

超音速平板边界层转捩中层流 突变为湍流的机理研究^{*}

曹 伟^{1,2}, 黄章峰¹, 周 恒^{1,2}

(1. 天津大学 力学系, 天津 300072;

2. 南开大学 天津大学 刘徽应用数学中心, 天津 300072)

(我刊编委周恒来稿)

摘要: 采用空间模式, 对来流 Mach 数为 4.5 的平板边界层转捩过程做了直接数值模拟. 对结果进行的分析发现, 在层流-湍流转捩的突变 (breakdown) 过程中, 层流剖面得以快速转变为湍流剖面的机理在于平均剖面的修正导致了其稳定性特征的显著变化. 虽然在层流下第 2 模态 T-S 波更不稳定, 但在层流突变为湍流的过程中, 第 1 模态不稳定波也起了重要作用.

关键词: 超音速边界层; 转捩; breakdown; 空间模式

中图分类号: O357.5 文献标识码: A

引 言

近年来, 可压缩流, 特别是超音速流的转捩和湍流问题越来越受到关注, 但进展都很缓慢. 对转捩而言, 一般关注的是层流下扰动的演化, 而对转捩过程中层流如何突变为湍流的机理则始终没有弄清楚.

传统的看法是: 转捩开始于扰动幅值的放大, 随着扰动幅值的增长, 非线性作用将催生越来越多的高次谐波, 使流动变得越来越复杂, 最终变成湍流. 这一说法看似清楚, 但实际并未说清转捩中层流突变为湍流的真正机理.

Mack^[1]发现, 就线性稳定性理论(LST)而言, 与不可压流不同, 超音速边界层可以有多个不稳定波模态, 而当 Mach 数大于 4 的时候, 第 2 模态更不稳定, 这已由 Stetson 和 Kimmel^[2]的实验所证实. Bountin^[3]等通过实验测得半锥角为 7° 的绝热壁锥体高超音速绕流转捩数据, 证实了第 2 模态不稳定波确实存在, 但第 1 模态不稳定波在转捩过程中起重要作用. 而 Malik^[4]在利用抛物化方程分析了两组高超音速的飞行数据后, 发现两组情况下导致转捩的主要原因都是第 2 模态的不稳定波. 他们的结论似乎并不一致, 但都只涉及 breakdown 之前的扰动演化问

* 收稿日期: 2005_05_13; 修订日期: 2005_12_20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(90205021); 全国博士学位论文作者专项资金资助项目(200328); 南开大学、天津大学刘徽应用数学中心资助项目

作者简介: 曹伟(1962—), 男, 上海人, 教授(E-mail: caow@tju.edu.cn); 黄章峰(1977—), 男, 湖南人, 博士生(E-mail: hzf_tju@eyou.com);

周恒(1929—), 男, 福建人, 教授, 中科院院士(联系人. Tel: + 86_22_27890533; Fax: + 86_22_27407025; E-mail: hzhou1@tju.edu.cn).

题, 而对 breakdown 过程本身都没有研究.

层流与湍流具有截然不同的平均流剖面. 层流边界层平均速度剖面具有整体性质的不稳定特征解, 而湍流边界层平均速度剖面则不具有. 边界层转捩的 breakdown 过程实际就是层流速度剖面快速转变为湍流速度剖面的过程. 王新军等人^[5]对不可压槽道流转捩的 breakdown 过程进行了研究, 发现在 breakdown 过程中, 平均流剖面的稳定性特征的变化起到了关键性的作用.

对于不可压槽道流, 只有一种模态的不稳定波, 其速度 u 的最大值处靠近壁面. 它增长起来后对平均流的修正首先发生在近壁面区, 使平均流剖面在近壁面区出现拐点. 这大大改变了其稳定性特征, 使得有更多及更不稳定的波迅速被激发. 这就是不可压平面槽道流从层流突变为湍流的内在机理.

