

液固两相圆柱绕流尾迹内颗粒 扩散分布的离散涡数值研究*

黄远东, 吴文权

(上海理工大学 环境工程系, 上海 200093)

(戴世强推荐)

摘要: 基于离散涡方法求得的非定常水流场和颗粒的 Lagrange 运动方程, 数值模拟了稀疏液固两相圆柱绕流尾迹内颗粒的扩散分布. 获得了流动的涡谱与 3 种不同 St 数颗粒 ($St = 0.25, 1.0, 4.0$) 在流场中的分布. 通过引入扩散函数来定量表示颗粒在流场中的纵向扩散强度, 并计算得到了不同 St 数颗粒的扩散函数随时间的变化. 数值结果揭示出了液固两相圆柱绕流尾迹中的颗粒扩散分布与颗粒的 St 数和尾涡结构密切相关: 1) 中小 St 数 ($St = 0.25 \sim 4.0$) 颗粒在运动过程中不能进入涡核区, 而在旋涡结构的外沿聚集, 且颗粒的 St 数愈大, 其越远离涡核区域; 2) 在圆柱绕流尾迹区域内, 中小 St 数 ($St = 0.25 \sim 4.0$) 颗粒的纵向扩散强度随其 St 数的增大而减小.

关键词: 液固两相; 高 Reynolds 数; 离散涡方法; 尾涡; 颗粒扩散

中图分类号: O352 **文献标识码:** A

引 言

非定常浑水圆柱绕流是水利和环境工程中常见的流动现象. 由于尾涡的发展演化是高 Reynolds 数圆柱绕流的主要特征, 因此, 掌握尾涡场中的颗粒扩散分布机理是对浑水圆柱绕流进行可靠预测的关键. 人们对非定常旋涡气流场中的颗粒扩散进行了大量的数值研究, 发现大尺度拟序结构对一定 St 数范围内的颗粒扩散分布起支配作用^[1~3]. 然而到目前为止, 有关数值研究液固两相圆柱绕流中颗粒扩散运动的报道很少. Tomomi Uchiyama 等人数值研究过液固两相圆柱绕流尾迹中的颗粒运动分布现象^[4]. Tomomi Uchiyama 采用离散涡方法和颗粒的 Lagrange 跟踪方法, 仿真得到了尾流中的颗粒分布与旋涡分布形态. 但其研究中的最大不足是计算中所取颗粒粒径太大 (0.6 mm 和 1.2 mm 两种), 这样粒径大小的颗粒在河流悬移质中是不存在的, 同时其所取的圆柱体直径太小 (仅为 30 mm). 总之, 不管是在实际的液固两相流动中, 还是在满足模型相似律的液固两相流动实体模型中, 都不存在 Tomomi Uchiyama 所设定的水沙计算条件. 此外, Tomomi Uchiyama 并没有对颗粒扩散强度进行定量分析. 近年来, 我们对泥沙在圆柱绕流尾涡内的运动进行了数值仿真^[5], 但研究中未定量分析不同粒径大小颗粒在尾流中的扩散强度, 此外, 在计算中将颗粒从进口的固定位置上发放, 虽然可以很好反映颗粒

* 收稿日期: 2004_06_18; 修订日期: 2005_12_15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70371011); 上海市教委发展基金 (03GK04)

作者简介: 黄远东 (1965—), 男, 湖南邵阳人, 副教授, 博士 (联系人. Tel: + 86_21_55222716; E-mail: huangyuandong@tsinghua.org.cn).

随旋涡卷起、掺混的过程,但难以显示颗粒在流场中的分布形态.

本文旨在通过数值研究来揭示圆柱绕流尾迹内的旋涡结构对颗粒扩散分布影响的规律.为此,本研究以二维浑水圆柱绕流(绕流 Reynolds 数为 10^6)为研究对象,采用离散涡方法求解非定常水流场(离散涡方法能抓住流动的本质,例如易于模拟旋涡的发展演化过程,同时与 DNS 方法相比,离散涡方法要简单,且计算耗时也少),求解颗粒的 Lagrange 运动方程来跟踪颗粒在流场中的运动,通过数值模拟和采用定性和定量相结合的方法,来揭示不同粒径大小的颗粒在圆柱绕流尾迹区域内的扩散分布规律.

