文章编号: 1000_0887(2006) 03_0305_06

基于 Hamilton 体系和辛算法的微分对策数值法*

徐自祥[1], 周德云[1], 邓子辰[2]

(1. 西北工业大学 电子信息学院, 西安 710072;
2. 西北工业大学 工程力学系, 西安 710072)

(钟万勰推荐)

摘要: 微分对策求解往往涉及到困难的两点边值问题(TPBV), 将线性二次型微分对策问题归结于Hamilton 体系• 对 Hamilton 系统, 辛几何算法具有能复制 Hamilton 系统的动态结构并保持相平面上的测度的优点• 从Hamilton系统角度,探讨了线性二次型微分对策系统的辛性质; 作为尝试,对无限期间线性二次型微分对策的计算引入 Symplectic_Runge_Kutta 算法• 给出了一个数值计算实例, 从结果可以说明这种方法的可行, 也体现了辛算法对系统的能量具有良好的守恒性•

关 键 词: 微分对策; Hamilton 系统; 辛几何算法; 线性二次型
中图分类号: O225; TP273 文献标识码: A

引 言

微分对策是处理双方或多方连续动态对抗冲突、竞争或合作问题的一种数学工具• 自 R. Isaacs 博士的《微分对策》一书问世后短短的 30 多年, 微分对策理论与应用有了很大的发展• 微分对策的解法, 常用的方法是把微分对策看做变分问题, 进而求解所谓的Hamilton_Jacobi 方程• 虽然这种方法可以解决许多问题, 但往往涉及到求解两点边值问题(TPBV), 而两点边值问题的求解是相当困难的•

微分对策问题可归结于Hamilton 体系, Hamilton 系统的研究是动力系统研究领域中的一个重要课题, 由于Hamilton系统的复杂性, 对大多数Hamilton 系统均得不到解析解, 而只能借助数值方法• 传统求解Hamilton 系统的数值方法主要有单步法(如Runge_Kutta 法) 和线性多步法(如Adams 法、Cowell 法)• 而这些传统的数值方法均会使 Hamilton 系统的能量随时间呈线性变化, 会歪曲Hamilton 流的整体特征• 近年来, 对 Hamilton 系统, 由于能保持 Hamilton 流的辛结构和使系统的能量不发生长期变化, 由冯康教授等人建立的辛算法[1,2](Symplectic Algorithm) 得到了很多的肯定• 辛几何是Hamilton 体系的数学框架, 它与通常的 Euclid 空间 $\boldsymbol{R}^n$ 有

* 收稿日期: 2004_11_23; 修订日期: 2005_11_15
基金项目: 国家航空科学基金资助项目(2000CB080601); 国家十五国防重点预研资助项目(2002BK080602)
作者简介: 徐自祥(1972—), 男, 安徽人, 博士, 主要研究方向为对策论、控制理论、软计算方法(联系人. Tel/ Fax: + 86_29_88494877; E_mail: xzxnpu@ sina. com)•

本质的区别, 辛几何是相空间的几何学•

已有文献探讨了最优控制问题的辛算法问题[3,4], 但由于对策现象中局中人的相互作用, 使得微分对策比最优控制的求解更加繁杂, 不能完全看成双边或多边最优控制问题• 本文的工作主要有: 探讨了线性二次型微分对策系统的辛性质; 并作为尝试, 把辛几何算法引入微分对策的计算中•

1 微分对策和Hamilton 系统及辛算法的主要概念

1.1 微分对策

这里以2 人微分对策为例• 2 人非0和微分对策的一般形式为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = f(t, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}), \\ \boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0, \end{cases} \tag{1}$$

