

文章编号:1000-0887(2006)02-0230-07

# 动脉中脉搏波传播分析\*

潘一山<sup>1</sup>, 贾晓波<sup>2</sup>, 崔长奎<sup>1</sup>, 肖晓春<sup>1</sup>

(1. 辽宁工程技术大学 力学与工程科学系, 辽宁 阜新 123000;

2. 上海爱中科技股份有限公司, 上海 201203)

(李家春推荐)

**摘要:** 将血管简化为弹性管,并考虑组织对血管壁的约束,利用力学方法建立血液流过血管的力学模型.通过理论分析对脉搏波在血管中的传播规律进行研究,同时分析了血液粘性、血管壁弹性模量、管径对波的传播的影响.通过对考虑血液粘性和不考虑血液粘性的结果比较,发现血液的粘性对脉搏波的传播的影响不能忽略,并且当弹性模量增大时,传播速度增大,血流的压力值增高;血管直径减小时,血流压力也增高,脉搏波速度增大.理论分析得到的结果也有助于利用脉搏波的信息来分析和辅助诊断一些人体疾病的病因.

**关键词:** 脉搏波; 血液粘性; 压力波

**中图分类号:** O368;O174 **文献标识码:** A

## 引言

由于占位性病变会引起血管的几何形态和力学性质的变化,这种变化必然导致脉搏波传播特性的变异.从 20 世纪 50 年代后期起,就不断有人对此进行研究.如果人们能从无创检测中得到脉搏波信号,就能准确地识别出早期占位性病变引起的血管特性的病理偏移,这无疑是对医学的一项了不起的贡献.然而欲达此目的,必须清楚了解,在正常生理范围内脉搏波在动脉系统里的传播规律.

血液在血管中流动时血压、血流速度、流量以及血管的直径等都随时间作周期性变化,波形复杂.脉搏波是心脏的搏动(振动)沿动脉血管和血流向外周传播而形成的,因此其传播速度取决于传播介质的物理和几何性质——动脉的弹性、管腔的大小、血液的密度和粘性等,特别是与动脉管壁的弹性、口径和厚度密切相关.实验发现动脉血管的弹性越大(即顺应性越大),则脉搏波的传播速度越小;动脉管径越小,速度越大.故通常沿主动脉到大动脉、再到较小动脉,脉搏波的传播速度越来越大.长期以来,人们对脉搏波速度的研究做了大量的工作<sup>[1,2]</sup>.

脉搏波速度的定量描述最早是由英国医生和物理学家 Thomas Young 于 1808 年得出的(见文献[1]),在《论血液的运动》(1808 年)一文中,他首先论述了脉搏传播的速度和动脉血管弹性的关系. Euler 在 1755 年、Korteweg 在 1878 年、Lambert 在 1958 年分别提出了非线性分布参

\* 收稿日期: 2004-12-27; 修订日期: 2005-08-17

作者简介: 潘一山(1964—),男,辽宁丹东人,教授,博士(联系人). Tel: +86-418-3351517; E-mail: panyishan@tsinghua.org.cn.

数模型,分析动脉中脉搏波传播的非线性特性,解释动脉中出现的类似枪击声,分析了动脉中激波的形成和传播。

脉搏波传播的近代分析是从20世纪50年代才开始的,在20世纪50~70年代,最有代表性的研究者有 Womersley、McDonald、Bergel、Fung 等<sup>[3~6]</sup>,他们建立了动脉管段中脉搏波的线性化模型,发展了 Windkessel 模型,在此基础上讨论了动脉脉动流的传播规律。国内许多学者也在动脉中脉搏波的传播上做了大量研究。1998年,王英晓、吴望一等人<sup>[7]</sup>首次在心脏和血管动态耦合的基础上,研究了人体体动脉中压力和流量脉搏波的传播;2000年,姚大康等人<sup>[8]</sup>讨论了血液粘弹性对脉搏波的影响,分析了血液粘弹性对脉搏波的波速和衰减的影响;2001年,谢官模等人<sup>[9]</sup>建立了非线性血流脉搏波在动脉内传播的理论模型。

为了分析其定性规律,本文中作一定的简化,首先忽略血液的粘性,使其线性化求出其一般规律,再在此基础上研究血液粘性对脉搏波传播的影响。假设血液为牛顿流体,则血液流动服从 Navier-Stokes 方程。讨论动脉中血液流非线性特殊性的困难是描述血液运动的 Navier-Stokes 方程中存在着非线性的迁移加速度项,这给方程的求解带来很大的困难。首先分析非线性项中迁移加速度项对流动特性带来的影响,再分析方程中的粘性项对血液流动特性带来的影响。