1 基本方程与数值方法

1.1 非定常水流场

采用离散涡方法^[6~8]求解非定常水流场.对于二维不可压缩粘性流动,其涡动方程为:

$$\frac{D\omega}{Dt} = \nu \nabla^2 \omega, \quad (1)$$

式中 t 为时间, ν 是流体的运动粘性系数,流体旋度 ω 表示为

$$\omega(x, y, t) = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}; \quad (2)$$

静止圆柱内部满足

$$\omega = 0, \quad (3)$$

式中 u 和 v 分别为 x 方向和 y 方向的流体速度分量.

以旋度 ω 表示的边界条件为

$$\oint_{S_m} \nu \frac{\partial \omega}{\partial n} ds = 0, \quad (4)$$

式中 S_m 为圆柱表面, n 为圆柱表面的法向矢量.

旋度框架下的控制方程等价于以流体速度和压力表示下的控制方程.流函数 ϕ 与流体的速度关系为:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial x}; \quad (5)$$

式(5)满足连续性方程.由式(2)和式(5)可得到 Poisson 方程

$$\nabla^2 \phi = -\omega, \quad (6)$$

显然可以通过 Poisson 方程,由旋度 ω 得到流函数 ϕ .

将连续分布在平面上一定区域的涡量用 N 个离散涡泡来代替,则有

$$\omega = \sum_{i=1}^N K_{\sigma}(r) \Gamma_i, \quad (7)$$

其中, Γ_i 为第 i 个涡泡的强度, $r = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$, (x_i, y_i) 为第 i 个涡泡中心的位置, $K_{\sigma}(r)$ 为截断函数,它应该满足

$$\int K_{\sigma}(r) dx dy = 1. \quad (8)$$

$$\text{取} \quad K_{\sigma}(r) = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma^2}{(r^2 + \sigma^2)^2}, \quad (9)$$

显然这样所选取的截断函数满足归一化条件

$$\int K_{\sigma}(r) dx dy = \int_0^{\infty} \frac{1}{\pi} \frac{\sigma^2}{(r^2 + \sigma^2)^2} 2\pi r dr = 1. \quad (10)$$

由大量涡泡所诱导的流函数为 $\sum \phi_i$, ϕ_i 表示为

$$\phi_i = -\frac{\Gamma_i}{4\pi} \ln(r_i^2 + \sigma^2), \quad (11)$$

式中 σ 为涡泡半径, $r_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$.

而在流场中, 任意一点的流函数可表示为

$$\phi(x, y, t) = \sum_{i=1}^N -\frac{\Gamma_i}{4\pi} \ln(r_i^2 + \sigma^2) - xV_\infty \sin \beta + yV_\infty \cos \beta, \quad (12)$$

式中, V_∞ 为自由来流速度 ($V_\infty = u_\infty \mathbf{i} + v_\infty \mathbf{j}$), β 为自由来流与 x 方向的夹角.

根据 Biot-Savart 定理, 可由离散旋涡场得到速度场:

$$u(x, y, t) = u_\infty + \sum_{i=1}^N -\frac{\Gamma_i}{2\pi} \frac{y - y_i}{r_i^2 + \sigma^2}, \quad (13)$$

$$v(x, y, t) = v_\infty + \sum_{i=1}^N \frac{\Gamma_i}{2\pi} \frac{x - x_i}{r_i^2 + \sigma^2}. \quad (14)$$

在流场中, 每个涡泡以流体的速度运动. 在数值仿真过程中的每一时间步, 始终跟踪离散涡泡的运动, 当离散涡泡的发展演化过程确定以后, 整个流场(例如速度场)就可以通过 Biot-Savart 定理求得.

