

文章编号: 1000-0887(2006) 02-0134-10

描述低周疲劳裂纹扩展速率的 循环 J 积分新参量*

胡宏玖¹, 郭兴明¹, 李培宁², 谢禹钧², 李 洁¹

(1. 上海大学, 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072;
2. 华东理工大学 机械工程学院, 上海 200237)

(本刊编委郭兴明来稿)

摘要: 探讨了低周疲劳加载条件下的应力增量-应变增量关系, 提出了模拟裂纹疲劳扩展的二维模型以建立新的循环 J 积分参量, 详细阐述了该积分参量的定义、主要特点、物理意义以及数值计算方法, 并通过紧凑拉伸试样的疲劳试验检验该积分参量的有效性。结果表明: 该积分参量能够较好描述恒幅低周疲劳裂纹的扩展速率。此外, 基于积分参量体系, 从能量的角度解释了疲劳迟滞现象。

关键词: 循环 J 积分; 低周疲劳; 本构关系; 数值计算; 疲劳迟滞

中图分类号: O346.2 文献标识码: A

引 言

弹性应力场以及小范围屈服中的疲劳裂纹扩展速率可用 ΔK 为参量的 Paris-Erdogan^[1] 指数关系来描述。虽然迄今为止, 尚无法从裂纹疲劳扩展的微观机理上加以解释, 但 ΔK 可描述应力疲劳裂纹扩展速率的事实已得到公认, 并在工程中获得了广泛运用。然而对于低周应变疲劳场中的裂纹扩展, 由于涉及大范围反复屈服, 其控制参量的数学力学描述要比应力疲劳裂纹扩展问题复杂得多。近几十年来, 国内外许多疲劳问题研究学者力图用循环 J 积分为参量的指数方程描述低周应变疲劳裂纹扩展规律^[2~12], 但由于应变疲劳扩展时无裂纹的结构原场应力、应变已非弹性响应, 而与加载历程有关, J_{\min} 及 J_{\max} 均与加载历程有关, 因而循环 J 积分无法用 J_{\max} 与 J_{\min} 间的差表示。此外, 单调加载条件下 Rice J 积分^[13] 的主要概念都不允许直接用于疲劳加载, 即循环 J 积分参量需要重新定义, 而不可能是 J 积分概念的简单外延, 尽管常用 ΔJ 的符号表示, 但决非 J_{\max} 与 J_{\min} 的差值。循环 J 积分的定义目前主要有两类, 即 Dowling 和 Begley 的“实用” ΔJ 定义^[2] 与 Tanaka^[3,4]、Wuthrich^[5]、Chow^[6] 等线积分 ΔJ_{path} 定义。

“实用” ΔJ 的定义和实施是在特定的深缺口标准试件(如 CT、CCP 等)上完成的。众多的实验结果表明^[2,7], 以实验确定的标准试件的循环载荷-加载点位移 (P_{Δ}) 曲线环为基础的

* 收稿日期: 2005_08_23; 修订日期: 2005_10_17

基金项目: 上海市重点学科建设资助项目(Y0103)

作者简介: 胡宏玖(1969—), 男, 江西赣州人, 副研究员, 博士(联系人, Tel/Fax: + 86_21_56338345; E-mail: huhongjiu@163.com)。

“实用” ΔJ 定义确能描述应变疲劳裂纹扩展。但对每一种几何结构需分别给出“实用”定义, 正确与否就需要逐个进行试验验证, 且实际含缺陷结构复杂, 没有“实用” ΔJ 定义, 而且其缺陷尺寸很小, 即使很简单的构件也不可能测出 P_{Δ} 循环回路。因此以 Dowling“实用” ΔJ 为参量的低周疲劳裂纹扩展速率估算方法难于在工程结构评定中应用。

Tanaka 等人^[3,4]用形变功理论证明了当材料在循环加载条件下的应变能可用应变的单值函数表示时, ΔJ_{path} 与积分路径无关, 且在小范围屈服下, 满足下列关系:

$$\Delta J_{\text{path}} = \frac{\Delta K^2}{E^*}, \quad (1)$$

式中, $E^* = E/(1-\nu^2)$, 平面应力; $E^* = E$ 平面应变。

对任何含裂纹的平面构件, ΔJ_{path} 均能确定, 这是优于“实用”循环 J 积分定义之处。但其中也同样有许多不足: Tanaka 没有说明循环加载条件下, 计算 ΔJ_{path} 时, 所需材料的本构关系如何确定? Chow 和 Lu^[6]认为 Tanaka 的 ΔJ_{path} 是一个物理意义不明确的半经验参量。为此, 有必要寻找一种理论基础严密且适合工程应用的新参量描述应变疲劳裂纹扩展速率。

本文首先讨论循环加载条件下材料的本构关系, 建立一种裂纹疲劳扩展的二维双区运动边界模型, 在此基础上从能量的角度引出本文的 ΔJ_{path}^* 定义, 并探讨其基本性质、适用范围和物理意义, 以建立 ΔJ_{path}^* 描述疲劳裂纹扩展的理论基础; 其次, 设计编写计算 ΔJ_{path}^* 的二维弹塑性有限元程序; 第三, 通过紧凑拉伸试样的低周疲劳试验结果检验 ΔJ_{path}^* 的有效性; 最后, 基于 ΔJ_{path}^* 参量体系试图解释疲劳迟滞现象。

