

文章编号: 1000-0887(2004) 05-0481-07

含涂层空心球复合泡沫塑料的 模量预测及讨论

袁应龙, 卢子兴

(北京航空航天大学 固体力学研究所, 北京 100083)

(黄小清推荐)

摘要: 利用 Mori-Tanaka 平均应力的概念和 Eshelby 等效夹杂的原理, 研究了含涂层空心球复合泡沫塑料的弹性性质, 从理论上导出了这类复合材料的有效模量预测公式。此外, 基于这些理论公式, 讨论了涂层厚度和泊松比变化对复合泡沫塑料有效模量性质的影响。

关键词: Mori-Tanaka 模型; 有效模量; 涂层; 复合泡沫塑料

中图分类号: O341; TQ328 文献标识码: A

引 言

含空心球复合泡沫塑料作为一种新型材料, 在航空、航天及航海等领域均有广泛的应用。关于这类新型泡沫材料弹性性质的研究国内外已有不少著作发表^[1]。作者也曾较为系统地研究了含空心球复合泡沫塑料有效模量的预测方法^[2]。但是, 现有的工作主要考虑了空心球与基体理想粘接的情况, 很少考虑界面层的影响。另外, 在通常的复合泡沫塑料中, 如果空心球与基体的粘接质量不是很好, 则在加载过程中会导致空心球与基体脱胶的现象, 从而达不到有效增强材料的目的。近些年来, 为了改善空心球与基体间的结合状况, 通常采用涂层技术来提高界面质量, 从而改善了复合材料的整体力学性能。然而, 涂层的加入相当于在空心球与基体之间引入了界面相, 从而大大增加了力学分析的难度, 目前还未见文献给出这类含涂层空心球复合泡沫塑料有效模量的有效预测结果。本文基于 Mori-Tanaka 平均应力的概念和 Eshelby 等效夹杂的原理, 通过将涂层作为新的材料来处理, 建立了比较材料的基本单元体模型, 从而得到这类材料的有效模量预测公式。在此基础上, 又进一步讨论了涂层厚度和泊松比变化对材料有效模量性质的影响。

1 Mori-Takaka 方法

1973 年 Mori 和 Tanaka 提出了计算基体平均应力的方法, 从而解决了在有限体积比夹杂下使用 Eshelby 等效夹杂原理的基本理论问题。其后, 在 Mori-Tanaka 平均应力概念下的等效夹

收稿日期: 2002_05_09; 修订日期: 2004_01_10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10072007); NSAF 联合基金资助项目(10276004)

作者简介: 袁应龙(1977), 男, 四川人, 硕士;

卢子兴(1960), 男, 河北人, 教授, 博士生导师(联系人, Tel: + 86_10_82317507; Fax: + 86_10_82328501; E_mail: luzixing@263.net)。

杂原理被广泛应用于各种复合材料的有效性能预测 因此,这种方法通常被称为 Eshelby-Mori-Tanaka 等效夹杂方法,或者简称为 Mori-Tanaka 方法^[3] 这种方法的基本原理是:认为夹杂的加入只对夹杂附近的应力场产生影响,而整个材料加入夹杂后的平均应力场与加入夹杂前的平均应力场相同 而加入夹杂后,夹杂附近的局部扰动场可以通过 Eshelby 等效夹杂原理来求得 Mori-Tanaka 方法的模型如图 1 所示 其中 m 代表了无限大区域 S 内的均匀基体,远场的应力边界条件为 σ^0_n ,基体中的应力场也为 σ^0 加入夹杂 f 后,从其中任意选取一个基本单元区域 S' ,由于夹杂的加入, S' 中基体中的应力场不再是 σ^0 ,而变为 $\sigma^{(0)}$, S' 中各相的应力场可以在基体应力场的基础上叠加一个扰动值来得到,而这个扰动值则需要利用 Eshelby 等效夹杂原理来确定 但是 S' 中的平均应力仍然为 σ^0 关于 Mori-Tanaka 方法的细节可参考 Weng^[4] 和 Benveniste^[5] 等人发表的著作

