周练, 陈山林, 叶晓明

(重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045)

(本刊编委陈山林来稿)

摘要: 在研究传统切槽爆破的基础上, 提出用螺旋切槽爆破方法进行土石方的松动爆破。用断裂力学理论和 Westergaard 方法, 确定了复变应力函数, 推导出螺旋切槽在准静态压力作用下的裂纹尖端平面应力、应变场。定义了螺旋切槽孔松动爆破的应力强度因子表达式, 能较好地反映螺旋切槽孔的断裂力学性能, 是竖直 V 型切槽爆破、直线裂纹等现有理论的推广。

关键词: 预制; 螺旋切槽; 应力场; 应力强度因子; 准静态压力

中图分类号: TD235.3; TD235.1 文献标识码: A

引言

由于松动爆破不需要平整光滑的断裂面, 其主要任务是破碎爆破对象, 因此, 需要一定密度的爆破裂纹, 爆破时不但要控制破碎后的块体大小, 同时应考虑同等装药量情况下, 破碎半径尽量大。基于这两方面的考虑, 将传统的轴向切槽方式进行改变, 即把沿轴向平行的直槽改成绕轴线旋转螺旋切槽(如图 1), 切槽方向在轴向和径向之间变化, 这种切槽方式可以在轴向调整切槽的密度, 控制爆破块径, 完全满足松动爆破的要求。由于切槽是螺旋形的, 爆破对象的切割也是螺旋形的, 因此称其为螺旋切槽孔爆破。用该方法爆破时, 不产生粉碎区, 爆破范围大, 节省能耗, 成本低, 工期短, 爆破振动较小, 可减少爆破粉尘、噪声、振动对环境的影响, 具有较大的应用推广价值^[1, 2]。

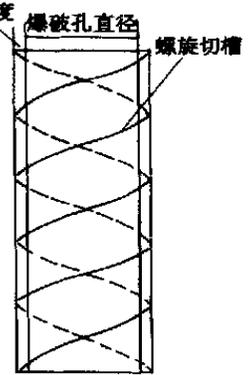


图 1 螺旋切槽示意图

1 Westergaard 应力函数解法^[3]

Westergaard 取一复变函数 $Z_1(z)$, 令其一次积分 $Z_1(z)$ 和二次积分 $Z_1(z)$ 的实部和虚部组成如下 Airy 应力函数 U :

$$U = \operatorname{Re} Z_1(z) + y \operatorname{Im} Z_1(z), \quad (1)$$

根据 Cauchy-Riemann(柯西-黎曼)条件有应力分量:

收稿日期: 2002_08_10; 修订日期: 2003_12_22

基金项目: 重庆市科委基金资助项目(99_5489)

作者简介: 郑周练(1971), 男, 四川蓬安人, 讲师, 博士(联系人, Tel: + 86_23_65120556; E_mail: zhengzhoulian@yahoo.com.cn)

$$= (x - b) + i(y - a \sin \alpha) = z - b - i a \sin \alpha \quad (4)$$

引入极坐标 (r, θ) , 利用欧拉公式 $(r, \theta) = r e^{i\theta} = r(\cos \theta + i \sin \theta)$, 为求得裂纹尖端附近的应力场, 必使 $r \rightarrow 0$, 则 $\theta = r e^{i\theta} \rightarrow 0$, 由此, 有 $\theta = z - b - i a \sin \alpha \rightarrow 0$, 所以, $z = b + i a \sin \alpha$, 那么

$$z - b = i a \sin \alpha, \quad (5)$$

则:

$$Z_1(z) = \left\{ \frac{1 - [z - (b - a \cos \alpha) - i c]^2 / [a \cos \alpha - i c + i a \sin \alpha]^2}{(a \cos \alpha - i c + i a \sin \alpha)} \right\}^{1/2} = \left\{ \frac{(2a \cos \alpha - 2i c + i a \sin \alpha + z - b)(b - z + i a \sin \alpha)}{(2a \cos \alpha - 2i c + i a \sin \alpha)} \right\}^{1/2} \quad (6)$$

将(5)式代入(6)式有

$$Z_1(\theta) = \left\{ \frac{(a \cos \alpha - i c + i a \sin \alpha)}{(2a \cos \alpha - 2i c + 2i a \sin \alpha)(-i c)} \right\}^{1/2} = \frac{[(a \cos \alpha)^2 + (a \sin \alpha - c)^2]^{1/4} e^{i \left[\arctan \frac{(a \sin \alpha - c)/(a \cos \alpha)}{2 - \frac{3}{2}} \right]}}{\sqrt{2} r^{1/2}}, \quad (7)$$

