

高体积分数颗粒增强复合材料有效线性 与非线性介电性质的研究

周萧明, 胡更开

(北京理工大学 理学院 力学系, 北京 100081)

(本刊编委胡更开来稿)

摘要: 基于两球相互作用的近似解, 提出了一种解析方法来预测颗粒增强复合材料的线性有效介电性质, 该方法可以应用于颗粒体积分数较高(可达 50%)的情况。利用割线方法还研究了该类复合材料的非线性有效性质。结果表明当外加电场较弱时该文提出的方法与 Stroud 和 Hui 的方法比较接近, 当外场较强时与 Yu 和 Hui 的方法一致。

关键词: 等效介电常数; 高体积百分比; 非线性复合材料; 割线法

中图分类号: TB330.1 **文献标识码:** A

引 言

预测颗粒增强复合材料等效介电常数(或电导率)的诸多方法中, 应用最多的是 Maxwell-Garnett^[1,2]方法, 在体积百分比比较低时能给出比较准确的预测结果。Bruggeman^[3]提出的有效介质理论特别适合预测夹杂介电常数非常大的情况^[4]。最近 Torquato^[5]和 Kanaun^[6]通过引入三点关联函数来预测球形颗粒复合材料的等效介电常数(或电导率), 该方法能够应用到体积分数非常高甚至接近逾渗的情况。复合材料非线性光学性质的预测也非常重要, Stroud 和 Hui^[7]提出的弱非线性模型能够预测三次非线性介质的等效三阶项系数; 根据同一原理, Yu 和 Hui 等人^[8]提出了预测五阶项系数的方法。基于 Bruggeman 的有效介质理论和局部电场概率分布的 Gauss 近似, Pellegrini^[9]提出了预测复合材料非线性介电性质的一种方法, 在该方法中放弃了非线性解耦假设。周和胡^[10]仿照 Qiu 和 Weng^[11]以及 Hu^[12]在预测复合材料非线性力学行为时提出的应力二阶矩方法, 基于局部电场的二阶矩, 最近发展了割线介电常数方法, 该方法将非线性问题化为一系列线性问题来处理。

本文旨在提出一种简单的解析方法来预测高颗粒体积分数复合材料的有效线性和非线性介电性质。本文安排如下: 在第 1 节, 将首先给出双球问题的近似解, 在此基础上通过解析方法得到复合材料的等效介电常数, 再结合割线方法研究复合材料的等效非线性性质。在第 2

收稿日期: 2005_06_20; 修订日期: 2005_12_30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10325210)

作者简介: 周萧明(1978), 男, 内蒙古集宁人, 博士;

胡更开(1964), 男, 黑龙江人, 教授, 博士, 博士生导师(联系人, Tel/Fax: + 86_10_68912631; E-mail: hugeng@bit.edu.cn)

节, 将具体针对两相复合材料, 给出一些计算结果, 并与其他方法进行比较 由于数学上的相似性, 本文提出的方法也可用于分析颗粒增强复合材料的磁、扩散、导电及热传导等相关问题

1 理论公式

1.1 双球问题的解

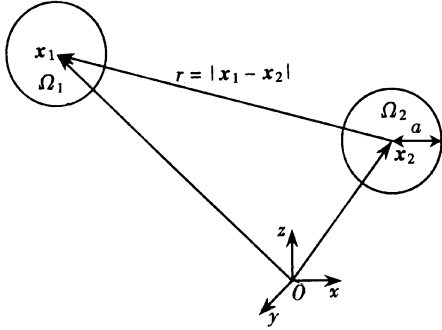


图 1 两球相互作用示意图

考虑半径都为 a 的两个球(第 1 相) 放入无限大均质基体(第 0 相) 中, 如图 1 所示 假设两相材料都是各向同性的, 则介电常数可用标量表示为 $\epsilon_i (i = 0, 1)$ 在宏观均匀外电场 \mathbf{E}^0 作用下, 局部电场 $\mathbf{e}(\mathbf{x})$ 满足下式积分方程^[13]

$$\mathbf{e}^{(1)}(\mathbf{x}) = \mathbf{E}^0 + \int_{\Omega_1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}') [\mathbf{e}^{(1)}(\mathbf{x}') - \mathbf{e}^{(0)}(\mathbf{x}')] d\mathbf{x}' + \int_{\Omega_2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}') [\mathbf{e}^{(2)}(\mathbf{x}') - \mathbf{e}^{(0)}(\mathbf{x}')] d\mathbf{x}' \quad (1)$$