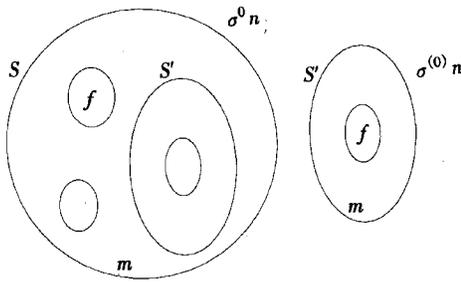


图 1 Mori-Tanaka 模型

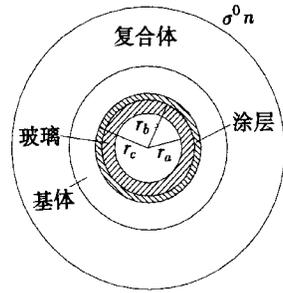


图 2 比较材料的基本单元体模型

(涂层厚度 $h = c - b$)

2 基于 Mori-Tanaka 方法确定复合泡沫塑料的有效模量

从复合泡沫塑料的 SEM 照片^[6]可以看出,这类材料除含有大量空心球外,还含有大量发泡产生的气孔 对于含涂层空心球复合泡沫塑料来说,情况也是类似的 为了分析这类材料的有效模量,通常人为地将整个材料的制作过程分为两步 第一步是在基体中只加入含涂层的空心球增强粒子,从而得到不含孔隙的复合材料 如果把它作为比较材料,则第二步是在比较材料中加入孔隙(假设是球形的),从而得到真实的复合泡沫塑料 因此,整个材料的模量计算也可分两步来实现

首先,按照图 2 所示的比较材料的基本单元体模型来分析比较材料的模量 为方便起见,这里将空心球作为一个整体来考虑 由文献[7]知,当空心球受到静水压力作用时,利用三相球模型,可得到空心球的等效体积模量为

$$k_2 = 4k_g \cdot g(1 - C_2)/(4 \cdot g + 3k_g C_2), \quad (1)$$

其中 $C_2 = r_a^3/r_b^3$ 为空心球中气相的体积比, r_a, r_b 分别为空心球内、外半径; k_g, g 分别为空心球壁的体积模量和剪切模量

根据文献[8]提供的资料可知,空心球的等效剪切模量为

$$g_2 = g(1 - C_2)/(1 + C_2) \quad (2)$$

假设复合材料在远场受到外部施加的均匀应力场 σ^0 作用 对于形状相同的均质纯基体来说,在相同边界条件下,其应变场 ϵ^0 可由 $\sigma^0 = L_0 \cdot \epsilon^0$ 来确定 其中 L_0 为基体的弹性刚度张量 在选取基本单元体时,假设各相材料的体积比与复合材料中各相材料的体积比相同,则单元体模型如图 2 所示 其中空心球之外包覆着一层均匀涂层,涂层之外是基体 由于基体

中夹杂物的存在,所以基体中的实际应力场 $\sigma^{(0)}$ 会在纯基体应力场 σ^0 的基础上增加一个扰动量(实际变量 $\sigma^{(0)}$ 也会在应变场 ϵ^0 的基础上增加一个扰动量),因此基体中的应力场 $\sigma^{(0)}$ 与应变场 $\epsilon^{(0)}$ 的关系可以表示为

$$\sigma^{(0)} = \sigma^0 + \sigma_1 = L_0(\epsilon^{(0)} = L_0(\epsilon^0 + \epsilon_1^*)), \quad (3)$$

而涂层材料的应力场 $\sigma^{(1)}$ 在上述基体应力场的基础上又增加一个新的扰动量 σ_1 (应变的扰动量为 ϵ_1),即有

$$\sigma^{(1)} = \sigma^0 + \sigma_1 + \sigma_2 = L_1(\epsilon^{(1)} = L_1(\epsilon^0 + \epsilon_1 + \epsilon_2)) = L_0(\epsilon^0 + \epsilon_1 - \epsilon_1^*), \quad (4)$$