设两对策者的指标函数分别为 J_1 和 J_2• 微分对策的解是指, 若存在控制 $\boldsymbol{u}^* \in \boldsymbol{U}, \boldsymbol{v}^*(t) \in \boldsymbol{V}$, 使得对一切 $\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{U}, \boldsymbol{v} \in \boldsymbol{V}$ 都有 $J_1(\boldsymbol{u}^*, \boldsymbol{v}^*) \leqslant J_1(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}^*)$, $J_2(\boldsymbol{u}^*, \boldsymbol{v}^*) \leqslant J_2(\boldsymbol{u}^*, \boldsymbol{v})$ 则 $(\boldsymbol{u}^*, \boldsymbol{v}^*)$ 称为最优解[5]• 对0和对策 $J_1 = -J_2 = J$, 如有 $J(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}^*) \leqslant J(\boldsymbol{u}^*, \boldsymbol{v}^*) \leqslant J(\boldsymbol{u}^*, \boldsymbol{v})$, 则称局势 $(\boldsymbol{u}^*, \boldsymbol{v}^*)$ 是微分对策的鞍点• 但一般情况下, 鞍点并不存在• 如果记上、下 δ_对策构成的“序列对”为 $G = (\{G^\delta\}, \{G_\delta\})$, 这里 $\delta = (T_0 - t_0)/n$, 且如果 $\mathcal{V}^+ = \lim\limits_{\delta\to 0} \mathcal{V}^\delta$ 和 $\mathcal{V}^- = \lim\limits_{\delta\to 0} \mathcal{V}_\delta$ 都存在且相等, 则记它们的值为微分对策的值 $\mathcal{V}$•

微分对策鞍点与值的解析计算方法主要有 Bellman_Isaacs 原理、Hamilton_Jacobi 方程和极大极小值法等• 如对固定逗留期微分对策

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(t, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}), \quad \boldsymbol{x}(\tau) = \xi \qquad (\tau \leqslant t \leqslant T_0), \tag{2a}$$

$$J(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) = g(\boldsymbol{x}(T_0)) + \int_\tau^{T_0} h(t, \boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t), \boldsymbol{v}(t))\,\mathrm{d}t, \tag{2b}$$

其对策值存在, 记 $\mathcal{V}(\tau, \xi)$• 在一些条件下, $\mathcal{V}(\tau, \xi)$ 满足 Isaacs 方程

$$\frac{\partial \mathcal{V}(\tau, \xi)}{\partial \tau} + \max_{\boldsymbol{u}\in \boldsymbol{U}} \min_{\boldsymbol{v}\in \boldsymbol{V}} \left\{ \sum_{i=1}^m \frac{\partial \mathcal{V}(\tau, \xi)}{\partial \xi_i} \times f_i(t, \xi, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) + h(\tau, \xi, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) \right\} = 0, \tag{3}$$

进一步, 建立 Hamilton_Jacobi 方程为

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \tau} + \sum_{i=1}^m \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \tau} f_i(\tau, \xi, \boldsymbol{u}^0(\tau, \xi, \nabla_\xi \mathcal{V}), \boldsymbol{v}^0(\tau, \xi, \nabla_\xi \mathcal{V})) + h(\tau, \xi, \boldsymbol{u}^0(\tau, \xi, \nabla_\xi \mathcal{V})), \tag{4a}$$

$$\mathcal{V}^0(\tau, \xi, \nabla_\xi \mathcal{V}) = 0, \qquad \mathcal{V}(T_0, \xi) = g(\xi)• \tag{4b}$$

如果微分对策系统是线性的, 即有 $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{v}(t)$, 而同时目标函数又具有二次型形式即有

$$J(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{\mathrm{f}}\boldsymbol{x} + \frac{1}{2}\int_0^{t_{\mathrm{f}}} (\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{v})\,\mathrm{d}t$$

的情形, Hamilton_Jacobi 方程归结为 Riccati 微分方程, 若时间终端趋向无穷则归结为代数 Riccati 方程•

1.2 Hamilton 系统与辛算法[6]

Hamilton 系统是一正则系统

$$\dot{q} = \partial H/\partial p, \quad \dot{p} = -\partial H/\partial q, \tag{5}$$

此处, $H = H(p, q)$ 是Hamilton 函数, $q \in R^h$, $p \in R^n$ 是一对正则共轭变量• Hamilton 系统的一个重要的整体几何特征是其相流保持辛结构, 即系统(5) 的相流 g_H^t 具有$(g_H^t)^* \ \omega^2 = \omega^2$, 其中$(g_H^t)^*$ 是 g_H^t 的拉回映射, ω^2 即为辛结构是 R^{2n} 上的一个非退化的闭的微分 2_形式•