对于超音速流, 问题显然更复杂. 本文将采用空间模式, 通过直接数值模拟, 对来流 Mach 数为 4.5 的平板边界层转捩过程进行研究, 以找出其从层流突变为湍流的机理.

1 控制方程、边界条件及计算方法

以离平板前缘 1.72 m 处层流边界层位移排移厚度为长度参考量, 计算域在流向 x 、法向 y 、及展向 z 的范围 $L_x \times L_y \times L_z$ 为 $200 \times 20 \times 15.7$, 网格数分别为 1 200、161、60, 其中在 x 和 z 方向为均匀网格, 在 y 向为变网格, 以保证在边界层内有较多的网格. 所采用的三维可压缩 N-S 方程及计算格式与文献[6]中相同, 即, 非线性项做通量分裂后采用三阶精度的弱迎风紧致格式, 粘性项则用六阶精度中心型紧致差分格式, 时间方向推进采用二阶精度的 Runge_Kutta 法. 为节省篇幅, 不在本文中列出.

在出口和上边界采用 Poinsot 和 Lele^[7] 建议的边界条件, 展向采用周期性边界条件, 壁面处用绝热无滑移条件.

2 参数的选取

气体参数取相当于 5 000 m 高空处之值, 并用它们为无量纲化时的参考量, 即 $\rho_\infty = 0.7364 \text{ kg/m}^3$, $T_\infty = 255.7 \text{ K}$, $\mu_\infty = 1.628 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$. 计算域的入口处按相似性解所得该处边界层的位移排移厚度为 $\delta = 1.38 \text{ mm}$, 以此定义的 Reynolds 数 $Re_\delta = 90\,000$.

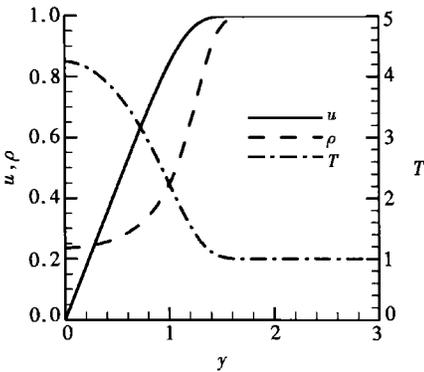


图 1(a) 入口处基本流流向速度 u 、密度 ρ 和温度 T 的剖面

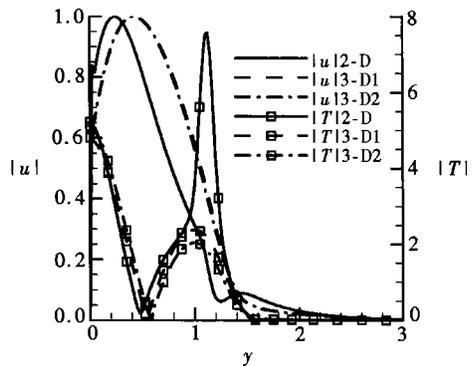


图 1(b) 对应于入口处基本流的扰动的特征函数曲线

首先在无扰动下计算基本流. 第 1 步, 选择相似性解作为初始流场, 入口处给定可为可压缩

边界层的相似性解, 计算至定常, 由于它不是 N_S 方程的准确解, 在入口处附近会有一个调整过程, 存在 Mach 波. 第 2 步, 为了消除可能带来的误差, 去掉入口处一段不光滑的部分后, 取光滑部分作为计算域. 此处离平板前缘 1.79 m, 无量纲的流向速度 u 、密度 ρ 和温度 T 的剖面如图 1(a) 所示.

