

文章编号: 1000-0887(2006)03-0331-06

轴对称金属模具电磁热裂纹 止裂中热应力场的分析*

付宇明, 田振国, 郑丽娟

(燕山大学 机械工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

(陈正汉推荐)

摘要: 为求解金属模具脉冲放电止裂瞬间裂纹尖端附近的热应力场, 选择具有半埋藏环形裂纹的金属凹模为研究对象, 采用复变函数方法求解了凹模内外环面均匀通入强脉冲电流放电止裂时的热应力场。理论分析结果证实: 由于放电瞬间脉冲电流的绕流集中效应, 使金属凹模内部环形裂纹尖端附近金属迅速升温, 金属熔化形成堆焊, 并由于瞬间温升产生热压应力场。研究结果表明: 应用电磁热效应止裂技术可以减小裂纹尖端的应力集中, 形成的热压应力场有效地阻止金属模具中干线裂纹源的开裂趋势, 达到了裂纹止裂目的。

关键词: 裂纹; 止裂; 脉冲放电; 复变函数; 热应力场

中图分类号: O482.6 **文献标识码:** A

引 言

利用电磁热效应实现金属模具中裂纹止裂是一种行之有效的方法^[1~3]。当前对于电磁热裂纹止裂技术的理论研究多采用积分变换的方法, 这些方法在求解裂纹问题时有局限性, 特别是对于分析带有空间裂纹的问题更显现出不足^[4]。采用复变函数法研究电磁热裂纹止裂问题, 其优点是复变函数法可以通过共形映射将带有裂纹的问题转化到无限大半平面上求解, 将复杂问题转化为经典问题。带有裂纹的热弹性问题在理论求解中, 裂纹的边界条件引入是非常困难的。在复变函数方法中, 可以将电流通过带有裂纹的导体类比于流体流过障碍物的情形, 它们具有类似的势函数形式。

1 理论分析模型的建立

1.1 问题的提出

如图 1 所示, 一个半无限长的半径为 $2b + R_0$ 、内半径为 R_0 的金属凹模, 在凹模的上表面有一个周向的、半径为 $b + R_0$ 、深度为 a 的裂纹面。由于实际问题中, 裂纹深度相对模具长度尺寸很小, 相对裂纹深度而言可以将金属凹模视为半无限大体。在金属凹模内外环面通过针

* 收稿日期: 2004_05_26; 修订日期: 2005_11_15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50275128); 河北省自然科学基金资助项目(599255)

作者简介: 付宇明(1971—), 男, 吉林省桃南市人, 副教授, 博士(联系人, Tel: + 86_335_8059894; Fax: + 86_335_8074783; E_mail: mec9@ysu.edu.cn)。

式电极或环形电极均匀通入密度为 J_0 强脉冲电流。电流在流经裂纹时,在环形裂纹尖端将出现强烈的绕流现象,必然导致在裂纹的环形尖端附近的温度急剧升高,瞬间温升产生的热压应力场阻止了干线裂纹的开裂趋势。对问题的研究归结为在这样的线热源的作用下,带有周向裂纹的轴对称金属凹模内的热压应力分布问题。

1.2 题的转换

由于上表面带有半埋藏环形裂纹的金属凹模是几何形状轴对称的,同时电极加载方式也是轴对称的,所以热源和温度场也具有轴对称性质。对图 1 所示的问题,通过轴线切取单位厚度的切片,转化为如图 2 所示的研究模型。由于对称性,取切片一半进行研究,则应力场的求解通过转化模型即可完全解决。

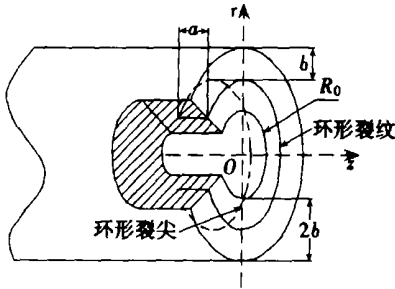


图 1 带有半埋藏环形裂纹的金属凹模

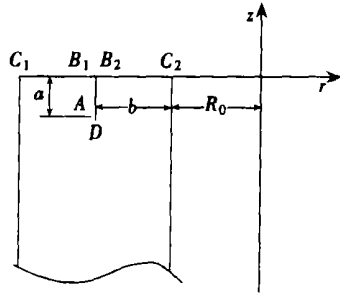


图 2 凹模切片

1.3 共形映射

以 $B_1(B_2)$ 点为原点重新建立平面直角坐标系 xBy 如图 3(a) 所示,并依次作共形映射如图 3(b)、图 3(c)、图 3(d) 所示。 $B_1、B_2$ 为裂纹的左侧和右侧点,研究中不计裂纹的宽度。问题转换为在 z_3 半平面上 D 点作用有点热源的热应力问题^[5]。由于所有的变换都是共形的,所以热源功率密度不变。由图 3(a) 共形映射到图 3(d) 所应用的变换方程整理为

$$z_3 = - \sqrt{\sin^2 \frac{\pi}{2b} z + \text{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} \tag{1}$$