其中 $\mathbf{e}^{(0)}(\mathbf{x}) = -\nabla \phi(\mathbf{x})$, $\phi(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d\mathbf{x}'$, $r = |\mathbf{r}|$, $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{x}'$ (2)

以及 $\mathbf{e}^{(i)}(\mathbf{x}) = \mathbf{e}(\mathbf{x}) - \mathbf{e}^{(0)}(\mathbf{x})$, $\mathbf{e}^{(i)}(\mathbf{x})$ 表示 $\mathbf{e}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in \Omega_i (i = 1, 2)$ (下同)

值得指出的是等式(1) 右边最后一项表示两球相互作用过程中另一个球的影响, 去掉该项得到不考虑球间相互作用的结果

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{E}^0 - \mathbf{P} \mathbf{e}_1, \quad (3)$$

其中 \mathbf{P} 类似于 Eshelby 张量, 对于球形夹杂具有简单的表达式 $\mathbf{P} = 1/3 \epsilon_0 \mathbf{I}$ (\mathbf{I} 为二阶单位张量), 单球问题夹杂内的局部电场 \mathbf{e}_1 为常量

将式(3) 代入式(1), 由球相互作用引起的电场扰动将满足以下方程

$$\mathbf{h}^{(1)}(\mathbf{x}) = \int_{\Omega_2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}') \mathbf{h}^{(2)}(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' + \int_{\Omega_1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}') \mathbf{h}^{(1)}(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' + \int_{\Omega_2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}') \mathbf{h}^{(2)}(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (4)$$

其中电场扰动定义为

$$\mathbf{h}^{(i)}(\mathbf{x}) = \mathbf{e}^{(i)}(\mathbf{x}) - \mathbf{e}_1, \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

在式(4) 右边最后两个积分中, 假设扰动是均匀的, 并以 $\mathbf{h}^{(i)}(\mathbf{x}_i)$ 来表示球域 Ω_i (球心坐标为 \mathbf{x}_i) 内的扰动 该假设与 Ju 和 Chen^[14] 在处理相关力学问题时所作的近似一致, 相当于令二阶张量 $(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ 在域 Ω_i 内的球心 \mathbf{x}_i 处作展开而只取零阶项 利用该假设根据式(4) 可以得到近似方程

$$\mathbf{h}^{(1)}(\mathbf{x}) = \int_{\Omega_2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}') \mathbf{h}^{(2)}(\mathbf{x}_2) d\mathbf{x}' - \mathbf{P} \mathbf{h}^{(1)}(\mathbf{x}_1) + \int_{\Omega_1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_2) \mathbf{h}^{(2)}(\mathbf{x}_2) d\mathbf{x}' \quad (6)$$

其中 V_i 是球的体积

在式(6) 两边进行体积平均并对球域 Ω_i 引入电场扰动的平均

$$\mathbf{h}^{(i)} = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{h}^{(i)}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (7)$$

则式(6)可重新表示为

$$\mathbf{h}^{(1)} = \mathbf{P}_2 \mathbf{e}_1 - \mathbf{P} \mathbf{h}^{(1)} + \mathbf{P}_1 \mathbf{h}^{(2)}, \quad (8)$$

其中

$$\mathbf{P}_1 = \int_V (\mathbf{x} - \mathbf{x}_2) d\mathbf{x} = \frac{1}{3} \mathbf{F}(1, -3), \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_2 = \int_V (\mathbf{x} - \mathbf{x}_1) d\mathbf{x} = \frac{1}{3} \mathbf{F}(1, -3), \quad (10)$$

并定义二阶张量

$$\mathbf{F}(A_1, A_2) = A_1 \mathbf{ij} + A_2 n_i n_j, \quad (11)$$

$$\text{且 } \mathbf{n} = \mathbf{r}/r, \mathbf{r} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2, r = |\mathbf{r}|, \quad (12)$$