1.2 单颗粒的 Lagrange 运动方程

采用 Lagrange 方法模拟非定常水流场中固体颗粒的运动. 模拟中做出下述假设:

- 1) 考虑稀疏液固两相流动(颗粒的体积分数为 10^{-3} 量级), 因此可以忽略颗粒之间的相互碰撞^[9], 同时可不计颗粒存在与运动对水流场的影响;
- 2) 不计颗粒旋转(忽略 Magnus 力);
- 3) 为球形颗粒;
- 4) 二维流动, 且流动平面与重力方向垂直;
- 5) 不考虑流线弯曲效应.

在上述假设下, 颗粒的 Lagrange 运动方程为:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{6} d_p^3 \rho_p \frac{d\mathbf{V}_p}{dt} = & 3\pi \mu f (\mathbf{V} - \mathbf{V}_p) + \frac{\pi}{12} d_p^3 \rho \frac{d}{dt} (\mathbf{V} - \mathbf{V}_p) + \frac{\pi}{6} d_p^3 \rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} + \\ & 1.615 d_p^2 (\mu \rho)^{1/2} \left[(v - v_p) \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^{1/2} \mathbf{i} + (u - u_p) \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^{1/2} \mathbf{j} \right] + \\ & \frac{3}{2} d_p^2 \rho \sqrt{\pi V} \int_0^{\tau} \left[\frac{d\mathbf{V}}{d\tau} - \frac{d\mathbf{V}_p}{d\tau} \right] \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}}, \end{aligned} \quad (15)$$

式中, ρ_p 和 ρ 分别为颗粒和流体的密度, d_p 为颗粒粒径, μ 为流体动力粘性系数, \mathbf{V} 和 \mathbf{V}_p 分别为流体和颗粒的瞬时速度, f 为阻力修正系数, d/dt 为沿颗粒运动轨迹的时间导数, D/Dt 为沿流体运动的时间导数. d/dt 和 D/Dt 可表示为:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_p \cdot \nabla, \quad (16)$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla, \quad (17)$$

且有 $\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right]$.

式(15)中的等式右边各项分别为阻力、附加质量力、压强梯度力、Saffman 升力和 Basset 力.

颗粒 Reynolds 数 Re_p 定义为:

$$Re_p = \frac{|V - V_p| d_p}{\nu} \quad (18)$$

f 与颗粒的 Reynolds 数有关:

$$f = 1, \quad Re_p < 1, \quad (19)$$

$$f = 1 + Re_p^{2/3}/6, \quad 1 \leq Re_p \leq 1000, \quad (20)$$

$$f = 0.44Re_p/24, \quad Re_p > 1000. \quad (21)$$

对于固体颗粒与圆柱壁面碰撞后的反弹,按下述经验公式计算^[10]:

$$v_{n2}/v_{n1} = 1.0 - 0.4159\beta_1 - 0.4994\beta_1^2 + 0.292\beta_1^3, \quad (22)$$

$$v_{t2}/v_{t1} = 1.0 - 2.12\beta_1 + 3.0775\beta_1^2 - 1.1\beta_1^3, \quad (23)$$

式中, v_{n1} 、 v_{t1} 分别为颗粒碰壁前的法向速度和切向速度, v_{n2} 、 v_{t2} 分别为颗粒碰壁后的法向速度和切向速度, β_1 是颗粒碰壁前和壁面切向之间的夹角 ($\beta_1 = \arctan(v_{n1}/v_{t1})$).

引入特征长度 L , 特征速度 U , 特征时间 $T = L/U$, 并令

$$x = x'L, \quad y = y'L, \quad \nabla = \nabla'/L, \quad V = V'U, \quad V_p = V'_pU, \quad t = t'L/U. \quad (24)$$