1 低周疲劳下材料的应力增量_应变增量的关系

尽管在低周应变疲劳加载过程中, 含裂纹构件各处材料的应力、应变值与加载历程有关, 但在疲劳载荷从最小载荷 (P_{\min}) 升至最大载荷 (P_{\max}) 的过程中, 各点应力应变的变化仍然由某一滞后回线的下顶点上升至该滞后回线的上端点。各点的滞后回线是循环载荷时材料的特征, 可以用应变控制的标准光滑试样进行应变疲劳试验获得。据 ASIM E606_80 所推荐的方法, 16MnR 钢光滑试件在不同恒幅应变幅下, 低周疲劳试验获得的稳定循环应力_应变滞后回线如图 1 所示。在图示坐标系中, 将每个滞后环的端点及坐标原点光滑相连所得曲线常称为该材料的循环应力_应变曲线。

为比较图 1 中各循环应力_应变滞后回线, 可将该图中的各滞后回线的下顶点都移至坐标原点, 于是得到以载荷 P_{\min} 为初始零态的 $\Delta\sigma_{\Delta\varepsilon}$ 图, 如图 2 所示。其中各滞后回线与将其顶点光滑相连所得的虚线 I 相近。从工程观点而言, 可以将这条虚线 I 代表诸滞后回线上升段的轨迹, 即虽然应变疲劳裂纹扩展结构各点的变形历史不同, 塑性变形后的应力、应变状态与受载的历程有关, 但是, 无论过去受载历程如何, 仅观察恒幅疲劳从 P_{\min} 至 P_{\max} 的过程(不包括从 P_{\max} 回到 P_{\min} 的过程), 结构各部位的 $\Delta\sigma_{\Delta\varepsilon}$ 关系均可用图 2 中的虚线 I 表示。此虚线可视为 16MnR 钢构件应变疲劳裂纹扩展时从 P_{\min} 至 P_{\max} 的加载过程中材料的本构方程, 而且不论该点材料过去的塑性变形的历程如何, 在 P_{\min} 起加载时该点的 $\Delta\sigma$ 及 $\Delta\varepsilon$ 均从 $\Delta\sigma = 0$, $\Delta\varepsilon = 0$ 的原点出发的, 这将大大简化分析过程。即是说图 2 中虚线 I (材料应变疲劳本构方程) 可以由循环应力_应变曲线(虚线 II) 放大 1 倍获得。

由图 2 可见, 虽然虚线 I 并不能精确代表不同 $\Delta\varepsilon$ 下的每一个应力_应变滞后环的加载部分, 但它是每一个滞后环的较好近似。因此, 在循环加载条件下, 循环应力_应变曲线放大 1 倍后的关系 $\Delta\sigma = F(\Delta\varepsilon)$ 可视为材料应变疲劳的 $\Delta\sigma_{\Delta\varepsilon}$ 的本构关系。

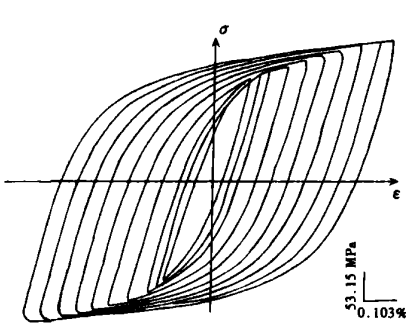


图 1 16MnR 钢光滑试件在不同恒幅低周疲劳下的应力-应变滞后回线

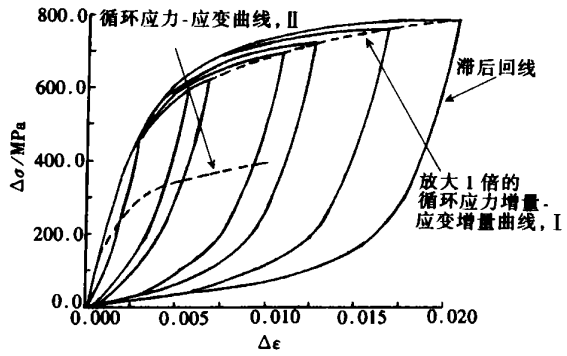
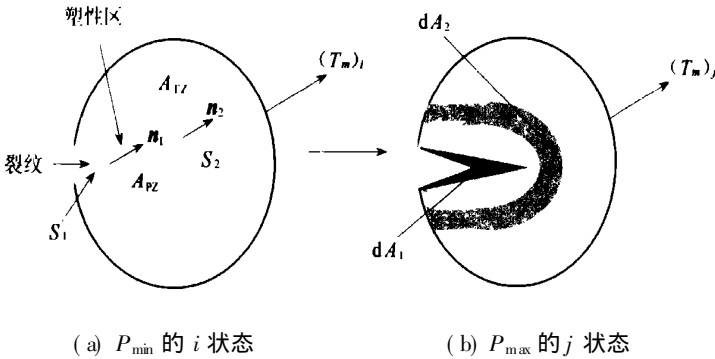


图 2 $\Delta\sigma$ - $\Delta\varepsilon$ 滞回线与放大 1 倍的循环应力增量-应变增量曲线的关系(材料: 16MnR 钢)