这里 L_1 为涂层材料的弹性刚度张量, $\epsilon^{(1)}$ 为涂层材料的应变场,而 ϵ_1^* 是(4)式中将 L_1 换成 L_0 后所产生的应变差值,称为本征应变。同理可知,等效夹杂球中的应力场 $\sigma^{(2)}$ 也可以用应力和应变的新的扰动量 σ_2 和 ϵ_2 表示为

$$\sigma^{(2)} = \sigma^0 + \sigma_2 = L_2(\epsilon^{(2)} = L_2(\epsilon^0 + \epsilon_2)) = L_0(\epsilon^0 + \epsilon_2 - \epsilon_2^*), \quad (5)$$

其中 L_2 为等效夹杂球的弹性刚度张量, $\epsilon^{(2)}$ 为等效夹杂球中的应变场,而 ϵ_2^* 是(5)式中将 L_2 换成 L_0 后所产生的本征应变。并且有

$$\epsilon_1 = S_1 \epsilon_1^*, \quad \epsilon_2 = S_2 \epsilon_2^*, \quad (6)$$

这里 S 为Eshelby张量,它与基体材料的性质和夹杂物的几何形状有关。由于本征应变 ϵ_1^* , ϵ_2^* 都是以基体材料作为比较材料来得到的,所以在球形夹杂情况下,(6)式中的Eshelby张量 S 均由基体材料的性质确定,故结果是相同的。

有了上面分析的结果,则基本单元体内部的平均应力 σ 可以表示为

$$\sigma = V_0 \sigma^{(0)} + V_1 \sigma^{(1)} + V_2 \sigma^{(2)} = \sigma^0, \quad (7)$$

其中 V_0, V_1, V_2 分别为基体材料、涂层材料和等效夹杂球的体积比,它们满足下式

$$V_0 + V_1 + V_2 = 1, \quad (8)$$

由(7)和(8)式得到 $\sigma = V_1 \sigma_1 + V_2 \sigma_2 = 0$ (9a)

根据(3)、(4)、(5)式可以得到

$$\sigma_1 = L_0(\epsilon_1 - \epsilon_1^*) = L_0(S - I) \epsilon_1^*, \quad (9b)$$

$$\sigma_2 = L_0(\epsilon_2 - \epsilon_2^*) = L_0(S - I) \epsilon_2^*, \quad (9c)$$

$$= L_0 \epsilon_2^*, \quad (9d)$$

其中 I 是四阶单位张量。将(9b)、(9c)、(9d)代入(9a)式经整理后得到

$$= -V_1(S - I) \epsilon_1^* - V_2(S - I) \epsilon_2^*, \quad (10)$$

再由(4)、(5)式得

$$\begin{cases} L_1(\epsilon^0 + \epsilon_1) = -L_0 \epsilon_1^*, \\ L_2(\epsilon^0 + \epsilon_2) = -L_0 \epsilon_2^*, \end{cases} \quad (11)$$

其中 $L_1 = L_1 - L_0, L_2 = L_2 - L_0$ 。将(6)、(10)式代入(11)式得

$$\begin{cases} L_1[\epsilon^0 - V_1(S - I) \epsilon_1^* - V_2(S - I) \epsilon_2^* + S_1 \epsilon_1^*] = -L_0 \epsilon_1^*, \\ L_2[\epsilon^0 - V_1(S - I) \epsilon_1^* - V_2(S - I) \epsilon_2^* + S_2 \epsilon_2^*] = -L_0 \epsilon_2^* \end{cases} \quad (12)$$

上式用矩阵形式表示为

$$\begin{bmatrix} V_1 L_1(S - I) - L_1 S - L_0 & V_2 L_1(S - I) \\ V_1 L_2(S - I) & V_2 L_2(S - I) - L_2 S - L_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1^* \\ \epsilon_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \epsilon^0 \\ L_2 \epsilon^0 \end{bmatrix}$$