表 1 引入 T_S 扰动的参数值

	ω	α	β	a
二维 T_S 波	2.129 1	(2.328 9, - 0.043 280)	0	0.05
三维 T_S 波	1.596 8	(1.476 0, 0.002 748)	0.8	0.05
三维 T_S 波	1.596 8	(1.418 1, 0.003 350)	1.2	0.05

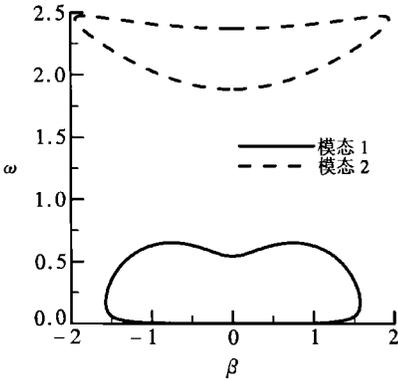


图 2(a) 对应于入口处基本流在 (ω, β) 平面上的中性曲线

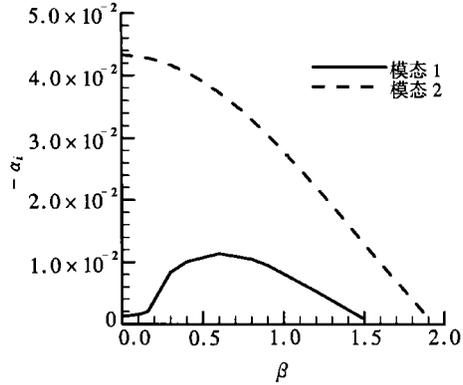


图 2(b) 对应于不同 β 的最大 $-\alpha_i$ 值

在入口处引入 3 个第 2 模态的 T_S 波, 其中一个是最增长率的二维波, 另两个为三维波, 具体表达式为:

$$\operatorname{Re} \left[\sum_{j=1}^3 a_j \mathbf{Q}_j(y) e^{\gamma \beta_j z - \omega_j t} \right],$$

其中 $\operatorname{Re}(\cdot)$ 表示取复数的实部; $\beta_j (j = 1, 2, 3)$ 为 z 向波数; ω_j 为频率; $\mathbf{Q}_j(y) = (u_j(y), v_j(y), w_j(y), p_j(y), T_j(y)) (j = 1, 2, 3)$ 是由 Orr-Sommerfeld 方程特征值问题得到的特征矢量, 其归一化条件为 $\max_y |u_j(y)| = 1 (j = 1, 2, 3)$, 而 $u_j(y), v_j(y), w_j(y)$ 是扰动的流向、法向、展向速度分量,

$p_j(y), T_j(y)$ 为扰动的压力和温度分量, 均为复数, 分解成实部和虚部, 如, $u_j(y) = u_{vj}(y) + iu_{\bar{v}}(y)$, $u_{vj}(y), u_{\bar{v}}(y)$ 分别为实部和虚部; $a_j (j = 1, 2, 3)$ 为扰动的幅值. 具体参数值如表 1 给出. 图 1(b) 为入口处引入扰动的特征函数曲线.

如前述, 来流 Mach 数为 4.5 的可压缩平板边界层流存在第 1 和第 2 模态的不稳定 T_S 波. 图 2(a)、(b) 中给出了定常流入口在 (ω, β) 平面上的中性曲线, 及对应于不同 β 的最大 $-\alpha_i$ 值. 可以看出最不稳定的是第 2 模态的二维波. 图 2(c) 为第 1 模态二维最不稳定性波的特征函数, 与图 1(b) 的比较发现它们明显不同. 第 2 模态特征函数与不可压流特征函数类似, 速度 $|u|$ 和 $|v|$ 的最大值靠近壁面, 但其温度 $|T|$ 的最大值靠近边界层外缘. 因而第 2 模