如记 t_{n+1} 和 t_n 时p、q 值分别为$p(t_{n+1})$、$q(t_{n+1})$ 和 $p(t_n)$、$q(t_n)$• 当用数值方法求解Hamilton 系统时, 则称使$(\partial(p_{n+1}, q_{n+1})/\partial(p_n, q_n))$ 为辛矩阵的数值方法为辛算法• 辛几何是相空间的几何学, 辛空间内的度量是面积度量而不是长度度量• 如果辛几何中一对一的非线性变换的 Jacobi 矩阵处处是辛阵, 则称该变换为辛变换(也叫正则变换) • 在辛变换下, Hamilton 方程的正则形式不变•

Hamilton 系统的辛算法目前主要有显示辛算法, 线性对称多步法, 也有将传统的数值方法加入辛条件建立如辛 Runge_Kutta 方法、线性辛多步法等, 文献[6] 对这些方法作了一些介绍•

2 线性二次型微分对策的辛性质

这里考虑线性二次型微分对策情形, 设定常系统

$$J = \int_0^\infty (\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{v})\,\mathrm{d}t, \tag{6a}$$

$$\text{s.t}\quad \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{v}(t),\quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0, \tag{6b}$$

其中 $\boldsymbol{Q}$ 为对称半正定阵, $\boldsymbol{R}_1$ 为对称正定阵, $\boldsymbol{R}_2$ 为对称负定阵, $\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 是系统的反馈策略分别使 J 极小和极大• 线性二次型指标的对策问题的反馈解通过变分法或 Hamilton_Jacobi 方法可得到解析解

$$\begin{cases} \boldsymbol{u} = \boldsymbol{K}_1\boldsymbol{x}(t) = -\boldsymbol{R}_1^{-1}\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(t), \\ \boldsymbol{v} = \boldsymbol{K}_2\boldsymbol{x}(t) = -\boldsymbol{R}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(t), \end{cases} \tag{7}$$

其中 $\boldsymbol{P}$ 是如下代数 Riccati 方程的解

$$\boldsymbol{P}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} - \boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{R}_1^{-1}\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{R}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}})\boldsymbol{P} + \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{0}• \tag{8}$$

由 Hamilton 矩阵性质 $\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J} + \boldsymbol{J}\boldsymbol{H} = \boldsymbol{0}$(其中 $\boldsymbol{J}$ 是标准辛阵) , 易知线性二次型微分对策的辛性质之一: 线性二次型微分对策的系统矩阵

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & -(\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{R}_1^{-1}\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{R}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}}) \\ -\boldsymbol{Q} & -\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \tag{9}$$

是 Hamilton 矩阵•

令

$$\boldsymbol{Q} = \pi\pi^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{R} = \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{R}_1^{-1}\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{R}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{R} = \pi^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\pi,\ \boldsymbol{A} = \pi^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\pi^{-\mathrm{T}},$$

仿照文献[4] 中的证明过程, 可推得

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & -\boldsymbol{R} \\ -\boldsymbol{I} & -\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$$

的特征值都是实数• 由 $\boldsymbol{H}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 的相似性, 结合文献[4] 中之定理 2, 进一步则知线性二次型微分对策的性质之二: 线性二次型微分对策系统矩阵的特征值为若干对互为相反数的实数•

3 线性二次型微分对策的辛算法

对代数 Riccati 方程(8) 是相应于无限期间 (infinite time horizon) 的, 其解 $\boldsymbol{P}$ 可以看成

$\lim_{T\to\infty}\boldsymbol{P}(t,T)=\boldsymbol{P}$, 而 $\boldsymbol{P}(t,T)$ 是如下相应于有限期间问题的 Riccati 微分方程的解

$$-\dot{\boldsymbol{P}}=\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}-\boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{R}_1^{-1}\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{R}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}})\boldsymbol{P}+\boldsymbol{Q}, \tag{10}$$

方程(10)的解可归结为下面的线性 Hamilton 系统

$$\begin{pmatrix}\dot{\boldsymbol{X}}\\ \dot{\boldsymbol{Y}}\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & -(\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{R}_1^{-1}\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{R}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}})\\ -\boldsymbol{Q} & -\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\boldsymbol{X}\\ \boldsymbol{Y}\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}\boldsymbol{X}(T)\\ \boldsymbol{Y}(T)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{0}\end{pmatrix}, \tag{11}$$