令 $A = V_1 L_1(S - I) - L_1 S - L_0, B = V_2 L_1(S - I),$

$$C = V_1 L_2(S - I), D = V_2 L_2(S - I) - L_2 S - L_0$$

则可以求出本征应变如下

$$\begin{cases} \varepsilon_1^* = (C - DB^{-1}A)^{-1}(L_2 - DB^{-1}L_1)^0, \\ \varepsilon_2^* = (B - AC^{-1}D)^{-1}(L_1 - AC^{-1}L_2)^0 \end{cases} \quad (13)$$

若令 $H = (C - DB^{-1}A)^{-1}(L_2 - DB^{-1}L_1)$, $P = (B - AC^{-1}D)^{-1}(L_1 - AC^{-1}L_2)$ 则可得到

$$\varepsilon_1^* = H^0, \quad \varepsilon_2^* = P^0 \quad (14)$$

考虑到基本单元体中的平均应变 应为

$$= V_0^0 + V_1^1 + V_2^2 = (I + V_1H + V_2P)^0, \quad (15)$$

而基本单元体中的平均应力 又为

$$= L = L(I + V_1H + V_2P)^0 = L_0^0, \quad (16)$$

因此, 含涂层空心球复合材料的弹性刚度张量为

$$L = L_0(I + V_1H + V_2P)^{-1} \quad (17)$$

若把基体材料、涂层材料和等效夹杂球看成是均匀各向同性材料, 则任一四阶各向同性张量 N 可以简记为^[9]

$$N = (a, b) = (a - b)(1/3) + bI, \quad (18)$$

则 L_i, S, I 可以表示为^[4]

$$L_i = (3k_i, 2\mu_i) \quad (i = 0, 1, 2), \quad S = (\quad, \quad), \quad I = (1, 1), \quad (19)$$

其中 k, μ 分别表示体积模量和剪切模量, 而下标取 0, 1, 2 分别代表与基体、涂层和等效夹杂球有关的量 并且有

$$= 3k_0/(3k_0 + 4\mu_0), \quad = 6(k_0 + 2\mu_0)/5(3k_0 + 4\mu_0) \quad (20)$$

将以上各式代入(17)式, 可得含涂层空心球复合材料的体积模量和剪切模量为

$$\begin{aligned} \frac{k_c}{k_0} &= 1 + \frac{(V_1 + V_2) \left[\frac{k_1}{k_0} - 1 \right] \left[\frac{k_2}{k_0} - 1 \right] + V_1 \left[\frac{k_1}{k_0} - 1 \right] + V_2 \left[\frac{k_2}{k_0} - 1 \right]}{1 + V_0 \left[\frac{k_1}{k_0} - 1 \right] \left[\frac{k_2}{k_0} - 1 \right] + \left[(1 - V_1) \left[\frac{k_1}{k_0} - 1 \right] + (1 - V_2) \left[\frac{k_2}{k_0} - 1 \right] \right]}, \quad (21) \\ \frac{\mu_c}{\mu_0} &= 1 + \frac{(V_1 + V_2) \left[\frac{\mu_1}{\mu_0} - 1 \right] \left[\frac{\mu_2}{\mu_0} - 1 \right] + V_1 \left[\frac{\mu_1}{\mu_0} - 1 \right] + V_2 \left[\frac{\mu_2}{\mu_0} - 1 \right]}{1 + V_0 \left[\frac{\mu_1}{\mu_0} - 1 \right] \left[\frac{\mu_2}{\mu_0} - 1 \right] + \left[(1 - V_1) \left[\frac{\mu_1}{\mu_0} - 1 \right] + (1 - V_2) \left[\frac{\mu_2}{\mu_0} - 1 \right] \right]} \quad (22) \end{aligned}$$

若在上式中令 $V_1 = 0, k_1 = k_0, \mu_1 = \mu_0$, 则可得到无涂层空心球复合材料的模量公式如下

$$\frac{k}{k_0} = 1 + \frac{V_2 \left[\frac{k_2}{k_0} - 1 \right]}{1 + (1 - V_2) \left[\frac{k_2 - k_0}{k_0 + 4\mu_0/3} \right]}, \quad (23)$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \frac{V_2 \left[\frac{\mu_2}{\mu_0} - 1 \right]}{1 + (1 - V_2) \left[\frac{\mu_2 - \mu_0}{1 + (9k_0 + 8\mu_0)/6(k_0 + 2\mu_0)} \right]} \quad (24)$$