变换方程的反函数为

$$z = \frac{2b}{\pi} \arcsin \sqrt{z_3^2 - \text{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} \tag{2}$$

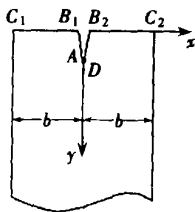


图 3(a) z 平面

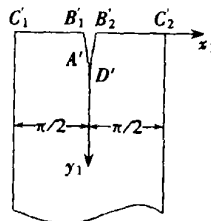


图 3(b) z_1 平面

2 热源功率的计算

欲得到电流流经物体时由电磁热效应所形成的热源,首先要求解电流密度的分布。考虑到加载电流的形式,问题可以简化为是在一个带有边缘裂纹的半无限大薄板上加载均布电流,

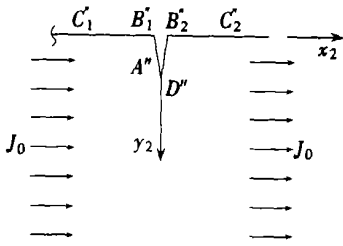
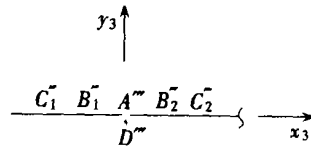
图 3(c) z_2 平面图 3(d) z_3 平面

图 3 平面的变换

即如图 3(c) 所示, 只须进行一次变换, 将问题变换到下半平面上, 如图 3(d) 所示, 问题就可以解决了。

如果以 $B_1(B_2)$ 为原点, 沿裂纹方向为纵轴 y , 可以得到电流密度为^[6]

$$J = |J_0| \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}}, \quad (3)$$

式中 J_0 为通入电流的电流密度, a 为裂纹深度, $z = x + iy$, $J = J_x + iJ_y$, $i = \sqrt{-1}$, 符号 $||$ 表示对 $||$ 内的函数取模。

根据电磁热效应原理, 并通过坐标平移关系: $r = x - R_0 - b$, $z = -y$, 可以得到柱坐标系下的热源功率表达式

$$Q = \frac{|J|^2}{\sigma} = |J_0|^2 \frac{(R_0 + b + r)^2 + z^2}{\sigma \sqrt{[a^2 + (R_0 + b + r)^2 - z^2]^2 + 4(R_0 + b + r)^2 z^2}}, \quad (4)$$

式中 σ 为电导率。

3 温度场的求解

由于是瞬间作用的集中热源, 那么可以放宽外边界的限制, 将问题作为一个无限大体来考虑, 但是要注意到裂纹的存在, 此时的温度场为

$$T = T_0 + T^*, \quad (5)$$

式中 T_0 为无裂纹平面内在 D 点作用一个点热源产生的温度场, T^* 为裂纹对温度场的扰动。根据文献[7], 本问题设定直裂纹的宽度为 0, 问题中绕流生成的瞬时热源与裂纹共线, 在这种情况下裂纹对温度没有扰动, 即 $T^*(x, y) = 0$ 。由此得到柱坐标下的瞬时电流产生的温度场为

$$T(r, z) = \frac{|J_0|^2 [(R_0 + b + r)^2 + z^2] \exp[-((R_0 + b + r)^2 + z^2)/(4\beta\tau)]}{(2\sqrt{\pi\beta\tau})^2 \sigma \sqrt{[a^2 + (R_0 + b + r)^2 - z^2]^2 + 4(R_0 + b + r)^2 z^2}}. \quad (6)$$

4 应力场的求解

通入电流后, 在凹模内形成了温度场, 由于温度分布的不均衡, 将会在整个凹模内产生热应力, 热应力的分布是影响电磁热裂纹止裂的一个重要因素。在求解径向应力和轴向应力时, 将轴对称金属凹模的热应力问题通过共形映射, 采用转化模型进行计算, 环向应力可以通过轴对称问题的应力应变关系求得。