同理, 可求得 Z_2 ,

$$Z_2 = \left\{ \frac{[z - (b - a \cos \alpha) - i c]}{1 - [z - (b - a \cos \alpha) - i c]^2 / [a \cos \alpha + i a \sin \alpha - i c]^2} \right\}^{3/2} = \frac{[(a \cos \alpha)^2 + (a \sin \alpha - c)^2]^{1/4} e^{i \left[\arctan \frac{(a \sin \alpha - c)/(a \cos \alpha)}{2 - \frac{3}{2}} \right]}}{2\sqrt{2} r^{3/2}}, \quad (8)$$

$$\text{式中 } c = a \tan(\alpha/2) \quad (9)$$

$$\text{令 } \alpha_1 = \arctan \frac{\sin \alpha \tan(\alpha/2)}{\cos \alpha}; \quad \alpha_2 = \arctan \frac{\sin \alpha + \tan(\alpha/2)}{\cos \alpha}, \quad (10)$$

则由(2)式有:

$$x = \frac{a^{1/2} [\sec^2(\alpha/2) - 2 \sin \alpha \tan(\alpha/2)]^{1/4}}{\sqrt{2} r} \left\{ \sin \left[\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2} \right] - \frac{1}{2} \sin \alpha \cos \left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right] \right\}, \quad (11)$$

$$y = \frac{a^{1/2} [\sec^2(\alpha/2) - 2 \sin \alpha \tan(\alpha/2)]^{1/4}}{\sqrt{2} r} \left\{ \sin \left[\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2} \right] + \frac{1}{2} \sin \alpha \cos \left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right] \right\}, \quad (12)$$

$$xy = \frac{a^{1/2} [\sec^2(\alpha/2) - 2 \sin \alpha \tan(\alpha/2)]^{1/4}}{\sqrt{2} r^{1/2}} \left\{ \sin \left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right] \right\} \quad (13)$$

4 边界条件验证

1) 当 $y = c$, $x = b - a \cos \alpha$ 时, 即 $z = b - a \cos \alpha - i c$, 用(3)式和一次求导式可以得到, $\sigma_y = \sigma_x = 0$;

2) 当 $y = 0$, $x \rightarrow \infty$, 即 $z \rightarrow \infty$ 时, 根据(3)式由 $Z_1 \rightarrow 0$, 所以有 $\sigma_y = \sigma_x = 0$, $\sigma_{xy} = 0$, 即应力波扩展至无穷远处时岩石应力为 0;

3) 当 $y = a \sin \alpha$, $x = b$ 时, 即 $r = 0$ 时, $Z_1 \rightarrow \infty$, 有 $\sigma_y \rightarrow \infty$, 出现应力集中。可见, 应力函数是满足边界条件的, 从而证明所推导出的应力场公式也是正确的。

5 应力强度因子的确定

5.1 应力强度因子推导

应力强度因子可由相应的应力场和位移场公式确定^[3] 整理式(11)、(12)、(13)有:

$$x = \frac{\sqrt{a^{1/2}[\sec^2(\alpha/2) + 2\sin\alpha \tan(\alpha/2)]^{1/4} \sin(\alpha/2)}}{\sqrt{2r}} \left[\cot \frac{\arctan 2 \sin \frac{\alpha}{2}}{2} \left(1 + \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2} \right) \cos \frac{\alpha}{2} \left(1 - \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{3\alpha}{2} \right) \right], \quad (14)$$

$$y = \frac{\sqrt{a^{1/2}[\sec^2(\alpha/2) + 2\sin\alpha \tan(\alpha/2)]^{1/4} \sin(\alpha/2)}}{\sqrt{2r}} \left[\cot \frac{\arctan 2 \sin \frac{\alpha}{2}}{2} \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2} \right) \cos \frac{\alpha}{2} \left(1 + \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{3\alpha}{2} \right) \right], \quad (15)$$

$$xy = \frac{\sqrt{a^{1/2}[\sec^2(\alpha/2) + 2\sin\alpha \tan(\alpha/2)]^{1/4} \sin(\alpha/2)}}{\sqrt{2r}} \frac{1}{2} \sin \left[\cot \frac{\arctan 2 \sin \frac{\alpha}{2}}{2} \sin \frac{3\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2} \right] \quad (16)$$

根据文献[3]、[6]

$$K = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2r} \sigma_y(r, 0), \quad (17)$$

由式(14)、(15)、(16)、(17)可有:

$$K = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2r} \frac{a^{1/2}[\sec^2(\alpha/2) + 2\sin\alpha \tan(\alpha/2)]^{1/4} \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{2r}},$$