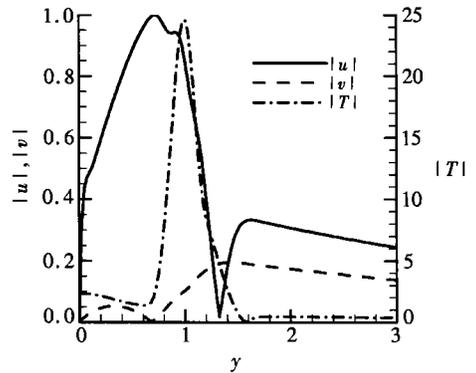


图 2(c) 第 1 模态二维最不稳定性波的特征函数

态不稳定波对平均速度剖面的修正主要在近壁面区. 而第 1 模态的速度 $|u|$ 、 $|v|$ 和温度 $|T|$ 的最大值都离壁面较远, 且即使是在边界层外, 其值也衰减得很慢, 因而它对平均速度剖面的修正范围要大得多而不仅限于近壁区. 因此对于从层流剖面突变为湍流剖面的过程, 二者的影响是不一样的.

3 结果分析与讨论

图 3 给出了某一时刻与扰动波的不同频率和展向波数分量对应的扰动速度 u 分量在 $y = 0.5$ 处沿流向的分布曲线. 其中, (ω, β) 对应频率和展向波数, 图 3(a) 对应引入的二维基本波, 图 3(b) 和 (c) 则对应于高次谐波. 可以看到, 约在 $x = 30$ 处二维扰动开始变得不规律, 而从此处开始高次谐波也被快速激发出来. 所以该处应该就是 breakdown 开始处.

图 4(a) 给出了平均壁面摩擦因数 C_f 及平均扰动动能 e^2 沿流向的分布. 而平均则指在展向及对时间取平均. 摩擦因数和扰动动能的定义分别为

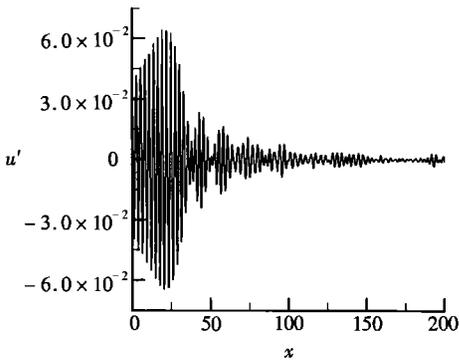
$$C_f = \tau_w \sqrt{\left(\frac{1}{2} \rho_\infty u_\infty^2 \right)},$$

$$e^2 = \int_{y=0}^{y=L_y} \frac{1}{2} \overline{(u'^2 + v'^2 + w'^2)} dy,$$

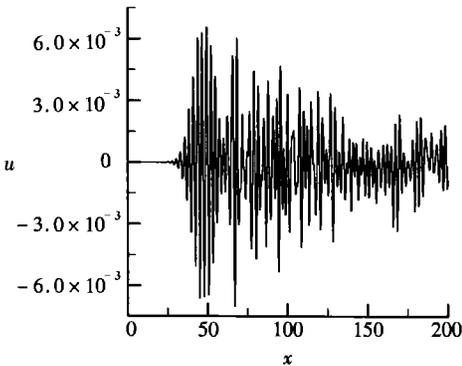
式中 $\tau_w = \mu_w \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w$,
 $\overline{u'}$ 、 $\overline{v'}$ 、 $\overline{w'}$ 为扰动速度, 上面的横杠表示取平均,
 下标 w 表示取壁面之值. 如果将 μ_w 及 u 表示为 $\mu_w = \overline{\mu_w} + \mu'_w$, $u = \overline{u} + u'$, 则

$$\tau_w = \overline{\left(\overline{\mu_w} + \mu'_w \right) \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial u'}{\partial y} \right)} \Big|_w =$$

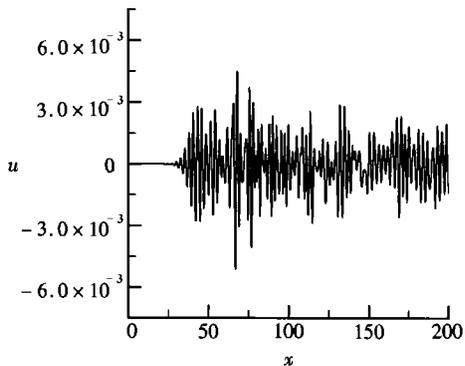
$$\overline{\mu_w} \left. \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} \right|_w + \overline{\mu'_w \frac{\partial u'}{\partial y}} \Big|_w.$$