根据式(8)可以进一步得到

$$\mathbf{h}^{(1)} = \mathbf{h}^{(2)} = \mathbf{h} \quad (13)$$

因此, 最终式(8)的解为

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{F}(1, -3) \mathbf{e}_1, \quad (14)$$

$$\text{其中 } \mathbf{S} = (1 + 3) \mathbf{I} - \mathbf{F}(1, -3), \quad (15)$$

并设 $\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_1$

求解二阶张量 \mathbf{S} 逆的过程可参见附录, 在 \mathbf{S} 逆的表达式中略去的高阶项最后得到

$$\mathbf{S}^{-1} = \frac{1}{1+3} \mathbf{I} + \frac{3}{(1+3)^2} \mathbf{F}(1, -3) \quad (16)$$

将式(16)代入式(14), 最后得到 \mathbf{h} 的表达式为

$$\mathbf{h} = \frac{1}{(1+3)^2} \mathbf{F}[(1+3) \mathbf{F}(1, -3) + \mathbf{F}(1, 3)] \mathbf{e}_1 \quad (17)$$

在复合材料中, 为了得到所有其它球对某一个球均产生影响时的 \mathbf{h} 整体平均, 当给定第一个球(球心 \mathbf{x}_1) 的位置后, 式(17) 必须对所有第二个球(球心 \mathbf{x}_2) 可能存在的位置作积分则整体平均可定义为

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}_1) = \int_V \mathbf{h}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) P(\mathbf{x}_2 | \mathbf{x}_1) d\mathbf{x}_2 \quad (18)$$

其中 $P(\mathbf{x}_2 | \mathbf{x}_1)$ 是两点条件概率函数, 其分布取决于复合材料的微结构, V 代表单元的体积对各向同性复合材料, 通常假设两点条件概率函数是统计各向同性的并服从如下形式^[15-17]

$$P(\mathbf{x}_2 | \mathbf{x}_1) = \frac{N}{V} g(r), \quad r \leq 2a, \quad (19)$$

其中 N/V 是复合材料的颗粒密度, $g(r)$ 为径向分布函数

本文将具体研究均匀(uniform)径向分布函数 $g(r) = 1$ 和由 Percus_Yevick 方程得到的分布函数的情况 考虑颗粒间不允许相互渗透, 从著名的 Percus_Yevick 方程可以解得一个非常稳定的两点关联函数, 该方程是在液体分子理论^[18]中基于热动平衡状态提出来的 图 2 给出了颗粒体积分数分别为 $\phi = 0.1, 0.3$ 和 0.5 时的 Percus_Yevick 径向分布函数曲线

利用式(17)和式(19), 式(18)的积分可通过下式计算

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}_1) = \frac{N}{V} \frac{1}{(1+3)^2} \left\{ \int_{2a}^{\infty} g(r) [(1+3) \mathbf{F}(1, -3) + \mathbf{F}(1, 3)] d\mathbf{r} \right\} \mathbf{e}_1, \quad (20)$$

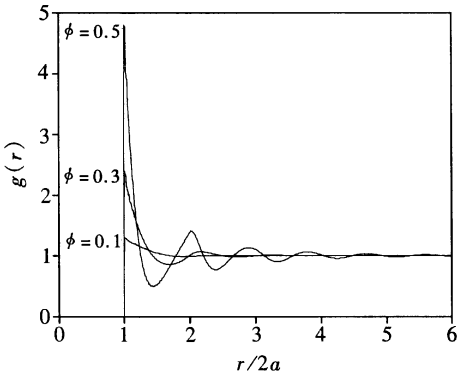


图2 体积分数分别为 $\phi = 0.1, 0.3$ 和 0.5 时的 Percus_Yevick 径向分布函数

其中 $\delta(r)$ 代表半径为 r 的球面 另外, 可以证明下式成立

$$n_i n_j d = \frac{4}{3} \frac{r^2}{ij} \quad (21)$$

最后利用式(21) 就可以得到电场扰动的整体平均值, 其表达式具有如下形式

$$\mathbf{h} = \mathbf{e}_1, \quad (22)$$

其中 \mathbf{e}_1 可以写为

$$\mathbf{e}_1 = \frac{1}{(1 + 3\phi)^2} Y(g), \quad (23)$$

体积分数为 $\phi = \frac{4}{3} \frac{a^3 N}{V}$ 以及

$$Y(g) = 6 \int_0^{1/2} g(r) d\mathbf{r} \quad (24)$$

根据式(24), 采用均匀径向分布函数时得 $Y(g) = 1/4$ 对于其他统计各向同性的径向分布函数, 通过简单的一维数值积分可以很容易得到 $Y(g)$ (对 P_Y 分布 $Y(g) > 1/4$) 因此根据式(22), 在给定体积分数后, 对于均匀、P_Y 或任何其他各向同性径向分布函数都能得到 \mathbf{h}