即

$$K = \sqrt{a^{1/2} \left[\sec^2 \frac{\alpha}{2} + 2\sin\alpha \tan \frac{\alpha}{2} \right]^{1/4} \sin \frac{\alpha}{2}} \quad (18)$$

(18)式即为螺旋切槽尖端应力强度因子表达式

当名义螺旋角 $\alpha = 0$ (竖直切槽)时,由(18)式可获得:

$$K = \frac{\sqrt{a \sin(\alpha/4)}}{\sqrt{\cos(\alpha/2)}} \quad (19)$$

(19)式与文献[5]所推导的预制V型裂纹尖端应力强度因子表达式完全一致

5.2 应力强度因子的讨论

根据式(18)应力强度因子的表达式,很容易获得切槽角 α 、名义螺旋角 β 与应力强度因子的关系,即: β 、 α 在 $(0, \pi/2)$ 范围内,随着 β 与 α 的增大,应力强度因子也增大 如果 $\beta = 0$, $\alpha = 0$, 应力强度因子 $K = \sqrt{a}$, 与直线性裂纹表达式完全一致^[3,6,7] 从而说明直线裂纹是螺旋切槽裂纹的特例,从一个侧面反映螺旋切槽尖端应力强度因子推导的正确性

6 结 论

从式(14)、(15)、(16)可以看出,在裂纹尖端 $r \rightarrow 0$ 处,应力 σ_x 、 σ_y 、 σ_{xy} 具有 $1/\sqrt{r}$ 的奇异性 应力场表达式中还应包含非奇异项,由于在裂纹尖端附近,非奇异项可忽略不计,所以在公式推导时已将其省略

对无限大板中穿透性裂纹,受与裂纹表面垂直均匀拉应力作用的裂纹尖端应力场公式^[3,6,7]:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K^*}{\sqrt{2r}} \cos \frac{\alpha}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin(\alpha/2) \sin(3\alpha/2) \\ 1 + \sin(\alpha/2) \sin(3\alpha/2) \\ \sin(\alpha/2) \cos(3\alpha/2) \end{Bmatrix}, \quad (20)$$

式中 K^* 为 V 型裂纹的应力强度因子 将式(14)、(15)、(16)与式(20)进行比较,除了应力强度因子表达式不一致外,式(14)、(15)、(16)中的第二项与式(20)相同,第一项反映了裂纹的几何形状、螺旋角不同对应力场的影响,即式(14)、(15)、(16)中的第一项是对穿透性裂纹尖端应力场公式(20)的修正项 由此说明式(14)、(15)、(16)的物理意义是清楚的,从而反映所推公式的正确性

[参 考 文 献]

- [1] 叶晓明,李成芳. 三维切槽孔爆破方法[J]. 地下空间, 1999, 19(3): 212-218.
- [2] 郑周练,陈山林,叶晓明. 切槽爆破研究的历史及现状[J]. 重庆建筑大学学报, 2001, 23(6): 103-108.
- [3] 沈成康. 断裂力学[M]. 上海: 同济大学出版社, 1996.
- [4] 高军石,杨军,张继春. 准静态压力作用下岩体爆破成缝方向与机理研究[J]. 爆炸与冲击, 1990, 10(1): 76-84.
- [5] 王成瑞. 预制 V 型裂纹尖端应力强度因子的研究[J]. 应用数学和力学, 1992, 13(5): 469-477.
- [6] 黎在良,王元汉,李廷芥. 应力强度因子的数值计算[M]. 北京: 地震出版社, 1996.
- [7] 张行. 断裂力学中应力强度因子的解法[M]. 北京: 国防工业出版社, 1992.
- [8] 杜云贵,张志呈,李通林. 切槽爆破中 V 形切槽产生的力学效应研究[J]. 爆炸与冲击, 1991, 11(1): 26-30.

Stress Field at a Tip of a Prefabricated Spiral V Notch

ZHENG Zhou_lian, CHEN Shan_lin, YE Xiao_ming

(Faculty of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China)

Abstract: Based on the traditional V-notched blasting, a technique of spirally V-notched blasting to loosen earth and rock was presented. Fracture mechanics and Westergaard stress function were adopted to build a complex stress function to derive the plane stress and strain fields at one tip of the crack under a quasi-static pressure. An expression was formulated to define the stress intensity factor of spiral V-notch loosen blasting. Factors that have effects on the stress intensity factor were studied. It is demonstrated that spiral V-notch loosen blasting is an extension of vertical V-notch blasting, straight cracking, and alike theories.

Key words: prefabrication; spiral notch; stress field; stress intensity factor; quasi-static pressure