在上述结果基础上, 若进一步考虑材料制备过程中引入球形泡孔的影响, 则只需在比较材料中加入球形的孔洞, 然后利用模量预测公式(23)、(24), 就可导出含涂层空心球复合泡沫塑料的有效模量预测公式(令 $k_2 = \mu_2 = 0$), 即

$$\frac{k}{k_c} = 1 - \frac{p}{1 - (1 - p) \frac{k_c}{k_c + 4\mu_0/3}}, \quad (25)$$

$$\frac{E}{E_0} = 1 - \frac{p}{1 - (1-p) \frac{6(k_c + 2c)}{5(3k_c + 4c)}} \quad (26)$$

其中 k_c , c 由公式(21)、(22) 确定, 而 p 为引入球形泡孔的体积比 对具体的材料它可由 $p = 1 - \rho / (\rho_0 + V_1 \rho_1 + V_2 \rho_2)$ 来确定, 其中 ρ , ρ_0 , ρ_1 和 ρ_2 分别为复合泡沫塑料、基体、涂层和等效夹杂球的密度

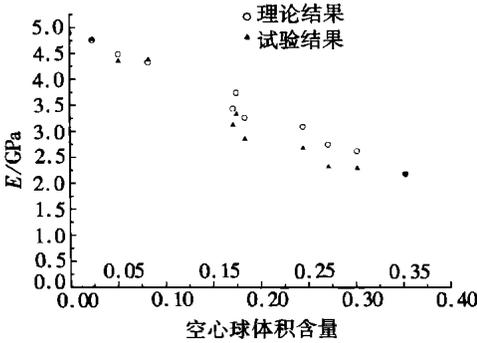


图3 无涂层空心球复合泡沫塑料弹性模量实验值与理论预测值的比较

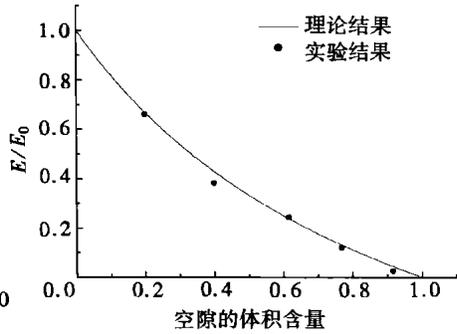
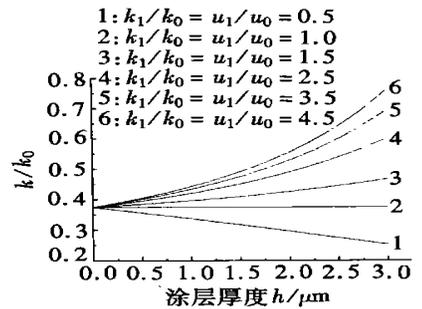
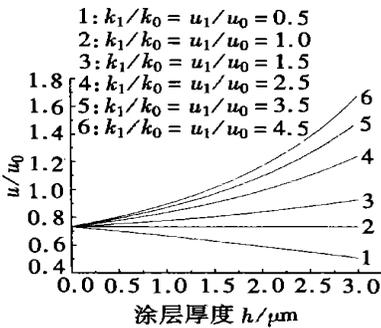


图4 普通泡沫塑料弹性模量实验值与理论预测值的比较

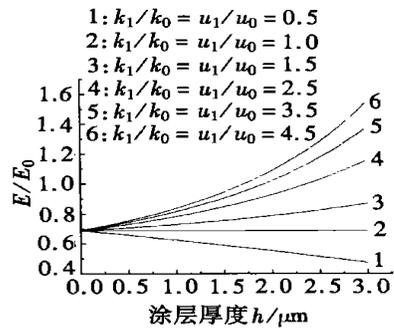
由于缺少含涂层空心球复合泡沫塑料的力学性能数据, 所以为检验上述模量公式的有效性, 这里仅给出公式退化后预测无涂层空心球复合泡沫塑料和普通泡沫塑料弹性模量的预测结果, 并与实验值进行了比较 其中无涂层空心球复合泡沫塑料的实验数据来源于文献[10], 而普通泡沫塑料的实验值来源于文献[11] 可见, 理论预测与实验值符合得很好 (见图3和图4) 因此, 这间接证明了本文模量预测公式的有效性和正确性