1.2 复合材料的等效介电常数

考虑颗粒间不允许相互渗透的复合材料, 其等效介电常数可以通过上一节双球问题的解导出 结合式(3)、式(5)和式(22)可以得到下面的局部化关系

$$\mathbf{e} = \frac{3}{1 + 3\phi} (1 + \mathbf{e}_1) \mathbf{E}^0 \quad (25)$$

有了上述局部化关系, 根据细观力学理论, 复合材料等效介电常数为

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \left[1 + \frac{3(1 + \mathbf{e}_1)}{3(1 + \mathbf{e}_1) + (1 - \mathbf{e}_1)} \right], \quad (26)$$

其中 \mathbf{e}_1 由式(23)给出, 与复合材料内颗粒的分布有关 可以发现当 \mathbf{e}_1 为零时(夹杂间没有相互作用), 式(26)就退化为著名的 Maxwell_Garnett 公式

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \left[1 + \frac{3}{3 + (1 - \phi)} \right] \quad (27)$$

1.3 复合材料非线性有效介电性质

在本节中, 前面所提出的线性方法将用来分析复合材料的等效非线性性质 根据基于局部电场二阶矩的割线介电常数方法^[10], 复合材料的非线性有效介电性质可以由一系列线性复合材料性质描述 该方法最早由 Qiu 和 Weng^[11] 以及 Hu^[12] 在预测复合材料塑性行为时被提出, 这种割线方法与 Ponte Castaneda^[19] 提出的严格变分方法一致

割线方法引入了线性比较复合材料, 该线性比较复合材料与真实非线性复合材料具有相同的微结构 对于各向同性材料, 线性比较复合材料第 i 相的割线介电常数定义为

$$\epsilon_i^s = \frac{i(\mathbf{e})}{\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}}, \quad (28)$$

其中 $\mathbf{e} = \sqrt{\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}}$, $i(\mathbf{e})$ 为第 i 非线性相的势函数 借助于割线介电常数, 真实非线性复合材料第 i 相的电位移 \mathbf{d} 和电场 \mathbf{e} 有如下关系

$$\mathbf{d} = \epsilon_i^s \mathbf{e} \quad (29)$$

线性比较复合材料受宏观外电场 E 作用时, 局部电场的二阶矩在第 i 相材料内的平均可以通过下式计算^[10]

$$e^2_i = E \frac{s_e}{i} E, \tag{30}$$

其中 i 表示在第 i 相材料内作体积平均, s_e 是线性比较复合材料的等效割线介电常数

当复合材料各非线性相满足三次非线性关系 $d = e + e^2 e$ 时, 其中 e 、 e^2 分别是介电常数和非线性系数, 非线性相的割线介电常数定义为

$$s_e = i + i e^2_i \tag{31}$$

将式(30)代入式(31)就得到了局部相的割线介电常数和宏观外场的关系 线性比较复合材料的等效介电常数 s_e 被认为就是真实非线性复合材料的割线等效介电常数, 复合材料的宏观非线性介电性质最后可以表示为

$$D = s_e(E) E \tag{32}$$

2 计算结果与讨论

2.1 线性有效性质

对各向同性颗粒增强复合材料, 我们将给出采用均匀和 Percus_Yevick 径向分布函数时的计算结果, 并与 Maxwell 稀疏模型、Maxwell_Garnett 方法以及 Torquato^[5] 的三阶近似方法进行比较 在计算中基体和颗粒的介电常数分别设为 $\epsilon_0 = 1, \epsilon_1 = 100$