2 裂纹疲劳扩展的二维双区运动边界模型

在循环加载过程中, 裂纹疲劳扩展可以视为一个运动的裂纹(空穴), 当裂纹尖端在前移时, 其尖端附近塑性区也随之前移(塑性区形状与尺寸也在变), 构成了如图 3 所示的疲劳裂纹扩展模型。设 P_{min} 至 P_{max} 的疲劳加载时, 结构塑性区中有一裂纹, 在 P_{min} 下的状态以符号 i 表示, 在 P_{max} 下的状态以符号 j 表示。



(a) P_{min} 的 i 状态 (b) P_{max} 的 j 状态
 A_{PZ} : 塑性区面积; A_{EZ} : 结构弹性区面积; S_1 : 裂纹边界; S_2 : 结构塑性区边界; ΔW_{PZ} : 状态 j 相对于状态 i 的塑性区应变能密度变化;
 ΔW_{EZ} : 状态 j 相对状态 i 弹性区的应变能密度变化

图 3 裂纹疲劳扩展的二维双区运动边界模型

3 ΔJ_{path}^* 的基本概念及物理意义

3.1 循环加载时的裂纹扩展的能量释放率

鉴于疲劳损伤主要决定于循环应变(力)幅, 故仅考虑任一次疲劳循环升载过程中, 以 P_{min} 时的应力、应变状态为零点, 载荷 P_{min} 增至 P_{max} 期间(状态 $i \rightarrow$ 状态 j) 裂纹扩展单位长度系统势能的变化率。若以 P_{min} 所对应点的应力、应变为原点进行坐标 $\Delta\sigma$ - $\Delta\varepsilon$ 变换, 状态 j 相对状态 i 的应变能密度变化(如图 4)如式(2):

$$\Delta W = \int_{(\varepsilon_{mn}^i)}^{\varepsilon_{mn}^j} [\sigma_{kl} - (\sigma_{mn})_i] d\varepsilon_{kl} \quad (2)$$

状态 j 相对状态 i 外力增量所做功的变化为 $\int_{\Gamma} \Delta T_m \Delta u_m ds$, 其中 Γ 为积分路径, ΔT_m 为从 $i \rightarrow j$

状态张力的变化 $\Delta T_m = (T_m)_j - (T_m)_i$, Δu_m 为从 $i \rightarrow j$ 状态位移的变化 $\Delta u_m = (u_m)_j - (u_m)_i$.

因此, 系统总势能的变化为:

$$\begin{aligned} \Pi_{j/i}^1 = & \int_{A_{EZ}} \Delta W_{EZ} dA + \int_{A_{PZ}} \Delta W_{PZ} dA - \\ & \int_{\Gamma} \Delta T_m \Delta u_m ds. \end{aligned} \quad (3)$$

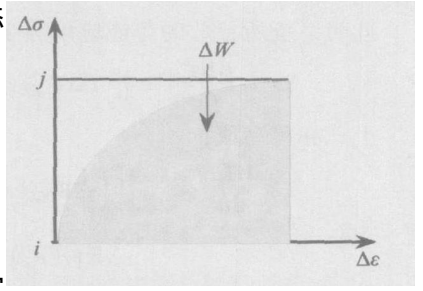


图4 状态 j 相对状态 i 的应变能密度变化

假定每一循环加载时裂纹均有微量扩展, 从 $i \rightarrow j$, 空穴边界及塑性区边界分别产生运动, 空穴与塑性区边界某点的位移分别为 dr_1, dr_2 , 于是运动后系统的势能为:

$$\begin{aligned} \Pi_{j/i}^2 = & \int_{A_{EZ} - dA_2} (\Delta W_{EZ} + d\Delta W_{EZ}) dA + \int_{A_{PZ} - dA_1 + dA_2} (\Delta W_{PZ} + d\Delta W_{PZ}) dA - \\ & \int_{\Gamma} \Delta T_m [\Delta u_m + d(\Delta u_m)] ds = \\ & \int_{A_{EZ}} (\Delta W_{EZ} + d\Delta W_{EZ}) dA - \int_{dA_2} (\Delta W_{EZ} + d\Delta W_{EZ}) dA + \\ & \int_{A_{PZ}} (\Delta W_{PZ} + d\Delta W_{PZ}) dA - \int_{dA_1} (\Delta W_{PZ} + d\Delta W_{PZ}) dA + \\ & \int_{dA_2} (\Delta W_{PZ} + d\Delta W_{PZ}) dA - \int_{\Gamma} \Delta T_m \Delta u_m ds - \int_{\Gamma} \Delta T_m d(\Delta u_m) ds, \end{aligned} \quad (4)$$

那么, 由式(3)、(4)得势能增量:

$$\begin{aligned} d\Pi_{j/i} = & \Pi_{j/i}^2 - \Pi_{j/i}^1 = \int_{A_{EZ}} d\Delta W_{EZ} dA - \int_{dA_2} \Delta W_{EZ} dA - \\ & \int_{dA_2} d\Delta W_{EZ} dA + \int_{A_{PZ}} d\Delta W_{PZ} dA - \int_{dA_1} \Delta W_{PZ} dA - \int_{dA_1} d\Delta W_{PZ} dA + \\ & \int_{dA_2} \Delta W_{PZ} dA + \int_{dA_2} d\Delta W_{PZ} dA - \int_{\Gamma} \Delta T_m d(\Delta u_m) ds = \\ & \left[- \int_{dA_2} (\Delta W_{EZ} - \Delta W_{PZ}) dA - \int_{dA_1} \Delta W_{PZ} dA \right] + \\ & \left[\int_{A_{EZ}} d\Delta W_{EZ} dA + \int_{A_{PZ}} d\Delta W_{PZ} dA - \int_{\Gamma} \Delta T_m d(\Delta u_m) ds \right] + \\ & \left[- \int_{dA_2} d\Delta W_{EZ} dA - \int_{dA_1} d\Delta W_{PZ} dA + \int_{dA_2} d\Delta W_{PZ} dA \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