4.1 复变函数表示的应力基本方程

通过转换, 原始问题简化为求解在下半平面 z_3 上的 $D\ominus$ 点作用有电热源的热应力问题。考虑到所计算的问题, 在 $D\ominus$ 点的位置作用有功率为 Q 的点热源, 则在点 $D\ominus$ 和点 $\overline{D\ominus}$ 周围, 函数 $\Phi(z_3)$ 有下面的形式

$$\Phi(z_3) = A(z_3) + \Phi^*(z_3), \quad \text{当 } z_3 \rightarrow D\ominus \text{ 时}, \quad (7)$$

$$\Phi(z_3) = B(z_3) + \Phi^*(z_3), \quad \text{当 } z_3 \rightarrow \overline{D\ominus} \text{ 时}, \quad (8)$$

式中

$$A(z_3) = A_0 \ln(z_3 - D\ominus), \quad B(z_3) = (D\ominus - \overline{D\ominus}) A_0 / (z_3 - \overline{D\ominus}) - A_0 \ln(z_3 - \overline{D\ominus}),$$

$\Phi(z_3)$ 为在 $y < 0$ 的域内的调和函数,

$$\kappa = \frac{3-\nu}{1+\nu} \quad A_0 = \frac{\beta Q}{4\pi\lambda(1+\kappa)}, \quad \beta = \frac{2E\alpha_0}{1+\nu}$$

4.2 应力边界条件

如果仅在轴对称凹模的内壁作用有机械载荷, 而其它边界是自由的, 则在 z 平面上有

$$\begin{cases} \text{当 } y = 0 \text{ 时:} & \sigma_y = \tau_{xy} = 0, \\ \text{当 } x = 0, y < a \text{ 或 } x = -b \text{ 时:} & \sigma_x = \tau_{xy} = 0, \\ \text{当 } x = b \text{ 时:} & \sigma_x - i\tau_{xy} = g(t), \end{cases} \quad (9)$$

式中 $g(\tau)$ 为边界 $x = b$ 上给定的函数, t 为边界 $x = b$ 上的点。

经过共形映射, 式(9)的边界条件映射到 z_3 半平面上为

$$\text{当 } y_3 = 0 \text{ 时:} \quad \sigma_{y_3} - i\tau_{x_3y_3} = f(\tau), \quad (10)$$

式中 τ 为边界 $y_3 = 0$ 的点。

由应力的复变函数基本方程式, 边界条件(10)很容易写成下面的形式:

$$\Phi(\tau) - \Phi^*(\tau) = f(\tau), \quad \text{在 } y_3 = 0 \text{ 上}, \quad (11)$$

式中 $\Phi(\tau)$ 和 $\Phi^*(\tau)$ 是函数 $\Phi(z_3)$ 在边界上域 $y_3 < 0$ 和 $y_3 > 0$ 方向上的极限值。

4.3 无外载荷情况应力场的计算

求解式(11)且使其满足条件(7)、(8), 并且在无穷远处趋近于 0, 由下面的表达式确定^[8]:

$$\Phi(z_3) = -\frac{1}{2\pi i} \int \frac{f(\tau) d\tau}{\tau - z_3} + A(z_3) + B(z_3), \quad (12)$$

式中 $A(z_3)$ 、 $B(z_3)$ 为通过式(7)、(8)确定的函数。

如果不考虑外载荷的作用, 仅仅考虑电流的作用, 那么问题就成为在 z 平面上的 D 点作用点热源的热应力问题, 即在 z 平面上令式(9)中的 $g(t) = 0$, 转换到 z_3 平面上则有 $f(\tau) = 0$, 结合式(7)、(8), 此时式(12)简化为

$$\Phi(z_3) = A_0 \ln \left[\frac{z_3 - D\ominus}{z_3 - \overline{D\ominus}} \right] + A_0 \frac{D\ominus - \overline{D\ominus}}{z_3 - D\ominus} \quad (13)$$