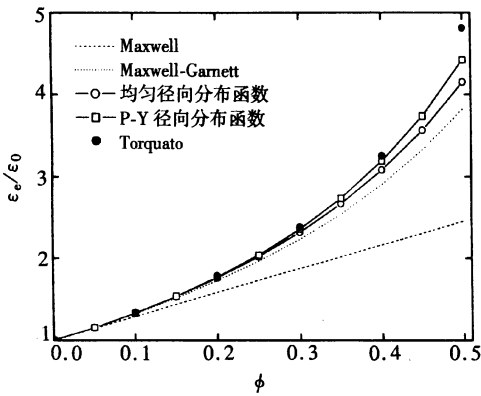


图3 $\epsilon_0 = 1, \epsilon_1 = 100$ 时复合材料等效介电常数 ϵ_e 与体积分数 ϕ 的关系

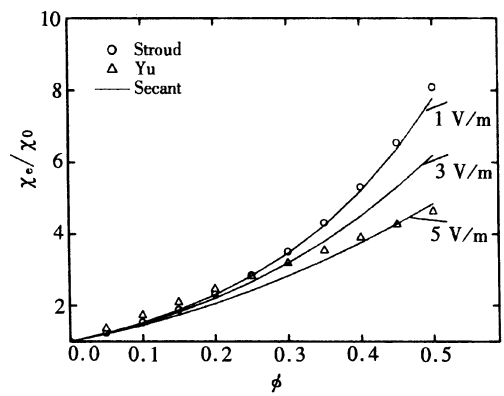


图4 不同方法预测的颗粒增强复合材料等效非线性系数 χ_e 与体积分数 ϕ 的关系

图3给出了不同方法之间的比较结果, 可以看出当体积分数小于约10%时, 所有的方法都与稀疏模型预测的结果一致 Maxwell_Garnett 方法与基于三点关联函数的 Torquato 方法相比, 在体积分数大于30%时对等效介电常数的预测明显偏低 从本文方法给出的计算结果可以看出, 采用P_Y 径向分布函数比采用均匀径向分布函数预测得好, 当体积分数较高时, 这两种分布得到的预测结果都比 Maxwell_Garnett 的预测合理 另外本文的方法具有简单的解析表达式以及清晰的物理涵义

2.2 非线性有效性质

下面将具体针对颗粒增强复合材料以及两相材料均符合三次非线性关系的情况给出具体的预测结果, 线性有效介电常数将利用 P_Y 分布进行计算 为了进行比较, 下面先简单回顾一

下在引言中提到的 Stroud 和 Hui^[7] 以及 Yu 和 Hui 等人^[8] 提出的方法 根据 Stroud 和 Hui 的方法, 当各相材料满足三次非线性关系时, 复合材料的非线性有效性质也具有三次非线性形式

$$D = \epsilon_e(E) + \epsilon_e E^2(E), \tag{33}$$

其中 ϵ_e 是两相材料介电常数分别为 ϵ_0 、 ϵ_1 时的复合材料线性有效介电常数 ϵ_e 等效非线性系数

ϵ_e 定义为 $\epsilon_e E^4 = \epsilon_e^4$, 其中 $E = \sqrt{E \cdot E}$, ϵ_e 的表达式为

$$\epsilon_e = \frac{1}{i=0,1} \frac{1}{i} \left[\frac{\epsilon_i}{i} \right]^2 \tag{34}$$

按照 Stroud 和 Hui 的定义, 割线方法则是通过一系列线性比较复合材料给出真实复合材料的等效非线性系数

$$\epsilon_e = \frac{1}{i=0,1} \frac{1}{i} \left[\frac{s_i \epsilon_i}{s_i} \right]^2, \tag{35}$$

其中 ϵ_e^s 是真实非线性复合材料的等效割线介电常数或具有割线介电常数为 ϵ_{0s} 、 ϵ_{1s} 时线性比较复合材料的线性等效介电常数# 值得注意的是各相割线介电常数与宏观外场 E 有关, 这意味着割线方法得到的 V_e 也将与外场有关#

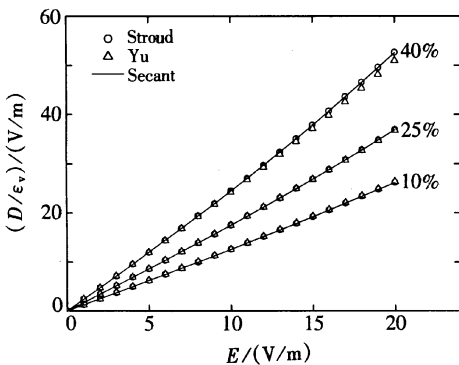
根据 Yu 和 Hui 等人^[8] 的方法, 电位移与电场之间的等效非线性关系仍用式(33) 来表示, 但这时等效非线性系数为

$$V_e = V_0 + \langle v_1 v_0 \left[-1 + 4b_0 + \frac{36b_0^2}{5} + \frac{8b_0^3}{5} + \frac{8b_0^4}{5} \right] + \langle v_1 v_1 c_0^4 \rangle \tag{36}$$