(a) $(\omega, \beta) = (2.1291, 0)$



(b) $(\omega, \beta) = (2.1291, 2)$



(c) $(\omega, \beta) = (1.5968, 2.4)$

图 3 与扰动波的不同频率和展向波数分量对应的扰动速度 u 分量在 $y = 0.5$ 处沿流向的分布 (ω 为频率, β 为展向波数)

在 μ'_w 和 $\partial u' / \partial y|_w$ 关联很小的情况下, 近似式 $\tau_w \approx \overline{\mu_w} \left. \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} \right|_w$ 成立. 实际情况的确如此.

图 4(b) 给出了速度边界层的名义厚度 δ 、位移排移厚度 δ_d 、动量厚度 δ_m 沿流向的演化曲线. δ_d 、 δ_m 的定义分别为

$$\delta_d = \int_0^\infty \left[1 - \frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty} \right] dy, \quad \delta_m = \int_0^\infty \frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty} \left[1 - \frac{u}{u_\infty} \right] dy.$$

可以看出在 $x = 30$ 处壁面摩擦因数发生快速变化, 也恰好是 breakdown 开始处. 因此在 5 个参数中, 只有壁面摩擦因数的快速变化起始点代表了 breakdown 的起始点. 当它达到峰值后, 转捩可以认为已完成, 之后是逐步趋向充分发展湍流的过渡过程.

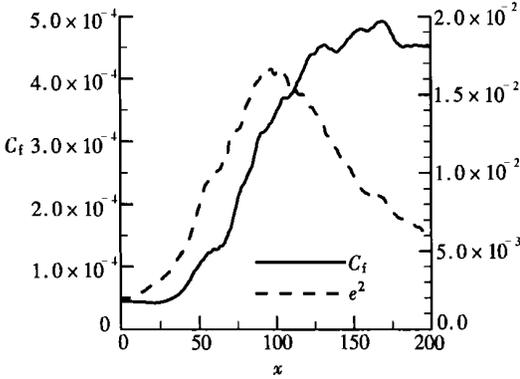


图 4(a) 平均摩擦因数 C_f 、平均扰动动能 e^2 沿流向分布

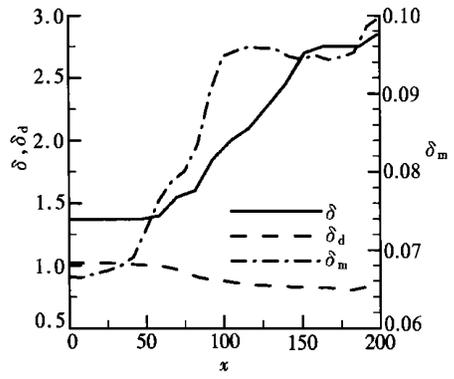
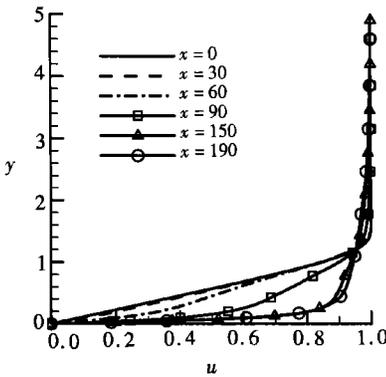
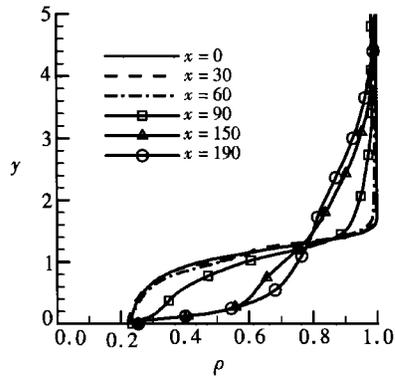