式(24)代入式(15), 并去掉变量右上角的指标后, 得到无量纲化的颗粒运动方程:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{2}\alpha\right) \frac{dV_p}{dt} = \frac{f}{St}(V - V_p) + \alpha \left[\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V + \frac{1}{2} \frac{dV}{dt} \right] + \\ \frac{3}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{St}} \int_0^t \frac{dV/d\tau - dV_p/d\tau}{\sqrt{t-\tau}} d\tau + \\ \frac{1.615\sqrt{2}}{\pi} \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{St}} \left[(v - v_p) \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^{1/2} \mathbf{i} + (u - u_p) \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^{1/2} \mathbf{j} \right], \end{aligned} \quad (25)$$

$$\text{其中} \quad \alpha = \rho/\rho_p, \quad (26)$$

St 为颗粒的 Stokes 数, 它表示颗粒驰豫时间与流体流动时间的比,

$$St = \frac{\rho_p d_p^2 / 18\mu}{L/U}. \quad (27)$$

根据速度定义有

$$\frac{d\mathbf{r}_p(t)}{dt} = V_p, \quad (28)$$

式中 $\mathbf{r}_p(t)$ 为 t 时刻颗粒所在位置矢量.

因此, 可首先求解式(25) 得到颗粒速度, 然后积分式(28) 得到颗粒在非定常流场中所处的位置.

1.3 两相流动具体计算过程

在每一时间步内, 首先应用离散涡方法求解非定常水流场, 然后在已求得的水流场中求解颗粒的 Lagrange 运动方程. 显然在求解过程中可以充分计及非定常水流场对颗粒运动的非线性影响作用.

2 数值模拟结果与分析

2.1 模拟计算条件

采用上述数值方法, 模拟与重力方向相垂直的平面二维稀疏液固两相圆柱绕流, 图 1 为计算区域. 坐标原点选在静止圆柱的中心, 自由来流速度与 x 方向平行, 而其大小为 $V_\infty = 1$ (无量纲), 圆柱体直径 $D = 1$ (无量纲). 流体运动粘性系数为 $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, 绕流 Reynolds 数为 10^6 , 颗粒的体积分数小于 10^{-3} , ρ_p 和 ρ 分别为 2650 kg/m^3 和 1000 kg/m^3 , 为充分计及非定常不稳

定流场对颗粒运动的影响, 取颗粒计算的时间步长与流场计算的时间步长相等, 都为0.018.

计算时间每向后推进一步, 在上游边界 ($x/D = -2, -3 \leq y/D \leq 3$) 处随机发放30颗具有同一粒径的球形颗粒, 且取颗粒的初始速度等于颗粒所在处的自由来流速度. 计算总物理时间为16.2(900步).

为充分研究颗粒在尾流中的运动扩散特征,

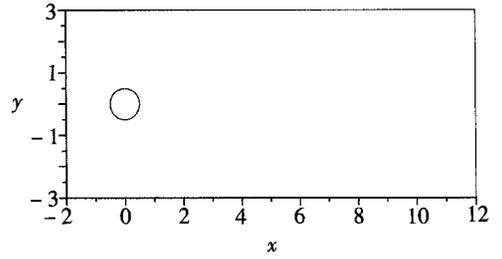
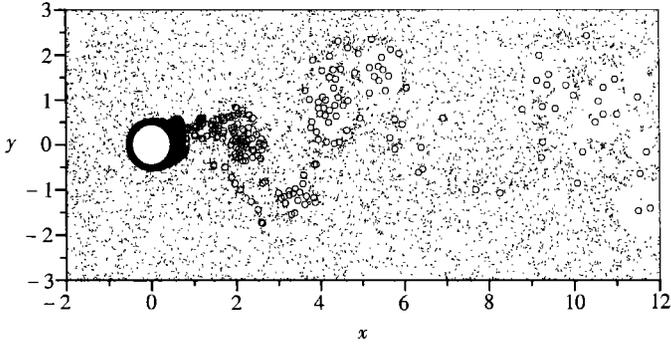
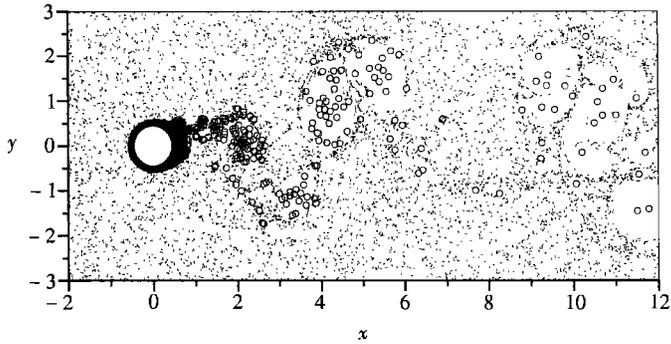