## 1 迁移加速度对流动特性的影响

### 1.1 压力波传播方程

略去运动方程中的粘性项,即近似认为血液是无粘性的理想流体,并认为流动是一维的;同时假定动脉血管是薄壁的 Hooke 弹性体,在自然状态下等截面均匀的半径为  $R$  的弹性管。则血液在动脉中的流动规律满足方程(3):

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Su}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2)$$

式中,  $u(x, t)$  为血液的流动速度,  $p(x, t)$  为血液压力,  $\rho$  为血液的密度,  $x, t$  分别是坐标与时间变量,  $S(x, t)$  为血管平均截面积,它随不同坐标与时间而变。

定义应力与应变的关系如下式:

$$r = \frac{2(r - R)}{2R} = \frac{r - R}{R}, \quad r = E \cdot r,$$

式中  $E$  为血管壁的弹性模量。故截面:

$$S = r^2 = R^2(1 + 2r),$$

于是式(2)可化为:

$$2 \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial ru}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

### 1.2 血管壁运动方程

通常,血管在内压力  $p$  作用下(假设外压为零),径向应力远小于轴向应力和周向应力,可忽略不计。而且血管受结缔组织约束,轴向应变、应力都很小,在血液的压力作用下,血管主要是径向扩张。对血管壁周向应力与内压  $p$  的关系进行分析,考虑内压作用下处于平衡状态的动脉管段血管壁的运动方程。Womersley 将动脉管周围的结缔组织等效成一层密度均匀的附加层,并引进血管壁的有效厚度:

$$H = h \left[ 1 + \frac{r_1 h_1}{w R h} \right],$$

式中  $\rho_1$ 、 $r_1$  和  $h_1$  分别表示血管周围附加层的密度、半径、厚度,  $\rho_w$ 、 $R$  和  $h$  分别表示血管壁的密度、半径、厚度. 引进血管壁有效厚度实际上意味着有质量附加在血管壁上, 然而这部分并不参与血管壁的径向弹性变形. 仅考虑血管截面积受血液压力的变化, 而轴向运动在周围组织约束下很小, 忽略不计.

管壁的运动方程为:

$$\rho_w H R \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} + \frac{h}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = p. \quad (4)$$

应用应力与应变的关系, 将式(4)简化为:

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho_w H R} p - \frac{E}{w R^2} r. \quad (5)$$

方程(2)、(3)、(5)为研究应变运动的基本方程式. 作如下变量变换, 令

$$2r = r - 1, \quad \sqrt{\frac{E}{\rho_w R^2}} t = t, \quad x = \sqrt{\frac{w H R}{\rho_w R^2}} x, \quad u = \sqrt{\frac{E H}{\rho_w R^2}} u, \quad p = \sqrt{\frac{E^2 H}{\rho_w R^2}} p,$$

得:

$$\frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = p + 1 - r. \quad (8)$$

### 1.3 方程求解

采用微小扰动法求解上述方程. 将

$$r = 1 + \sum 2^n r_n, \quad u = \sum 2^n u_n, \quad p = \sum 2^n p_n$$

代入式(6)~(8), 并只取  $2^n$  的有关项, 得线性化方程组:

$$\frac{\partial r_1}{\partial t} + \frac{\partial u_1}{\partial x} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = - \frac{\partial p_1}{\partial x}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 r_1}{\partial t^2} = p_1 - r_1. \quad (11)$$

消去  $p_1$ 、 $u_1$  便得如下四阶微分方程式:

$$\frac{\partial^4 r_1}{\partial t^2 \partial x^2} + \frac{\partial^2 r_1}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 r_1}{\partial t^2} = 0. \quad (12)$$

同样, 根据 Womersley 理论可设应变波传播形式为:

$$r_1 = A e^{j(t - x/c^*)} = A e^{j(t - kx)}, \quad (13)$$

其中  $j = \sqrt{-1}$ ;  $c^* = (1/c - j/\omega)^{-1}$  称为复波速度, 与流速  $c$  具有相同的量纲;  $k = \omega/c + j$ .

将式(13)代入式(12)可得脉搏波的色散关系为:

$$k^2 c^2 - k^2 + \omega^2 = 0, \quad c = \left( \frac{k^2}{1 + k^2} \right)^{1/2} = k - \frac{1}{2} k^3, \quad (14)$$

故式(14)表明在应变波沿血管传播方向的传播过程中,存在色散,较高频率谐波的相速度明显高于较低频率谐波.