图 4(b) 名义厚度 δ 、位移排移厚度 δ_d 、动量排移厚度 δ_m 沿流向的分布

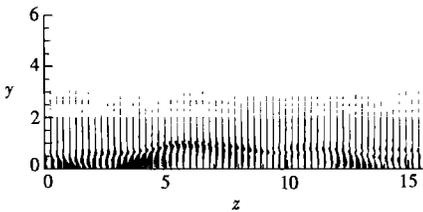


(a) 平均速度 u 的剖面

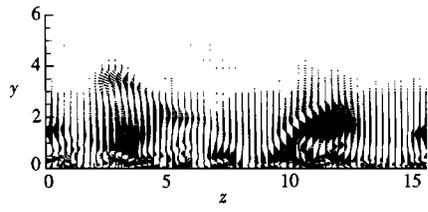


(b) 平均密度 ρ 的剖面

图 5 沿流向几个不同位置平均速度 u 和平均密度 ρ 的剖面



(a) $x = 30$



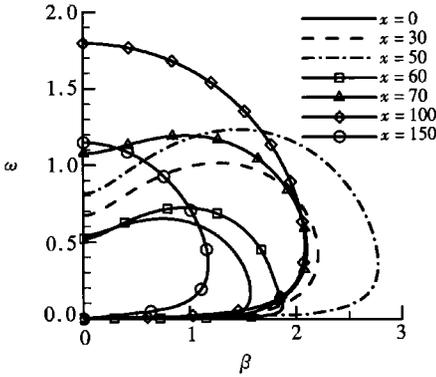
(b) $x = 190$

图 6 $y-z$ 平面内的速度矢量分布

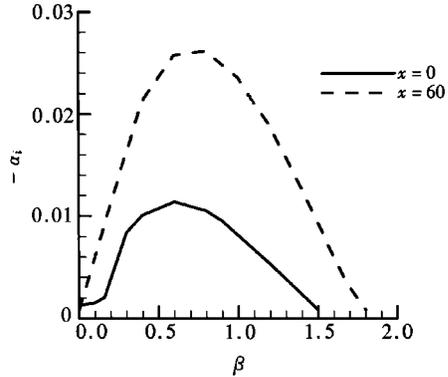
图 5(a)、(b) 分别显示了沿流向几个不同位置平均速度 u 和平均密度 ρ 的剖面, 同样可以看出平均剖面在 $x = 30$ 到 $x = 150$ 间被快速修正, 而且有拐点出现. 在 $x > 150$, 平均速度剖面已变化很慢, 但平均密度剖面仍有较快的变化, 说明此时还没有达到充分发展湍流. 图 6(a)、(b) 分别显示了 $x = 30$ 和 $x = 190$ 处, 在某一时刻(对应 140 个二维波周期) $y-z$ 平面内的速

度矢量分布. $x = 30$ 时的扰动还有规律, 但到了 $x = 190$ 时扰动被大大地放大且已没有规律, 同时充满了整个边界层, 表明许多谐波都被激发出来了.

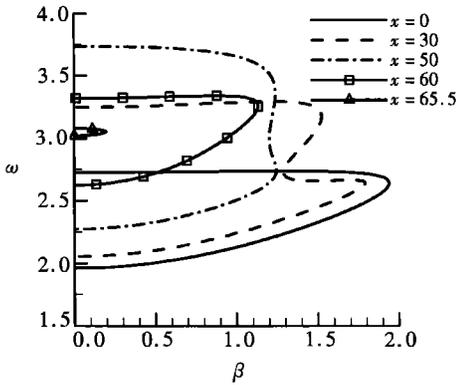
一般说来, 平均速度剖面的修正是一个较慢的过程, 因为它受一个扩散方程的控制, 除非是扰动导致的 Reynolds 应力梯度特别大作为驱动力, 大 Reynolds 应力梯度表明存在着大幅值扰动. 因此, 在转捩过程中为何各种谐波都快速被激发, 从而平均速度剖面能快速被修正, 是说明转捩机理的关键. 简单地归结于非线性作用不足以说明这一点, 因为转捩前及转捩后都没有这一现象.