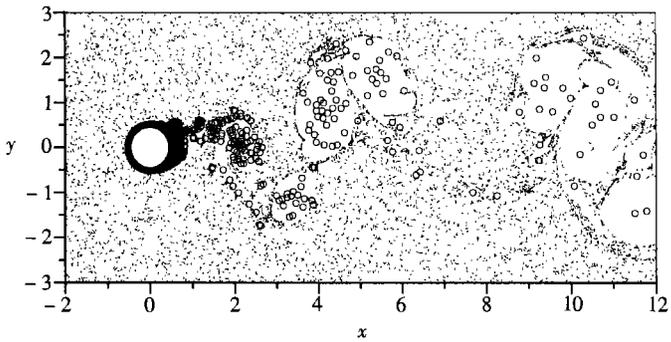
图1 计算区域



(a) $St = 0.25$



(b) $St = 1.0$



(c) $St = 4.0$

图2 $t = 16.2$ 时刻流场中的固体颗粒分布与旋涡分布
(小黑点代表颗粒, 小圆圈代表涡泡)

选择 3 种不同 St 数(0.25, 1.0, 4.0) 的颗粒分别进行仿真. 同时引入颗粒纵向扩散函数^[2]以定量对比分析颗粒在尾流中的运动扩散:

$$D_y(t) = \left[\frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} [Y_i(t) - Y_m(t)]^2 \right]^{1/2}, \quad (29)$$

式中, N_p 是 t 时刻计算区域内颗粒的总数, $Y_i(t)$ 是第 i 个颗粒在该时刻的纵向位移, $Y_m(t)$ 是该时刻计算区域内所有颗粒纵向位移的平均值. 颗粒纵向扩散函数的大小直接反映了某时刻颗粒扩散的剧烈程度.

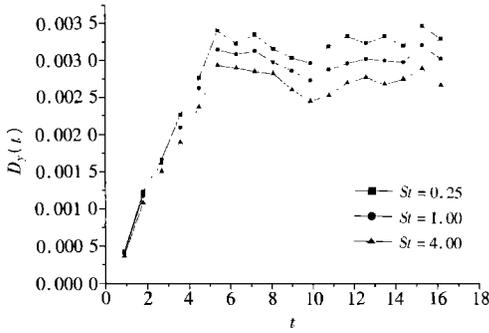


图 3 不同 St 数颗粒的纵向 (y 方向) 扩散函数随时间变化

2.2 模拟计算结果

图 2(a)~ 图 2(c) 分别表示在 $t = 16.2$ 时刻, 流场中 3 种不同 St 数 ($St = 0.25, 1.0, 4.0$) 颗粒的空间分布与旋涡分布. 图中可见, 固体颗粒在圆柱绕流尾迹区域内的分布形态与颗粒的 St 数大小和旋涡结构密切相关.

对于中小固体颗粒 ($St = 0.25 \sim 4.0$), 其扩散弛豫时间与流体流动时间处于同一量级, 这意味着, 在旋涡流场中, 颗粒运动由颗粒惯性和旋涡结构共同决定. 由于旋涡的离心诱导作用和颗粒本身的惯性, 中小颗粒 ($St = 0.25 \sim 4.0$) 在运动

过程中不能进入涡核区, 而在旋涡结构的外沿聚集, 甚至连涡团之间狭小的空间地带也分布有固体颗粒. 从图 2(a) ~ 图 2(c) 还可以看到, 随着颗粒 St 数的增大, 颗粒越远离涡核区域.

图 3 定量反映了颗粒 St 数大小与颗粒纵向扩散函数的关系. 显然, 随着 St 数的增大, 颗粒纵向扩散强度减小.