综合各式得到裂纹止裂时的应力场

$$\begin{aligned} \sigma_{x_3} + \sigma_{y_3} = & 4A_0 \operatorname{Re} \left[\ln \frac{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi z}{2b} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} - i \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2b}(a+d) - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi z}{2b} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} + i \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2b}(a+d) - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}} \right] + \\ & 4A_0 \operatorname{Re} \left[\frac{2i \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2b}(a+d) - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi z}{2b} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} - i \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2b}(a+d) + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}} \right], \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_{y_3} - i\tau_{x_3y_3} = & A_0 \ln \frac{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi z}{2b} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} - i \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2b}(a+d) - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi z}{2b} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} + i \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2b}(a+d) - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}} + \\
 & A_0 \frac{2i \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2b}(a+d) - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi z}{2b} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} - i \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2b}(a+d) + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}} - \\
 & A_0 \ln \frac{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi z}{2b} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} - i \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2b}(a+d) - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi z}{2b} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} + i \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2b}(a+d) - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}} - \\
 & A_0 \frac{2i \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2b}(a+d) - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi z}{2b} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} - i \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2b}(a+d) + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}} + \\
 & \left[\frac{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi z}{2b} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} - \sqrt{\sin^2 \frac{\pi z}{2b} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi z}{2b} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} - i \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2b}(a+d) - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}} + \right. \\
 & \left. \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi z}{2b} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} + i \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2b}(a+d) - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}} + \right. \\
 & \left. \frac{2i \sqrt{\sin^2(\pi/2b)(a+d) - \operatorname{sh}^2(\pi a/2b)}}{\left[\sqrt{\sin^2 \frac{\pi z}{2b} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} + i \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2b}(a+d) - \operatorname{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}} \right]^2} \right] \cdot \quad (15)
 \end{aligned}$$

至此分离式(15)的实部和虚部并结合式(14)得到 α_{x_3} 、 α_{y_3} 、 $\tau_{x_3y_3}$ 。再通过坐标平移,可以得到柱坐标表示的应力 σ_r 、 σ_z 、 τ_{rz} 。由轴对称性, σ_θ 可以确定。

5 结 论

应用复变函数的方法,可以给出具有工程实际意义的金属凹模中空间裂纹止裂的热应力场。这种方法将对电磁热裂纹止裂技术的工程应用,及对电磁热裂纹止裂的研究从平面推广到空间提供理论分析的思路。

[参 考 文 献]

- [1] 白象忠, 乔桂英, 栾金雨. 电磁热效应裂纹止裂的实验研究[J]. 实验力学, 2000, 15(3): 354—360.
- [2] 乔桂英, 白象忠, 肖福仁. 单脉冲电流对高速钢裂纹的止裂效果[J]. 金属学报, 2000, 36(7): 718—722.
- [3] 白象忠, 胡宇达. 磁弹性、热磁弹性理论及其应用[J]. 力学进展, 1996, 26(3): 389—406.
- [4] 白象忠, 胡宇达, 肖福仁. 电磁热效应裂纹止裂的实验研究[J]. 实验力学, 2000, 15(3): 354—360.
- [5] 斯迈思 W R(美). 静电学和电动力学[M]. 马西奎译. 北京: 科学出版社, 1982: 116—132.
- [6] 付宇明. 具有中间裂纹导电薄板放电瞬间的温度场数值模拟[J]. 固体力学学报, 2002, 3(23):

282—284.

- [7] . ° [M]. : , 1972, 12—40.
- [8] Eringen A.C. Unified continuum theory of electrodynamics of liquid crystals[J]. International Journal of Engineering Science, 1997, 25(12): 1137—1157.

Thermal Stress Filed When Crack Arrest in an Axial Symmetry Metal Die Using Electromagnetic Heating

FU Yu_ming, TIAN Zhen_guo, ZHENG Li_juan
(College of Mechanical Engineering, Yanshan University,
Qinhuangdao, Hebei 066004, P. R. China)

Abstract: In order to solve the thermal stress field around crack tip in metal die when crack prevention using electromagnetic heating, a metal die with a half embedded round crack was selected as the study object. The complex function method was used as a basis for the theoretical model of the space crack prevention in metal dies using electromagnetic heating. The crack arrest was accomplished by a pulse current discharge through the inner and outer. The theoretical analysis results show that the temperature around the crack tip rises instantly above the melting point of the metal. Small welded joints are formed at a small sphere near the crack tip inside the metal die by metal melting as a result of the heat concentration effect when the current pulse discharged. The thermal compressive stress field appears around the crack tip at the moment. The research results show that the crack prevention using electromagnetic heating can decrease the stress concentration and forms a compressive stress area around the crack tip, and also prevents the main crack from propagating further, and the goal of crack preventing can be reached.

Key words: crack; crack arrest; pulse current discharge; complex function; thermal stress field