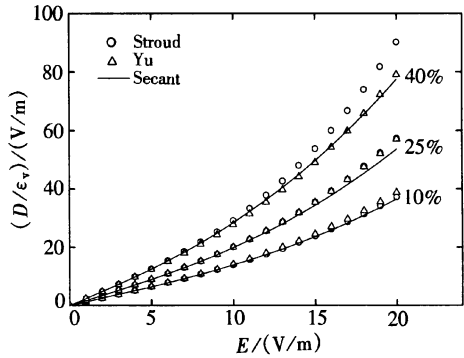
其中 $b_0 = (\epsilon_1 - \epsilon_0) / (\epsilon_1 + 2\epsilon_0)$, $c_0 = 3\epsilon_0 / (\epsilon_1 + 2\epsilon_0)$ #

计算中所选材料参数为 $\epsilon_0 = 1$, $\epsilon_1 = 10$, $V_0 = 0.01$, $V_1 = 0.1$, 其中均相对于真空中的介电常数 ϵ_0 (8.854 @ 10^{-12} F/m)# 图4 给出了当外加电场分别为 $E = 1, 3$ 和 5 (V/m) 时 3 种方法预测的等效非线性系数 V_e 与体积分数的关系#

根据计算结果可以看出, 对于一定的入射场割线方法预测的结果可以介于 Stroud 的和 Yu 的方法之间# 当入射场较小时, 割线方法预测的结果与 Stroud 的结果比较接近; 而当入射场增强时, 割线方法预测的结果更接近 Yu 的结果#



(a) $V_0 = 10^{-4}$



(b) $V_0 = 10^{-3}$

图5 体积分数分别为 $\leq 10\%$ 、 25% 和 40% 时不同方法所预测的电位移和电场的关系

图5 给出了 3 种方法预测的复合材料电位移与电场之间的非线性关系# 所选材料参数为 $\epsilon_0 = 1$, $\epsilon_1 = 10$, $V_1 = 0.01$, 基体非线性系数取两种情况 $V_0 = 10^{-4}$ 和 $V_0 = 10^{-3}$ # 从计算结果可以看出, 当基体非线性系数 V_0 非常小时 3 种方法预测的结果几乎一致, 但当 V_0 增大时 Stroud

的方法在颗粒体积分数较大时预测结果偏高,而割线方法和 Yu 的方法一直吻合比较好,如图 5(b) 所示# 值得指出的是,割线方法不仅能够预测各相材料为非线性的情况,而且能够预测各向异性复合材料的非线性性质#

3 结 论

通过考虑两球之间的直接相互作用,本文提出了一种简单的解析方法,该方法可以预测颗粒增强复合材料的等效线性介电常数# 该方法非常简单,在体积分数较高时预测结果比著名的 Maxwell_Garnett 方法要好,而与 Torquato 提出的基于三点关联函数的方法非常一致# 通过上述方法与割线方法的结合,我们还研究了颗粒增强复合材料的非线性有效介电性质,结果表明割线方法与 Yu 和 Hui 的方法要比与 Stroud 和 Hui 的方法吻合得要好#

附录 二阶张量 F 的求逆

在式(11)中我们定义了二阶张量 F

$$F(A_1, A_2) = A_1 D_{ij} + A_2 n_i n_j \quad (A1)$$

若二阶张量的点乘遵循

$$F(A_1, A_2) \cdot F(B_1, B_2) = F(C_1, C_2), \quad (A2)$$

则从中可以解出

$$C_1 = A_1 B_1, \quad (A3)$$

$$C_2 = A_1 B_2 + A_2 (B_1 + B_2), \quad (A4)$$

其中用到了等式 $n_i n_i = 1$ 使 $F(A_1, A_2)$ 表示为 $F(B_1, B_2)$ 的逆张量,则在等式(A3)和(A4)中令 $C_1 = 1, C_2 = 0$, 最终可以解得

$$A_1 = 1/B_1, \quad (A5)$$

$$A_2 = -\frac{B_2}{B_1(B_1 + B_2)} \quad (A6)$$

[参 考 文 献]