3 研究结论

采用离散涡方法和颗粒的 Lagrange 跟踪方法, 数值模拟了 Reynolds 数为 10^6 下的平面二维稀疏液固两相圆柱绕流, 获得了流场中 3 种不同 St 数 ($St = 0.25, 1.0, 4.0$) 颗粒的空间分布与旋涡分布, 并计算得到了不同 St 数颗粒的扩散函数随时间的变化. 数值结果揭示出了液固两相圆柱绕流尾迹中的颗粒扩散分布与颗粒的 St 数和尾涡结构密切相关: 1) 由于旋涡的离心诱导作用和颗粒本身的惯性, 中小 St 数 ($St = 0.25 \sim 4.0$) 的颗粒在运动过程中不能进入涡核区, 而在旋涡结构的外沿聚集, 且颗粒的 St 数愈大, 其越远离涡核区域; 2) 在圆柱绕流尾迹区域内, 中小 St 数 ($St = 0.25 \sim 4.0$) 颗粒的纵向扩散强度随其 St 数的增大而减小.

[参 考 文 献]

- [1] Stock David E. Particle dispersion in flowing gases—1994 freeman scholar lecture[J]. Journal of Fluid Engineering, 1996, **118**(1): 4—17.
- [2] Ling W, Chung J N, Trout T R, et al. Direct numerical simulation of a three-dimensional temporal mixing layer with particle dispersion[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1998, **358**: 61—85.
- [3] Narayanan Chidambaram, Lakahel Djamel, Yadigaroglu George. Linear stability analysis of particle-laden mixing layers using Lagrangian particle tracking[J]. Powder Technology, 2002, **125**(2): 122—130.

- [4] Uchiyama Tomomi, Arai Hikaru, Naruse Masaaki. Numerical study on solid_liquid two_phase flow around a Circular cylinder using a vortex method[A]. In: Proceedings of the 1st Asian Particle Technology Symposium [C/CD]. Bangkok, Thailand, Dec, 13_15, 2000.
- [5] 黄远东, 吴文权, 张红武, 等. 非定常不稳定液固两相流动中旋涡对颗粒运动影响的数值研究[J]. 水科学进展, 2002, 13(1): 1—8.
- [6] WU Wen_quan, Sisto F. Vortex simulation of unsteady stall in a Cascade with piecewise linearization and recorreption technique[A]. In: Taylor C, Habashi W G, Hafez M M, Eds. Proceedings of the 5th International Conference on Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow [C]. Swansea, UK: Pineridge Press, 1987, 1686—1697.
- [7] Chorin A J. Numerical study of slightly viscous flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1973, 57: 785—796.
- [8] Sisto F, WU Wen_quan. Computational aerodynamics of oscillating cascade with the evolution of stall [J]. AIAA J, 1989, 27(4): 462—471.
- [9] Ishill R, Umeda Y, Yuhi M. Numerical analysis of gas_particle two_phase flows[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1989, 203: 475—515.
- [10] Grant G, Tabakoff W. Erosion prediction in turbomachinery resulting from environmental solid particles[J]. Journal of Aircraft, 1975, 12(5): 471—478.

Numerical Study of Particle Distribution in the Wake of Liquid Particle Flows Past a Circular Cylinder Using Discrete Vortex Method

HUANG Yuan_dong, WU Wen_quan

(Department of Environmental Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, P. R. China)

Abstract: Particle_laden water flows past a circular cylinder are numerically investigated. The Discrete vortex method was employed to evaluate the unsteady water flow fields and a Lagrangian approach was applied for tracking individual solid particles. A dispersion function was defined to represent the dispersion scale of the particle. The wake vortex patterns, the distributions and the time series of dispersion functions of particles with different Stokes numbers were obtained. Numerical results show that the particle distribution in the wake of the circular cylinder is closely related to the particle's Stokes number and the structure of wake vortices: 1) the intermediate sized particles with Stokes numbers, St , of 0.25, 1.0 and 4.0 can not enter the vortex cores and concentrate near the peripheries of the vortex structures; 2) in the circular cylinder wake, the dispersion intensity of particles decreases as St is increased from 0.25 to 4.0.

Key words: liquid_particle; high Reynolds number; discrete vortex method (DVM); wake vortex; particle dispersion