简写为

$$\dot{\boldsymbol{Z}}=\boldsymbol{H}\boldsymbol{Z},\quad \boldsymbol{Z}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{X}\\ \boldsymbol{Y}\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{Z}(T)=\begin{pmatrix}\boldsymbol{X}(T)\\ \boldsymbol{Y}(T)\end{pmatrix},$$

方程(11)在 (t_0,T) 上有解的条件是 $\boldsymbol{X}(t)$ 非奇异, 此时 $\boldsymbol{P}(t,T)=\boldsymbol{Y}(t)\boldsymbol{X}^{-1}(t)$• 为让有限期间的 $\boldsymbol{P}(t,T)$ 能成为无限期间问题 $\boldsymbol{P}$ 的较好近似, 应估计 T• 可采用估计式 $\boldsymbol{x}(T)=\boldsymbol{X}^{-1}(t_0)\boldsymbol{x}(t_0)$, 并同时考虑到 $\boldsymbol{x}(T)$ 规模•

对上述线性 Hamilton 系统(11), 可采用如下的数值积分器

$$\boldsymbol{Z}^{k+1}=g^{\tau}\boldsymbol{Z}^{k}, \tag{12}$$

此处, g^{τ} 是 Hamilton 系统流 ϕ_t 的近似, 而 $\phi_t\boldsymbol{Z}(0)=\boldsymbol{Z}(t)$• 为保证所求 Riccati 方程解 $\boldsymbol{P}$ 的对称和正定等特征, 这里引入辛_龙格_库塔法(Symplectic_Runge_Kutta, SRK)• 辛算法能复制 Hamilton 系统的动态结构并保持相平面上的测度• 在已知 $t_k=k\tau$ 下的近似值

$$\boldsymbol{Z}^{k}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{X}^{k}\\ \boldsymbol{Y}^{k}\end{pmatrix},$$

求 $t_{k+1}=(k+1)\tau$ 下近似值的 S 级 Runge_Kutta 法为

$$\boldsymbol{W}_i=\boldsymbol{Z}^{k}+\tau\sum_{j=0}^{S}a_{ij}\boldsymbol{H}\boldsymbol{W}_j,\qquad i=1,2,\cdots,S, \tag{13a}$$

$$\boldsymbol{Z}^{k+1}=\boldsymbol{Z}^{k}+\tau\sum_{j=0}^{S}b_j\boldsymbol{H}\boldsymbol{W}_j, \tag{13b}$$

其中 a_{ij} 和 b_j 分别是系数和权, $\boldsymbol{W}_j$ 是辅助矩阵• 算法为辛格式的含义是(13)的推进映射即 $t=k$ 到 $t=k+1$ 的变换, 其 Jacobi 矩阵是辛的• 亦可用 Butcher 表式来表述上面的算法

$$\frac{\boldsymbol{c}\mid\boldsymbol{a}}{\mid\boldsymbol{b}}=\begin{array}{c|ccc}c_1 & a_{11} & \cdots & a_{1S}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ c_S & a_{S1} & \cdots & a_{SS}\\ \hline & b_1 & \cdots & b_S\end{array},\quad c_i=\sum_{j=0}^{S}a_{ij},\qquad i=1,2,\cdots,S, \tag{14}$$

Runge_Kutta 法保证为辛(Symplectic)意义的条件[2]是 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{b}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{b}-\boldsymbol{b}\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{0}$, 即

$$b_ia_{ij}+b_ja_{ji}-b_ib_j=0,\qquad\forall\, i,j=1,2,\cdots,S, \tag{15}$$

一个实用的选择是 Gauss_Legendre 法, 其二步算法的 Butcher 表式为

$$\begin{array}{c|ccc}(3-\sqrt{3})/6 & 1/4 & \cdots & (3-2\sqrt{3})/12\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ (3+\sqrt{3})/6 & (3+2\sqrt{3})/12 & \cdots & 1/4\\ \hline & 1/2 & \cdots & 1/2\end{array}, \tag{16}$$