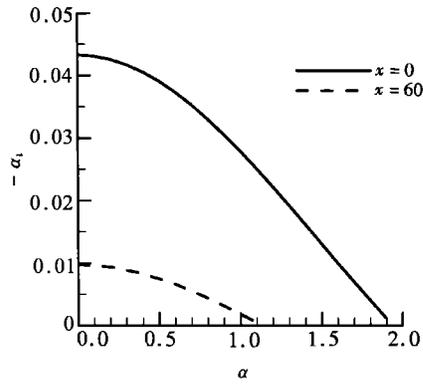
(a) 第 1 模态中性曲线(不同曲线对应的数代表 x 之值)



(b) 第一模态对应的不同 β 扰动的最大放大率 - α_i



(c) 第 2 模态中性曲线



(d) 第 2 模态对应的最大放大率 - α_i

图 7 不同 x 位置处 (ω, β) 平面内的中性曲线, 及对应于不同 β 扰动的最大放大率 - α_i 的曲线

为此, 对流向不同位置上的平均剖面进行了线性稳定性分析, 得到了图 7 中的 (ω, β) 平面内的中性曲线, 及对应于不同 β 扰动的最大放大率 - α_i 的曲线(由于中性曲线对 ω 轴对称, 仅画了 $\beta \geq 0$ 的一半). 可以看出, 在转捩过程中, 第 1 模态的中性曲线包围的不稳定区域在大部分位置上都大大增加了; 同时扰动的最大放大率也增大了很多, 从层流的 0.011 增至 0.026. 第 2 模态的中性曲线包围的不稳定区在开始时也增大, 但后来逐步缩小, 到 $x = 65.5$ 后完全消失; 其最大放大率也从层流的 0.042 2 逐渐减小到负值. 不稳定区的扩大意味着有更多的波易被激发, 线性增长率加大则意味着它们可以更快地被激发. 第 1 模态和第 2 模态的波的中性曲线变化趋势的不同, 则意味着尽管初始条件中的 3 个波属第 2 模态, 但在从层流突变为湍流的过程中, 当平均剖面被修正后, 它们的作用逐步缩小, 而第 1 模态的波逐步起到主导作用

事实上,也只有第1模态的波被快速激发,才能在层流边界层外对平均流剖面的修正起大的作用,使得边界层厚度增大而变为湍流剖面。

我们检验了网格密度是否够的问题。结果是流向和法向加密后结果没有什么变化,表明在这两个方向上的分辨率足够,但在展向加密后有变化。在 z 方向的网格加密1倍后,平均摩擦因数 C_f 的计算结果比较如图8所示。由图可见,直至转捩发生时,网格加密前后的结果一致;但展向网格加密1倍后转捩过程变短。这是由于展向网格加密后,可以分辨出更多的涡,导致更大的Reynolds应力梯度。所以,对预测转捩位置,计算网格数足够,但计算湍流还不够,而要更准确地算出转捩过程及转捩后的湍流, z 向网格数还需要加密。

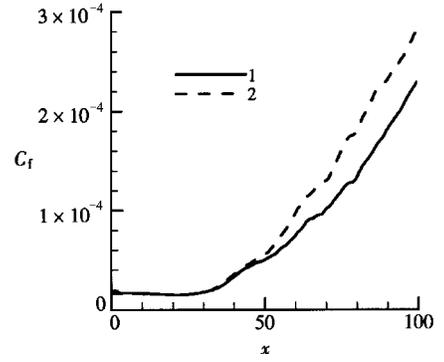


图8 展向网格加密后平均壁面摩擦因数的比较(其中1为原结果,2为加密后的结果)