略去式(5)中第3项高阶小量, 由虚功原理可知, 其中第2项为零. 所以,

$$d\Pi_{j/i} = - \int_{S_2} (\Delta W_{EZ} - \Delta W_{PZ}) dr_2 \cdot n_2 ds - \int_{S_1} \Delta W_{PZ} dr_1 \cdot n_1 ds. \quad (6)$$

势能随时间的变化率为:

$$\frac{d\Pi_{j/i}}{dt} = - \int_{S_2} (\Delta W_{EZ} - \Delta W_{PZ}) v_2 \cdot n_2 ds - \int_{S_1} \Delta W_{PZ} v_1 \cdot n_1 ds, \quad (7)$$

其中 $v_i (i = 1, 2)$ 为空穴和塑性区移动速度. 假设空穴以单位速度沿轴 x_i 平移, 取

$$(v_1)_j = \delta_j, \quad (8)$$

塑性区以定常速度 ϕ 沿 x_i 方向移动, 即有

$$(v_2)_j = \phi \delta_j. \quad (9)$$

此时系统所释放的势能应该等于:

$$-\frac{d\Pi_j}{da} = \int_{S_2} (\Delta W_{EZ} - \Delta W_{PZ}) \phi(n_2)_i ds + \int_{S_1} \Delta W_{PZ} \phi(n_1)_i ds, \quad (10)$$

上式亦可写成:

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi_j}{da} = \int_{S_2} \left[\left[\Delta W_{EZ}(n_2)_i - \Delta T_m \frac{\partial \Delta u_m}{\partial x_i} \right] - \left[\Delta W_{PZ}(n_2)_i - \Delta T_m \frac{\partial \Delta u_m}{\partial x_i} \right] \right] \phi ds + \\ \int_{S_1} \Delta W_{PZ}(n_1)_i ds \end{aligned} \quad (11)$$

3.2 ΔJ_{path}^* 的定义及主要特性

由守恒定律, 式(11)可化为:

$$-\frac{d\Pi_j}{da} = (\Delta J_i^{EZ} - \Delta J_i^{PZ}) \phi + \Delta J_i^{PZ}, \quad (12)$$

式中

$$\begin{cases} \Delta J_i^{PZ} = \int_{S_2} \left[\Delta W_{PZ}(n_2)_i - \Delta T_m \frac{\partial \Delta u_m}{\partial x_i} \right] ds = \int_{S_1} \Delta W_{PZ}(n_1)_i ds, \\ \Delta J_i^{EZ} = \int_{S_2} \left[\Delta W_{EZ}(n_2)_i - \Delta T_m \frac{\partial \Delta u_m}{\partial x_i} \right] ds \end{cases} \quad (13)$$

当 $i = 1$ 时, 空穴沿 x 方向移动, 等价于 I 型裂纹扩展, 于是给出本文的 ΔJ_{path}^* 定义:

$$-\frac{d\Pi_j}{da} = (\Delta J_1^{EZ} - \Delta J_1^{PZ}) \phi + \Delta J_1^{PZ} = \phi \Delta J_1^{EZ} + (1 - \phi) \Delta J_1^{PZ} = \Delta J_{path}^* \quad (14)$$

在下列特殊情况下, 式(14)给出的 ΔJ_{path}^* 可作如下简化:

①对弹性应力疲劳裂纹扩展, 由于塑性区极小, 可以忽略不计, 无论疲劳载荷是否恒幅, 此时式(14)简化成

$$\Delta J_{path}^* = \Delta J_1^{EZ} = \int_{S_2} \left[\Delta W_{EZ} dy - \Delta T_m \frac{\partial \Delta u_m}{\partial x} ds \right]; \quad (15)$$

②而韧带全面屈服的塑性应变疲劳裂纹扩展时, 即弹性区不复存在, 裂纹在整体塑性区内扩展, 即使是变幅疲劳, 式(14)也可退化为:

$$\Delta J_{path}^* = \Delta J_1^{PZ} = \int_{S_2} \left[\Delta W_{PZ} dy - \Delta T_m \frac{\partial \Delta u_m}{\partial x} ds \right] = \Delta J_{path}; \quad (16)$$

③对结构塑性区中的变幅应变疲劳裂纹扩展, 要确定 ϕ 因子是极为困难的。而对结构高应变区中裂纹的恒幅应变疲劳裂纹扩展, 由图 5 可知, 裂纹沿轴 x_i 平移的速度与塑性区近似相等, 即 $\phi = 1.0$, 那么式(14)也可简化成式(15)。也就是说用 ΔJ_{path}^* 描述结构高应变区内裂纹恒幅应变疲劳时, 回路积分必须取在弹性区。