所以应变波的传播方程为:

$$1 = Ae^{j[(k-k^3/2)t-kx]} \tag{15}$$

式中  $e^{-jkx} = e^{-j(\omega/c)x} = e^{-\omega x/c} e^{-j(\omega/c)x}$ . 其中,虚部  $\omega/c$  表征了圆频率  $\omega$  的谐波的波数,它代表了波的空间周期性,相当于在谐波传播过程中空间相隔单位距离的两点的相位差.

## 2 粘性项对脉搏波传播的影响

分析粘性项对脉搏波传播的影响,可略去血液惯性项,血液流动的基本方程简化为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right] \tag{16}$$

式中  $\rho$  为血液的运动粘度.

根据不考虑血液粘性时波的传播方程(15)可设:

$$p = p_0 e^{j(\omega t - kx)}$$

则在此激励下产生的血液流动速度为  $u = f(r) e^{j(\omega t - kx)}$ . 化简得

$$f'' + \frac{1}{r} f' + j^3 f = \frac{j k p_0}{\rho} \tag{17}$$

这是虚宗量的 Bessel 方程,其解为

$$f(r) = \left[ c_0 \frac{J_0(\sqrt{j^3} r/\rho)}{J_0(\sqrt{j^3} / \rho)} + \frac{p_0 k}{\rho} \right]$$

所以,血液流动速度为

$$u = f(r) e^{j(kx - \omega t)} = \left[ c_0 \frac{J_0(\sqrt{j^3} r/\rho)}{J_0(\sqrt{j^3} / \rho)} + \frac{p_0 k}{\rho} \right] e^{j(kx - \omega t)} \tag{18}$$

将式(18)作同样变量代换,代入式(9)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial u}{\partial x} (f(r) e^{j(\omega t - kx)}) = 0 \tag{19}$$

式中

$$= \sqrt{\frac{E}{\rho R^2}}, \quad k = \sqrt{\frac{\omega HR}{\rho}} k,$$

解得

$$1 = f(r) e^{j(\omega t - kx + \omega/2)} \tag{20}$$

根据充满粘性液体的弹性管在轴向强极限约束下有:

$$k = \frac{\omega}{c} + j = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - F_{10}^2}$$

其中  $F_{10} = \frac{2J_1(a_j^{3/2})}{a_j^{3/2} J_0(a_j^{3/2})}$ ,  $c_0 = \sqrt{\frac{Eh}{2\rho R}}$ ,

$\mu$  为泊松比, Womersley 数  $W = R \sqrt{\omega/\nu}$ .

由上式可知,在考虑血液粘性时  $k$  除与血管的弹性模量、泊松比、血管半径、血管密度、管壁厚度、血液粘性等物性参数有关,还与波的频率有关. 当 Womersley 数趋向无穷大时,  $F_{10}$  趋向 0, 则  $k = (\omega/c) \sqrt{1 - \mu^2}$ .

从以上两小节分析表明,无论是考虑血液粘性与否,脉搏波的传播都与传播系数有关,传播系数可通过一定的医学手段测得.因此,可以通过传播系数对波的传播进行详细分析.

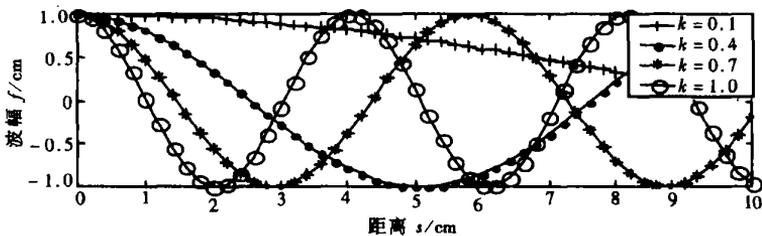
### 2.1 结果分析

将原参数代回  $1_1$ 、 $1_2$  得:

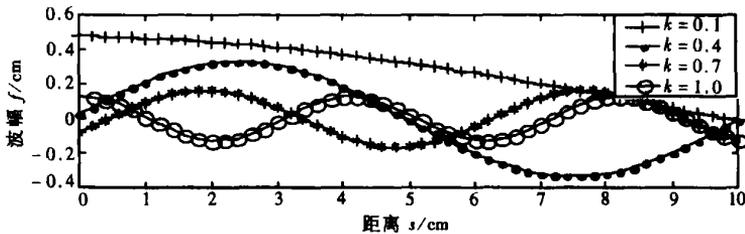
$$1_1 = Ae^{j\left[\left(k - \frac{1}{2}k^3\right)t - kx\right]} = Ae^{j\left[\left(k - \frac{1}{2}k^3\right)\sqrt{\frac{E}{wR^2}}t - k\sqrt{\frac{0}{wHR^3}}\right]}, \quad (21a)$$

$$1_2 = Ae^{j\left[\left(k - \frac{1}{2}k^3\right)t - kx\right]} / \dots = \frac{f(R)}{\sqrt{wR^2}} e^{j\left[\left(k - \frac{1}{2}k^3\right)\sqrt{\frac{E}{wR^2}}t - k\sqrt{\frac{0}{wHR^3} + 2}\right]}. \quad (21b)$$

脉搏波的传播速度与人体的多种生理病理因素有关,下面就最直接、最重要的几种因素结合所得方程作一分析.



不考虑血液粘度



考虑血液粘度

图1 不同  $k$  值对波传播的影响

从图1可见随着系数  $k$  的增大,在考虑血管粘性时波的振幅减小,而不考虑血液粘性时,传播过程中振幅不变.高频率波的波幅降低说明血液粘性使波动产生能量损耗,频率越高损耗越大.

### 2.2 动脉管壁的弹性

动脉弹性是形成脉搏波的物理基础,图2上图中看出不考虑粘性时,弹性模量对波幅无影响,波幅完全重合.当考虑血液粘性时,从脉搏速度公式(21)及图2下图可以看出,当动脉壁的弹性模量增大时,脉搏波的速度将增大.表现在临床上,通常随着年龄的增长或其他原因引起血管变硬、弹性模量增大,波幅增大,压力增大,则脉搏波的传播速度明显变大.例如,资料表明<sup>[9]</sup>20岁左右的年轻人脉搏波平均速度为6.1 m/s,而80多岁的老人脉搏波速度可达8.5 m/s,而压力增加值是递增的.说明随血管的弹性模量的增大,血管可承受的压力有一极大值.

由式(21)及图3可知,不考虑粘性时,波幅没有变化,考虑粘性时当动脉血管半径  $R$  变小时,压力波幅增大,脉搏波的传播速度会变大.表现在临床上,成年人随着年龄增大或者动脉

粥样硬化等引起的动脉管腔变窄,动脉压增高.从波速传播公式分析得出,血液的粘性使脉搏波的传播有相位上的延迟.

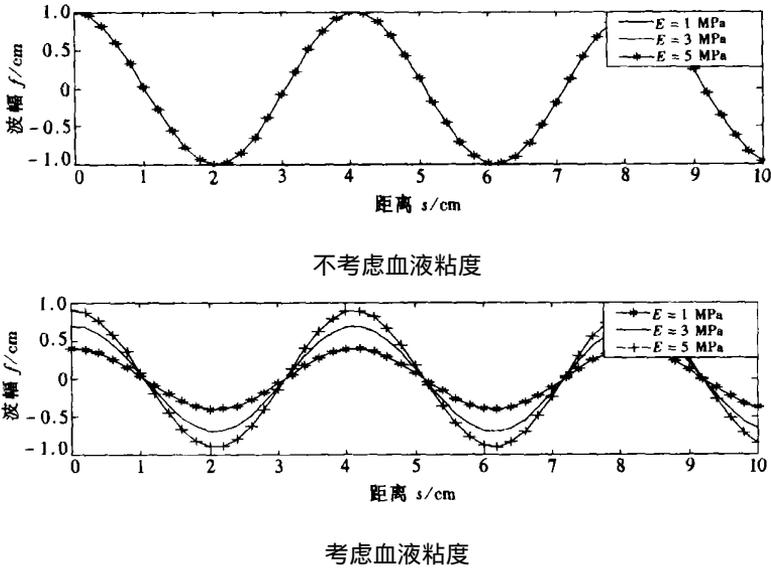


图2 弹性模量变化对波传播的影响

(血液运动粘度为 0.04,血管半径为 1.2 cm)