4 讨 论

就我们所研究的情况而言,层流、湍流转捩的breakdown过程中,层流剖面得以快速转变为湍流剖面的机理在于扰动增长后,对平均剖面进行的修正导致了其稳定性特征的显著变化。结果是更多的谐波,特别是第1模态的波,被快速激发。而这反过来又使平均速度剖面得以快速被修正而最终变为湍流速度剖面。这和不可压槽道流的情况一致,只是对Mach数超过4的边界层流而言,不稳定模态不只是一个。

转捩问题是100年来流体力学关注的问题之一,它在理论上和实际上都有重要的意义,但至今仍未解决。目前唯一可勉强用于预测环境扰动很小时的转捩位置的方法是半经验的 e^N 法。它实际上只考虑了线性增长最快的一种不稳定波。为什么用这种方法反而可以在一定程度上给出转捩的位置,必然有一定的道理。

转捩的根本机理在于平均速度剖面一旦被修正而改变了其稳定性特征,就有利于更多的谐波被快速激发,从而导致转捩这一发现,可以对上述现象提供一些解释。事实上,在扰动很小时,非线性因素基本上不起作用,这时可以只考虑扰动的线性增长。当扰动幅值达到1%的量级时,非线性作用才需要考虑,但这也基本上是平均流速度剖面开始被修正而改变其稳定性的时候。过去针对不可压缩流做的各种非线性现象的研究,如三波共振及二次失稳等,也大体上要等到扰动幅值达到约为1%量级时,由非线性作用导致的扰动增长率才会超过最大的线性增长率。而这时平均流剖面的被修正比它们对转流有更大的影响,因而它们对转捩位置的确定并不会提供更有用的信息。

[参 考 文 献]

- [1] Mack L M. Boundary layer linear stability theory[R]. Advisory Group for Aerospace Reserach & Development Rep, 1984, 709.
- [2] Stetson K F, Kimmel R L. On hypersonic boundary layer stability[R]. AIAA Paper, 0737, 1992.
- [3] Bountin D A, Sidorenko A A, Shilyuk A N. Development of natural disturbances in a hypersonic boundary layer on a sharp cone[J]. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2001, **42** (1): 57—62.
- [4] Malik M R. Hypersonic flight transition data analysis using parabolized stability equations with chemistry effects[J]. J Spacecraft Rockets, 2003, **40**(3): 332—344.
- [5] 王新军, 罗纪生, 周恒. 平面槽道流中层流_湍流转捩的“breakdown”过程的内在机理[J]. 中国科学, G 辑, 2005, **35**(1): 71—78.
- [6] 黄章峰, 曹伟, 周恒. 超音速平板边界层转捩中层流突变为湍流的机理——时间模式[J]. 中国科学, G 辑, 2005, **35**(5): 537—547.
- [7] Poinot T J, Lele S K. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows[J]. Journal of Computational Physics, 1992, **101**(1): 104—129.

Study of the Mechanism of Breakdown in Laminar_Turbulent Transition of a Supersonic Boundary Layer on a Flat Plate

CAO Wei^{1,2}, HUANG Zhang_feng¹, ZHOU Heng^{1,2}

(1. Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, P. R. China;

2. Liu_Hui Center of Applied Mathematics, Nankai University and Tianjin University, Tianjin 300072, P. R. China)

Abstract: Spatial mode direct numerical simulation has been applied to the study of the mechanism of breakdown in laminar_turbulent transition of a supersonic boundary layer on a flat plate with Mach number 4.5. Analysis of the result showed that, during the breakdown process in laminar_turbulent transition, the mechanism causing the mean flow profile to evolve swiftly from laminar to turbulent was that the modification of mean flow profile by the disturbance, when they became larger, leads to remarkable change of its stability characteristics. Though the most unstable T_S wave was of second mode for laminar flow, the first mode waves played the key role in the breakdown process in laminar_turbulent transition.

Key words: supersonic boundary layer; transition; breakdown; spatial mode