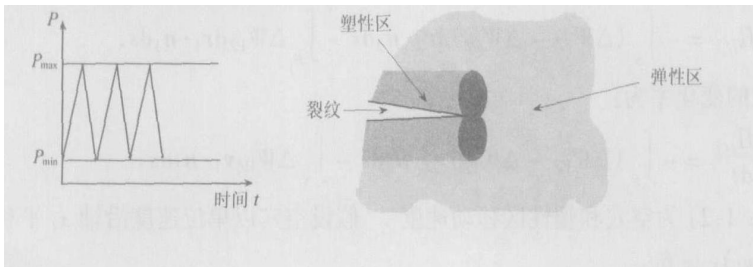


图 5 恒幅疲劳载荷时裂纹与塑性区的形貌扩展模型^[14]

3.3 物理意义

由以上的讨论可知, ΔJ_{path}^* 物理意义为疲劳过程中载荷由 P_{min} 升至 P_{max} 时, 每单位厚度试样中裂纹扩展单位长度时系统总势能的变化率。

4 ΔJ_{path}^* 的数值计算

一般情况下, 计算 ΔJ_{path}^* 较为困难, 但在弹性应力疲劳、韧带全面屈服的低周应变疲劳和结构高应变区裂纹恒幅应变疲劳 3 种情况下, ΔJ_{path}^* 均可简化为下式:

$$\Delta J_{\text{path}}^* = \int_{\Gamma} \left[\Delta W dy - \Delta T_m \frac{\partial \Delta u_m}{\partial x} ds \right] \quad (17)$$

由式(17)分析可知, ΔJ_{path}^* 为积分路径 Γ 上各 Gauss 点应力、应变和位移的函数, 即通过二维弹塑性有限元方法计算任一次疲劳循环过程中的应力、应变和位移代入 ΔJ_{path}^* 的数值计算式(17), 可求得此刻裂纹扩展长度 a 相对应的循环 J 积分。据此, 本文编制了 ΔJ_{path}^* 的计算程序 DJMAS, 该程序主要由弹塑性应力分析和循环 J 积分的计算两部分组成。其中应力计算的一些基本子程序沿用 Owen^[14] 的 Master 软件。DJMAS 程序基本思路为: 分别计算 P_{min} 与 P_{max} 载荷时积分路径上 Gauss 点的应力、应变及位移, 代入 ΔJ_{path}^* 的数值计算式, 即求得此刻裂纹扩展长度 a 相对应的循环 J 积分。DJMAS 采用 Fortran 77 编写, 并由 Microsoft Fortran Compiler 5.0 编译成可执行文件。

为验证 DJMAS 程序, 以下给出了循环载荷下的一个紧凑拉伸(CT)试样算例。CT 试样的具体尺寸如图 6 所示, 材料为我国容器常用 16MnR 钢, 有限元网格与积分路径见图 7。计算时所用循环加载条件见表 1。

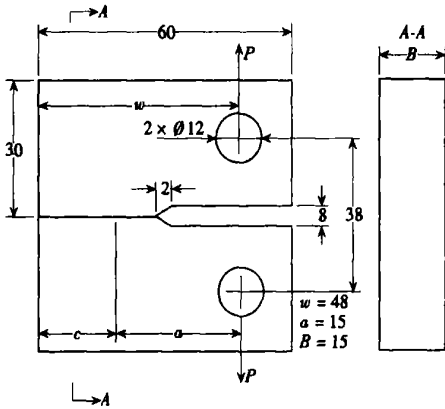


图 6 紧凑拉伸试样几何尺寸

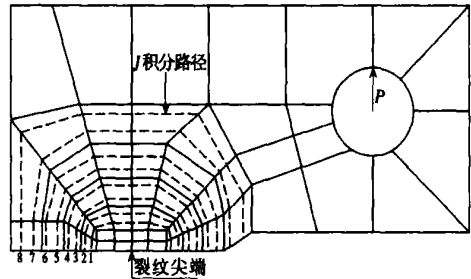


图 7 紧凑拉伸试样的有限元网格及计算 ΔJ_{path}^* 的积分路径

表 1 有限元计算时所用的疲劳载荷

循环载荷幅 $\Delta P/P_0$	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.0
疲劳特性 $R = P_{\text{min}}/P_{\text{max}}$		0.1	0.0	-0.1		

表 1 中 P_0 为极限载荷, 由下式给定^[15]

$$P_0 = 1.071 \left[\sqrt{\left(\frac{2a}{c}\right)^2 + 2\left(\frac{2a}{c}\right) + 2} - \left(\frac{2a}{c} + 1\right) \right] c \sigma_{\text{ys}} \quad (18)$$

式中 σ_{ys} 为材料的屈服极限。

据上述第 1 节所述方法, 试验获得 16MnR 钢在循环载荷下的本构关系如式(19):

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta \sigma}{206\,000} + 3.976\,14 \times 10^{-3} \left(\frac{\Delta \sigma}{686} \right)^{5.863} \quad (19)$$