该算法具有 $2S$ 阶计算精度[2]•

4 算例和结束语

作为应用给出如下的数值例子,对线性二次型微分对策问题(6),及其相应的Riccati方程(8),

$$\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{R}_1^{-1}\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}} = \mathrm{diag}\{0.0 \quad 0.0 \quad 0.0 \quad 1.519\,73\},$$

$$\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{R}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}} = \mathrm{diag}\{0.0 \quad 0.0 \quad 0.0 \quad -0.168\,85\},$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} -0.457\,80 & 0.562\,7 & -0.315\,75 & 0.245\,11 \\ -1.864\,5 & -0.372\,5 & 0.0 & 0.660\,00 \\ -0.218\,61 & -0.355\,4 & -0.005\,122 & 0.103\,94 \\ 0.043\,00 & 0.000\,0 & 0.000\,000 & 0.592\,6 \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} 0.0 & & & 0 \\ & 12.0 & & \\ & & 16.0 & \\ 0 & & & 0 \end{pmatrix},$$

其相应的Riccati方程(8)由辛_龙格_库塔法(SRK)计算可得

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 34.318\,5 & -11.271\,0 & 24.201\,2 & 0.175\,1 \\ -11.271\,0 & 12.932\,3 & -20.003\,0 & 1.698\,9 \\ 24.201\,2 & -20.003\,0 & 69.819\,9 & -0.036\,4 \\ 0.175\,1 & 1.698\,9 & -0.036\,4 & 1.820\,9 \end{pmatrix},$$

这里没有把辛_龙格_库塔法(SRK)和传统的R_K法结果比较,文献[4]就两者对线性最优控制问题作了比较,并表明了传统的R_K法是一个耗散的计算方法,它不适合基于Hamilton体系的控制问题,而辛算法具有良好的守恒性• 对于线性二次型微分对策问题,性质是相似的•

微分对策的解法常常涉及到两点边值问题(TPBV),求解相当困难• 辛几何算法相对于传统求解Hamilton系统的数值方法,能保持Hamilton流的辛结构和整体特征,使系统的能量不发生长期变化• 本文尝试把辛几何算法引入微分对策的计算中,并探讨了线性二次型微分对策系统的辛性质•

[参 考 文 献]

[1] FENG Kang. Symplectic difference schemes for linear Hamiltonian cononical systems[J]. Journal of Computational Mathematics, 1990, **8**(4): 371—380.

[2] 冯康,秦孟兆. Hamilton系统的辛几何算法[M]. 杭州:浙江科学技术出版社, 2003, 271—344.

[3] Guiomar Martin Herran. Symplectic methods for the solution to riccati matrix equations related to macroeconomic models[J]. Computational Economics, 1999, **13**(1): 61—91.

[4] 杨然,周钢,许晓鸣. 求解最优控制问题的改进辛几何算法[J]. 上海交通大学学报, 2000, **34**(5): 612—614.

[5] 李登峰. 微分对策[M]. 北京:国防工业出版社, 2001, 5—180.

[6] 廖新浩,刘林. Hamilton系统数值计算的新方法[J]. 天文学进展, 1996, **14**(1): 3—11.

[7] DENG Zi_chen. The optimal solution of the constrained nonlinear control system[J]. Computers & Structures, 1994, **53**(5): 1115—1121.

Numerical Method Based on Hamilton System and Symplectic Algorithm to Differential Games

XU Zi_xiang[1], ZHOU De_yun[1], DENG Zi_chen[2]

(1. School of Electron and Information, North_western Politechnical University, Xi' an 710072, P.R.China;

(2. Department of Engineering Michanics, North_western Politechnical University, Xi' an 710072, P.R.China)

Abstract: The resolution of differential games often concerns the difficult problem of Two Point Border Value (TPBV), then ascribe linear quadratic differential game to Hamilton system. To Hamilton system, the algorithm of symplectic geometry has the merits of being able to copy the dynamic structure of Hamilton system and to keep the measure of phase plane. From the point of view of Hamilton system, the symplectic characters of linear quadratic differential game were probed; And as a try, Symplectic_Runge_Kutta algorithm was inducted to the resolution of infinite horizon linear quadratic differential game. An example of numerical calculation was presented, and the result can illuminate the feasiblity of this method. At the same time, it embodies the fine conservation characteristics of symplectic algorithm to system energy.

Key words: differential game; Hamilton system; algorithm of symplectic geometry; linear quadratic