(a)



(b)



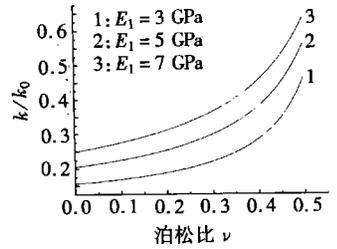
(c)

图5 有效模量比与涂层厚度之间的关系

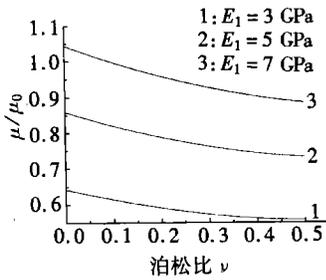
3 涂层厚度及泊松比对复合泡沫塑料有效模量的影响

为了了解涂层复合泡沫塑料弹性性质的影响, 在这里引用文献[10]中所提供的材料数

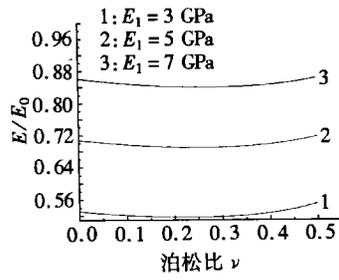
据: $k_0 = 8.16 \text{ GPa}$, $\mu_0 = 1.75 \text{ GPa}$, $k_g = 43.21 \text{ GPa}$, $\mu_g = 28.46 \text{ GPa}$, 利用上面推导的模量预测公式, 对复合泡沫塑料的有效模量进行了数值计算和分析。若假设涂层材料的泊松比与基体材料的泊松比相同, 则图 5(a)、(b)、(c) 分别给出了涂层材料取不同模量和厚度 ($h = r_c - r_b$) 时, 复合泡沫塑料(泡孔的体积比为 0.3) 的体积模量比、剪切模量比和弹性模量比。由图可见, 涂层厚度的增加对复合泡沫塑料模量的影响取决于涂层材料模量与基体材料模量的比值。如果涂层材料的模量小于基体材料的模量, 那么随着涂层厚度 h 的增加, 复合泡沫塑料的模量呈下降的趋势; 如果涂层材料的模量等于基体材料的模量, 则复合泡沫塑料的模量与涂层厚度 h 无关; 若涂层材料的模量大于基体材料的模量, 则随着涂层厚度 h 的增加, 复合泡沫塑料的模量呈增加的趋势。一般说来, 涂层的加入对剪切模量产生的影响比对体积模量的影响大, 同时涂层材料的模量变化也会对复合泡沫塑料的模量产生影响。比如当涂层厚度为 1 微米时, 若涂层材料的模量取值为基体材料模量的 3 倍, 则材料的体积模量比没有涂层时的体积模量值提高 14%, 相应的剪切模量提高 16%, 弹性模量也提高了 16%。在同一涂层厚度下, 随着涂层模量与基体模量的比值增大, 体积模量和剪切模量也增大, 但增长的速度随着比值的增大而减慢。



(a)



(b)



(c)

图 6 有效模量比与涂层泊松比之间的关系

而图 6(a)、(b)、(c) 给出了涂层泊松比变化对复合泡沫塑料模量产生的影响。计算中设涂层材料取三组弹性模量值(分别为 3GPa、5GPa 和 7GPa), 泊松比从 0.01 变化到 0.49。根据弹性常数 k , μ , E 之间的关系可以看出: k 为 E 和 ν 这两个变量的单调增函数, 而 μ 为变量 E 的单调增函数, 是变量 ν 的单调减函数。仅从这一点来看, 图中曲线的变化趋势是正确的。当涂层的泊松比接近 0.5 时, 材料变得几乎不可压缩, 此时, 复合泡沫塑料的体积模量迅速增大。从图 6(c) 可以看出, 在上述泊松比的变化范围内, 弹性模量存在一个极小值。虽然涂层的泊松比对复合泡沫塑料体积模量的影响很大, 但对弹性模量的影响却不明显。如涂层材料的弹性模量取 3GPa、5GPa 和 7GPa 时, 图 6(c) 中对应曲线的最大值与最小值的相对比值分别为 6.61%, 4.02%, 2.69%。