- [1] Garnett J C M. Colors in metal glasses and in metallic films[J]. Trans Roy Soc London, 1904, 203: 385) 420.
- [2] Garnett J C M. Colors in metal glasses, in metallic films, and in metallic solutions_ [J]. Trans Roy Soc London, 1906, 205: 237) 288.
- [3] Bruggeman V D A G. Berechnung verschiedener physikalischer konstanten von heterogenen substanzen[J]. Annalen der Physik, 1935, 24: 636) 664.
- [4] Doyle W T, Jacobs I S. Effective cluster model of dielectric enhancement in metal-insulator composites[J]. Physical Review B, 1990, 42(15): 9319) 9327.
- [5] Torquato S. Effective electrical conductivity of two-phase disordered composite media[J]. Journal of Applied Physics, 1985, 58(10): 3790) 3797.
- [6] Kanaun S K. Dielectric properties of matrix composite materials with high volume concentrations of inclusions (effective field approach) [J]. International Journal of Engineering Science, 2003, 41 (12): 1287) 1312.
- [7] Stroud D, Hui P M. Nonlinear susceptibilities of granular matter[J]. Physical Review B, 1988, 37 (15): 8719) 8724.
- [8] Yu K W, Hui P M, Stroud D. Effective dielectric response of nonlinear composites[J]. Physical Review B, 1993, 47(21): 14150) 14156.

- [9] Pellegrini Y P. Field distributions and effective_medium approximation for weakly nonlinear media [J]. Physical Review B, 2000, 61(14): 9365-9372.
- [10] 周萧明, 胡更开. 预测复合材料非线性有效介电系数的割线方法[J]. 复合材料学报, 2005, 21(6): 149-154.
- [11] Qiu Y P, Weng G J. A theory of plasticity for porous materials and particle_reinforced composites [J]. Journal of Applied Mechanics, 1992, 59(2): 261-268.
- [12] Hu G K. A method of plasticity for general aligned spheroidal voids or fiber reinforced composites [J]. International Journal of Plasticity, 1996, 12(4): 439-449.
- [13] Chew W C. Waves and Fields in Inhomogeneous Media [M]. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990.
- [14] Ju J W, Chen T M. Effective elastic moduli of two_phase composites containing randomly dispersed spherical inhomogeneities[J]. Acta Mechanica, 1994, 103(1/4): 123-144.
- [15] Batchelor G K, Green J T. The determination of the bulk stress in a suspension of spherical particles to order c^2 [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1972, 56(3): 401-427.
- [16] Willis J R, Acton J R. The overall elastic moduli of a dilute suspension of spheres[J]. Quart J Mech Appl Math, 1976, 29(2): 163-177.
- [17] Chen H S, Acrivos A. The effective elastic moduli of composite materials containing spherical inclusions at non_dilute concentrations[J]. International Journal of Solids and Structures, 1978, 14(5): 349-364.
- [18] Percus J K, Yevick G J. Analysis of classical statistical mechanics by means of collective coordinates [J]. Physical Review, 1958, 110(1): 1-13.
- [19] Ponte Castaneda P. The effective mechanical properties of nonlinear isotropic composite[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1991, 39(1): 45-71.

L i n e a r a n d N o n l i n e a r D i e l e c t r i c P r o p e r t i e s o f P a r t i c u l a t e
C o m p o s i t e s a t F i n i t e C o n c e n t r a t i o n

ZHOU Xiao_ming, HU Geng_kai

(Department of Applied Mechanics , Beijing Institute of Technology ,
Beijing 100081, P. R. China)

Abstract: An analytical method was proposed to calculate effective linear and nonlinear dielectric properties for particulate composites. The method is based on an approximate solution of two_particle interaction problem, and it can be applied to relatively high volume concentration of particles (up to 50%). Nonlinear dielectric property was also examined by means of secant method. It is found that for low applied electric field the proposed method is close to Stroud and Hui's method and for high applied electric field it is close to Yu's method.

Key words: effective dielectric constants; finite concentration; nonlinear composite; secant method