首先, 比较线弹性条件下 ($\Delta P/P_0 = 0.10, 0.15, 0.20$), 在应力比 R 分别为 0.1、0.0 和 -0.1 时, $\sqrt{\Delta J_{\text{path}}^* E}$ 与 ΔK 的关系 (见图 8), 其中 ΔJ_{path}^* 由 DJMAS 有限元程序计算获得, 应力强度因子幅 ΔK 由式 (20) 给定^[15]:

$$\Delta K = \frac{\Delta P}{B \sqrt{w}} \left[2 + \frac{a}{w} \right] \left[1 - \frac{a}{w} \right]^{3/2} \left[0.886 + 4.64 \frac{a}{w} - 13.32 \left(\frac{a}{w} \right)^2 + 14.72 \left(\frac{a}{w} \right)^3 - 5.6 \left(\frac{a}{w} \right)^4 \right] \quad (20)$$

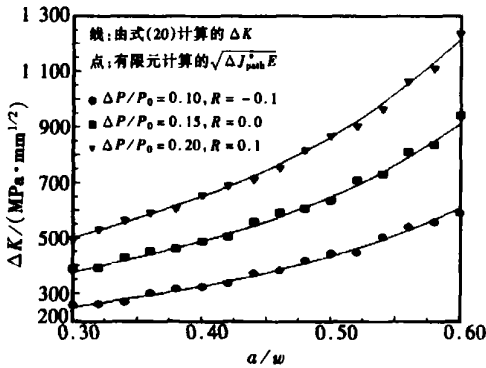


图 8 线弹性条件下 $\sqrt{\Delta J_{\text{path}}^* E}$ 与 ΔK 的关系

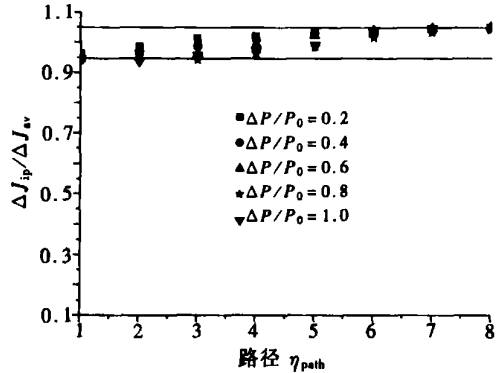


图 9 不同路径下的 $\Delta J_{\text{ip}}/\Delta J_{\text{av}}$ ($R = 0.1$)

然后, 比较 CT 试件在分别承受弹性和大范围屈服循环载荷下 ΔJ_{path}^* 的守恒性, 每一积分路径的有限元 ΔJ_{ip} 与其平均值 ΔJ_{av} 之比和路径的关系如图 9~ 图 11 所示。

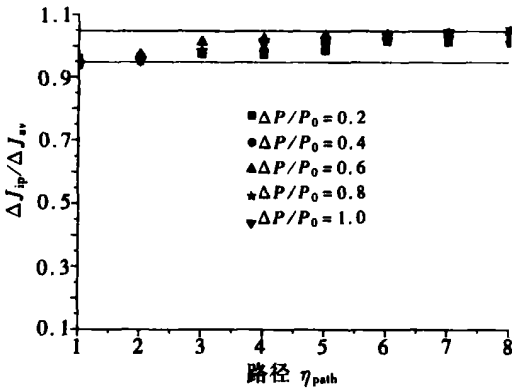


图 10 不同路径下的 $\Delta J_{\text{ip}}/\Delta J_{\text{av}}$ ($R = 0.0$)

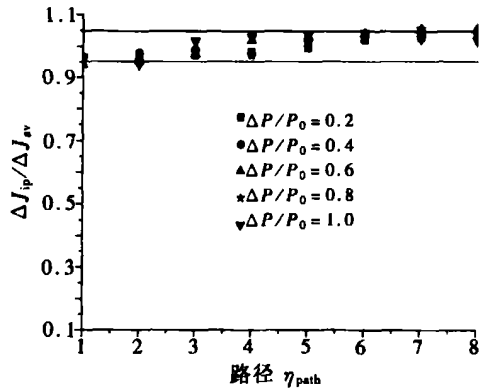


图 11 不同路径下的 $\Delta J_{\text{ip}}/\Delta J_{\text{av}}$ ($R = -0.1$)

图 8 表明, 由 DJMAS 计算的回路积分 ΔJ_{path}^* 转换成的 ΔK 与式 (20) 的分析解一致。即在线弹性范围内 $\Delta J_{\text{path}}^* = \Delta K^2/E$ 。而图 9~ 图 11 所示的 $\Delta J_{\text{ip}}/\Delta J_{\text{av}}$ 均在 1.0 上下波动, 偏差在 6.0% 以内。

以上有限元结果说明, DJMAS 计算 ΔJ_{path}^* 时具有足够的精度, 无论是高周应力疲劳或低周应变疲劳, ΔJ_{path}^* 均可近似为与路径无关。

5 ΔJ_{path}^* 参量的应用

5.1 描述裂纹疲劳扩展速率

对拉压疲劳裂纹扩展而言,在卸载的反向压缩过程中,外界同样向系统输入了能量,这部分能量也必然给裂纹尖端附近材料造成损伤,间接影响裂纹的扩展。即疲劳裂纹扩展速率应该是裂纹扩展单位长度时向裂尖提供的(包括加载和卸载整个过程的)能量的函数,亦即是:

$$\frac{da}{dN} = H(\Delta E_l, \Delta E_u), \quad (21)$$

式中: ΔE_l 为疲劳加载过程中输入裂尖的能量; ΔE_u 为疲劳卸载过程中输入裂尖的能量。

已知线弹性条件下应力强度因子幅 ΔK 能够表征循环载荷下裂纹的疲劳扩展速率,即

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K) = F(\Delta G) = A(\Delta K)^m, \quad (22)$$