4 结 论

本文基于 Mori-Tanaka 平均应力的概念和 Eshelby 等效夹杂的原理, 得到了含球形涂层粒子增强复合材料的有效模量的显示表达式。这些公式不仅可以用于含涂层空心球复合泡沫塑料的有效模量预测, 也可用于无涂层空心球复合泡沫塑料和普通泡沫塑料的模量预测。此外,

基于所得到的模量预测公式还讨论了涂层厚度和泊松比变化对材料整体弹性性能的影响。数值计算的结果表明:在涂层泊松比与基体泊松比相同的条件下,涂层的加入对剪切模量的影响较大;当涂层的模量小于基体材料的模量时,加入涂层起不到提高复合泡沫塑料模量的作用。当改变涂层的泊松比使其逐渐增大,且趋于 0.5 时,复合泡沫塑料的体积模量增加很快,剪切模量逐渐减小,而弹性模量先减少,后增加,变化不大。

[参 考 文 献]

- [1] 卢子兴. 泡沫塑料及复合材料力学行为的研究 [R]. 博士后研究报告. 北京航空航天大学, 1997.
- [2] 卢子兴, 严寒冰. 复合泡沫塑料有效模量的预测方法 [A]. 见: 徐秉业, 黄筑平 主编. 塑性力学和地球动力学进展 [C]. 北京: 万国学术出版社, 2000, 111—117.
- [3] 杨庆生. 复合材料细观结构力学与设计 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 2000.
- [4] Weng G J. Some elastic properties of reinforced solids with special reference to isotropic ones containing spherical inclusions [J]. *Int J Eng Sci*, 1984, **22**(7): 845—856.
- [5] Benveniste Y. A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials [J]. *Mech Mater*, 1987, **6**(2): 147—157.
- [6] 卢子兴, 严寒冰. 拉、压加载高密度泡沫塑料的全程显微观察 [J]. *固体力学学报*, 2002, **23**(s): 97—102.
- [7] LU Zi_xing, HUANG Zhu_ping, WANG Ren. Determination of effective moduli for foam plastics based on three phase spheroidal model [J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 1995, **9**(3): 268—272.
- [8] Palumbo M, Tempesti E. The effect of partial matrix interfacial condition on the compressive elasticity of epoxy resins filled with untreated hollow glass microspheres [J]. *Polymer & Polymer Composites*, 1997, **5**(3): 217—221.
- [9] 黄克智, 黄永刚. 固体本构关系 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1999.
- [10] Huang J S, Gibson L J. Elastic moduli of a composite of hollow spheres in a matrix [J]. *J Mech Phys Solids*, 1993, **41**(1): 55—75.
- [11] 卢子兴. 泡沫塑料力学性能的理论 and 实验研究 [D]. 博士学位论文. 北京: 北京大学力学系, 1994.

Modulus Prediction and Discussion of Reinforced Syntactic Foams With Coated Hollow Spherical Inclusions

YUAN Ying_long, LU Zi_xing

(Institute of Solid Mechanics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, P. R. China)

Abstract: The elastic properties of syntactic foams with coated hollow spherical inclusions have been studied by means of Mori and Tanaka's concept of average stress in the matrix and Eshelby's equivalent inclusion theories. Some formulae to predict the effective modulus of this material have been derived theoretically. Based on these formulae, the influences of coating parameters such as the thickness and Poisson's ratio on the modulus of the syntactic foams have been discussed at the same time.

Key words: Mori-Tanaka model; effective modulus; coating; syntactic foam