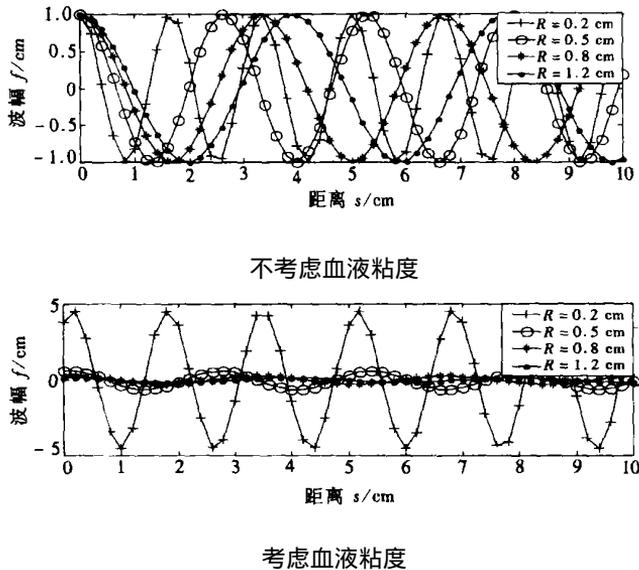


图3 不同血管半径对波传播的影响

### 3 结 论

总之,脉搏波的传播速度主要取决于动脉管的物理特性和几何特性,尤其是动脉管壁的弹性特性.除上述因素之外,脉搏波速度还受到血液密度、粘度、泊松比以及周围组织对管壁的约束等多种因素的影响,而且这些因素又与人体其他生理病理因素密切相关,这使得脉搏波的传播规律更具复杂性.结果分析表明,无论是考虑血液粘性还是不考虑血液粘性,使相应频率的波幅在考虑血液粘性时有所减小.这些结果将有助于利用脉搏波的信息来分析和辅助诊断一些人体疾病的病因.

## [参 考 文 献]

- [1] Okada M. Possible determinants of pulse-wave velocity in vivo[J]. IEEE Trans BME, 1988, **35**(5) : 357—360.
- [2] Shalak R, Keller S R, Secomb T W. Mechanics of blood flow[J]. ASME Trans Biomech Eng, 1981, **31**(8) : 103.
- [3] Womersley J R. Oscillatory flow in arteries: the constrained elastic tube as a method of arterial flow and pulse transmission[J]. Phys Med Biol, 1957, (2) : 178—187.
- [4] 麦克唐纳 D A. 动脉中的血液流[M]. 柳兆荣译. 北京: 科学出版社, 1982, 134.
- [5] Berger D S, Li J K J, Noodergraaf A. Arterial wave propagation phenomena, ventricular work, and power dissipation[J]. Ann Biomed Eng, 1955, **23**(6) : 804—811.
- [6] Fung Y C. Pseudoelasticity of arteries and the choice of its mathematical expression[R]. American Physiological Society, 1979, H620—H631.
- [7] 王英晓, 吴望一, 温功碧. 心脏和血管系统动态耦合对人体动脉脉搏波传播的影响[J]. 应用数学和力学, 1998, **19**(7) : 565—576.
- [8] 姚大康, 严育兵, 柳兆荣. 血液粘弹性对动脉中脉搏波传播的影响[J]. 应用数学和力学, 2000, **21**(9) : 954—960.
- [9] 谢官模, 张光辉, 常晓年. 非线性血流脉搏波在动脉内传播的理论模型[J]. 武汉理工大学学报, 2001, **23**(7) : 77—79.
- [10] 朗道 L D, 栗弗席兹 E M. 连续介质力学[M]. 第一册. 彭旭麟译. 北京: 人民教育出版社, 1985, 20.
- [11] 王炳和, 杨禹, 相敬林. 脉搏声信号检测系统实验设计及功率谱特征[J]. 中华物理医学杂志, 1998, **20**(3) : 52—54.

## Analyses of Pulse Wave Propagation in Arteries

PAN Yi-shan<sup>1</sup>, JIA Xiao-bo<sup>2</sup>, CUI Chang-kui<sup>1</sup>, XIAO Xiao-Chun<sup>1</sup>

(1. Department of Mechanics and Engineering Science, Liaoning Technical University, Fuxin, Liaoning 123000, P. R. China;

2. A & S Science Technology Development Co., Shanghai 201203, P. R. China)

Abstract: The blood vessel was regarded as the elasticity tube. And the tissue was considered to restrict the blood vessel wall. The rule of pulse wave propagation in blood vessel was studied. The viscosity of blood, the elastic modulus of blood vessel and the radius of tube that influenced the pulse wave propagation were analyzed. The result comparison that considered the viscosity of blood with another result shows the viscosity of blood that influences the pulse wave propagation can not be neglected. The speed of propagation augments with the accretion of the elastic modulus. When the press value of blood stream heightens and diameter of blood vessel reduces, the press of blood stream also heightens, the speed of pulse wave also augments. These results will contribute to making use of the information of pulse wave to analyse and auxiliarily diagnose some causes of human disease.

Key words: pulse wave; viscosity of blood; press wave