其中 A 和 m 为材料常数。此函数也就是通过试验确定的 Paris 公式,这里的 ΔG 即为式(21)中的 ΔE_l , Paris 公式并未显示 ΔE_u 。本文认为在一个疲劳循环中, ΔE_u 和 ΔE_l 之间存在某种函数关系,因而可以将 $(\Delta E_l, \Delta E_u)$ 简化为 $F(\Delta G)$, 至于 F 函数的具体形式可由试验确定,即材料疲劳扩展性能的 Paris 关系。因为弹性应力疲劳是应变疲劳在塑性分量为零时的特例,因此可以认为上述推论也适合于应变疲劳裂纹扩展,故式(21)可进一步推导为:

$$\frac{da}{dN} = H(\Delta E_l, \Delta E_u) = Q(\Delta E_l) = Q(\Delta J_{path}^*) \quad (23)$$

虽然式(23)中的函数 Q 我们尚无法从理论上加以确定,但可以由试验求得。

由于线弹性条件下, $\Delta J_{path}^* = \Delta K^2/E'$, 即采用 ΔJ_{path}^* 描述弹性应力疲劳裂纹扩展速率无疑是正确的,且 da/dN 与 ΔJ_{path}^* 存在以下关系:

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K)^m = \frac{A}{\sqrt{E'}} (\Delta J_{path}^*)^{m/2}, \quad (24)$$

式中 A 、 m 分别为 Paris 常数和指数。即:

$$\frac{da}{dN} = B(\Delta J_{path}^*)^n, \quad (25)$$

式中 B 、 n 分别为材料常数。

为检验对低周应变疲劳,式(25)能否成立?下文根据文献[16]给出的 16MnR 钢紧凑拉伸试样(几何尺寸与上述图 6 相同)的应变疲劳试验数据 da/dN , 与 DJMAS 计算的 ΔJ_{path}^* 关系于图 12。

图 12 的低周应变疲劳扩展试验结果表明,试验数据点呈窄带直线分布,即应变疲劳时 da/dN 与 ΔJ_{path}^* 呈指数相关,由此证明式(25)的合理性。

5.2 疲劳迟滞现象的解释

大量试验表明,过载对随后的低载恒幅循环下的扩展速率 da/dN 有明显的延缓作用,如图 13 所示。以下基于 ΔJ_{path}^* 参量体系试图从物理机制解释疲劳迟滞现象。

尖峰载荷使裂纹尖端产生比正常载荷下较大的塑性区,在此后低载荷下,相对弹性区而言,塑性区边界暂停移动($\phi = 0$)。由于疲劳导致的损伤主要集中在塑性区,因此裂纹边界向其前沿塑性区(材料性能被削弱)扩展的阻力,要较塑性区边界往周围的弹性区移动的阻力小,即

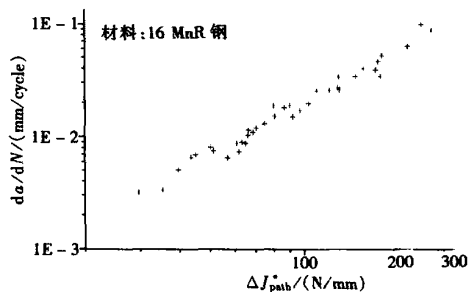


图 12 CT 试样的低周疲劳扩展速率 da/dN 与 ΔJ_{path}^* 关系

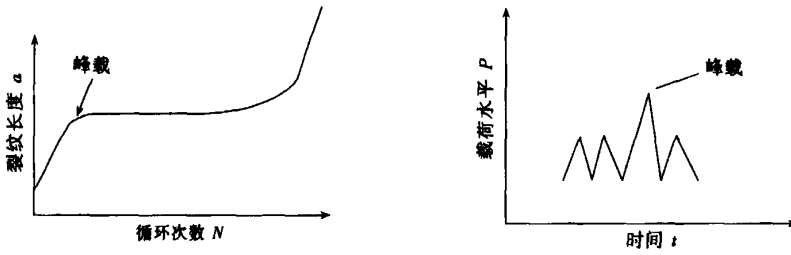


图 13 疲劳迟滞现象示意图

$$\Delta J_1^{PZ} < \Delta J_1^{EZ} \quad (26)$$

因此,

$$\left[\frac{d\Pi/i}{da} \right]_{\text{过载后}} = \Delta J_1^{PZ} < (\Delta J_1^{EZ} - \Delta J_1^{PZ}) \phi + \Delta J_1^{PZ} = \left[\frac{d\Pi/i}{da} \right]_{\text{过载前}} \quad (27)$$

即过载对随后的低载恒幅循环下的扩展速率 da/dN 有延缓作用。只有在裂纹越过裂尖过载塑性区后, 即裂尖固有塑性区边界向弹性区移动时, ϕ 由 0 逐渐增大, 则超载迟滞现象基本消失。

6 结 论

基于裂纹疲劳扩展的二维双区移动模型, 以及材料低周应变疲劳循环载荷下的应力增量_应变增量关系, 建立了 ΔJ_{path}^* 参量体系, 获得了以下结论:

- ① 低周疲劳下金属材料的 $\Delta\sigma$ _ $\Delta\varepsilon$ 关系可由放大 1 倍的循环应力-应变曲线确定。
- ② ΔJ_{path}^* 为疲劳过程中, 当循环载荷 P_{\min} 升至 P_{\max} 时, 单位厚度试样中裂纹扩展单位长度时输入裂尖的势能。
- ③ 线弹性条件下, $\Delta J_{\text{path}}^* = \Delta K^2/E^*$ 。
- ④ 在弹性应力疲劳、韧带全面屈服的低周应变疲劳和结构高应变区裂纹恒幅应变疲劳 3 种情况下, ΔJ_{path}^* 均可简化为 Tanaka 的 ΔJ_{path} , 但二者采用的本构关系与积分路径不同。
- ⑤ 弹塑性有限元程序 DJMAS 计算 ΔJ_{path}^* 时具有足够的精度。
- ⑥ 恒幅循环载荷时, ΔJ_{path}^* 可视为与路径无关, 并可较好描述裂纹低周应变疲劳扩展速率 da/dN 。
- ⑦ ΔJ_{path}^* 参量体系能够从能量的观点解释疲劳迟滞现象。

[参 考 文 献]

- [1] Paris P C, Erdogan F. A critical analysis of crack propagation laws[J]. J Basic En g, 1960, **85**: 528—534.
- [2] Dowling N E, Begley J A. Fatigue crack growth during gross plasticity and the J_integral[J]. ASTM STP, 1976, **590**: 82—103.
- [3] Tanaka K. The cyclic J_integral as a criterion for fatigue crack growth[J]. Internat J Fracture, 1983, **22**(2): 91—104.
- [4] Tanaka K, Akiniwa Y, Shimizu K. Propagation and closure of small cracks in SiC particulate reinforced aluminum alloy in high cycle and low cycle fatigue[J]. Eng Fract Mech, 1996, **55**(5): 751—762.
- [5] Wuthrich C. The extension of the J_integral applied to fatigue cracking[J]. Internat J Fracture, 1982, **20**(2): R35—R37.

- [6] Chow C L, Lu T J. Cyclic J -integral in relation to fatigue crack initiation and propagation[J]. Eng Fract Mech, 1991, **39**(1): 1—20.
- [7] Brose W R, Dowling N E. Size effects on the fatigue crack growth rate of type 304 stainless steel[J]. ASTM STP, 1979, **668**: 720—735.
- [8] Matthias Weick, Jarir Aktaa. Microcrack propagation and fatigue lifetime under non-proportional multiaxial cyclic loading[J]. Internat J Fatigue, 2003, **25**(9/11): 1117—1124.
- [9] HU Hong_jiu, LEI Yue_bao, LI Pei_ning. Engineering method for calculation of cyclic J -integral[J]. J Mech Strength, 1998, **20**(4): 257—260.
- [10] Miura N, Fujioka T, Kashima K. Evaluation of low-cycle fatigue crack growth and subsequent ductile fracture for cracked pipe experiments using cyclic J -integral[J]. J Press Vess T ASME, 1996, **323**(1): 249—256.
- [11] Skallerud B, Zhang Z L. On numerical analysis of damage evolution in cyclic elastic-plastic crack growth problems[J]. Fatigue Fract Eng M Struct, 2001, **24**(1): 81—86.
- [12] CHEN Xue_dong, YANG Tie_cheng, JIANG Jia_ling, et al. An experimental research on the strain fatigue crack propagation in high-strain region of pressure vessels[J]. J Exp Mech, 2003, **18**(4): 520—528.
- [13] Rice J R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks[J]. J Appl Mech, 1968, **35**: 379—386.
- [14] Owen D R J, Fawkes A J. Engineering Fracture Mechanics: Numerical Methods and Applications [M]. Swansea: Pineridge Press Limited, 1983.
- [15] Kumar V, German M D, Shih C F. An Engineering Approach for Elastic-Plastic Fracture Analysis [M]. Palo Alto, CA: Electric Power Research Institute, 1981.
- [16] 雷月葆. 应变疲劳扩展与应力疲劳扩展的统一规律[D]. 上海: 华东理工大学, 1993.
- [17] Anderson T L. Fracture Mechanics: Fundamental and Application [M]. Boston: CRC Press, 2000.

New Cyclic J -Integral for Low-Cycle Fatigue Crack Growth

HU Hong_jiu¹, GUO Xing_ming¹, LI Pei_ning²,
XIE Yu_jun², LI Jie¹

1. Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics,
Shanghai University, Shanghai 200072, P. R. China;

2. College of Mechanical Engineering, East China University of Science and
Technology, Shanghai 200237, P. R. China)

Abstract: The constitutive equation under low-cycle fatigue (LCF) was discussed, and a two-dimensional (2-D) model for simulating fatigue crack extension was put forward in order to propose a new cyclic J -integral. The definition, primary characteristics, physical interpretations and numerical evaluation of the new parameter were investigated in detail. Moreover, the new cyclic J -integral for LCF behaviors was validated by the compact tension (CT) specimens, results show that the calculated values of new parameter can correlate well with LCF crack growth rate, during constant amplitude loading. In addition, the phenomenon of fatigue retardation was explained through the viewpoint of energy based on the concept of new parameter.

Key words: cyclic J -integral; low-cycle fatigue; constitutive equation; numerical evaluation; fatigue retardation