

文章编号: 1000-0887(2005) 11-1307-07

非均质材料梯度多墙结构 非线性屈曲特性*

李 永¹, 张志民²

(1. 北京理工大学 理学院 力学系, 北京 100081;
2. 北京航空航天大学 力学系, 北京 100083)

(黄小清推荐)

摘要: 非均质、各向异性材料梯度多墙结构充分利用了材料性质连续、渐进、变化的物理力学性能, 现已广泛应用于飞机翼结构和汽车轻量化结构。在层合板屈曲理论的基础上, 针对梯度多墙结构这一具体结构形式, 采用当量刚度方法, 建立了相应的本构关系和非线性屈曲控制方程, 求解得到不同复杂边界条件及组合载荷下的屈曲临界载荷, 通过试验分析验证, 计算结果可以较好地满足工程设计。研究表明: 梯度材料能有效地减小界面中的应力集中, 减弱材料中初始缺陷的作用, 从而不同程度地提高了材料的强度和韧性。

关键词: 梯度材料; 多墙式结构; 屈曲; 非均质

中图分类号: TU311.2 **文献标识码:** A

引 言

在工程技术科学中, 飞机翼结构和汽车轻量化结构采用的非均质材料梯度多墙形式, 用整体的蒙皮腹板结构代替传统的蒙皮加筋结构。这种多墙结构改善了原有承载方式, 由原来的大梁主承力变为整体结构承力, 从而提高了结构功效, 在保证结构安全的基础上, 可以降低结构高度, 减轻重量。当今国外先进机械结构上大多采用的是合金多墙结构, 在国内外大量文献还没有见到梯度多墙结构的研究分析, 急需一种行之有效的理论分析方法。本文给出非均质材料梯度多墙结构屈曲特性分析的半解析方法, 数值求解得到结构的屈曲临界载荷。本文在层合板屈曲理论^[1,2]的基础上, 研究了梯度多墙结构的非线性屈曲控制方程。研究用梯度材料采用改性酚醛增强玻璃纤维/环氧树脂模压成型, 梯度材料的制作工艺是采用先进的可溶性芯整体模压成型, 特别说明的是, 本项目选用了两种工艺性好的聚合物基体材料, 首先是适合于 RTM 成型的改性酚醛树脂, 其次是适合于模压成型的增韧酚醛树脂。树脂含量为 72%, 纤维含量为 28%。改性酚醛树脂梯度材料有较高的耐热性能及韧性, 抗压、抗弯、抗疲劳性能及尺寸稳定性。与纤维有较强的结合力^[3], 固化之后具有较大的刚度和良好的耐热性^[4,5]。梯度材料上作用的载荷主要有: 1) 预紧力; 2) 梯度材料自重; 3) 热载荷; 4) 侧压力。

* 收稿日期: 2003_05_12; 修订日期: 2005_06_23

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50175057)

作者简介: 李永(1972—), 男, 四川德阳人, 博士(联系人, E-mail: Yongli@bit.edu.cn)。

1 基本方程

根据非均质材料广义当量反对称理论^[6], 给出基本假设如下:

- A. 宏观上, 非均质材料为广义矩形层板;
- B. 非均质材料单层较薄, 材料呈线弹性;
- C. 非均质材料服从广义虎克定律和圣维南原理;
- D. 蒙皮和腹板为任意铺层的非均质材料层合板;
- E. 蒙皮和腹板在径向和纵向位移连续。

非均质材料梯度多墙结构 6 个腹板的材料示意图如图 1 所示, 非均质材料模型坐标系如图 2 所示。非均质材料梯度多墙结构的纵向边长为 a , 横向边长为 b , 上下蒙皮厚度分别为 h_a 和 h_b , xOy 坐标面选在上蒙皮的几何中面上, 上下蒙皮是分别由 n_a 和 n_b 层单层板叠合而成的层合板, 腹板由 n_f 层梯度材料叠合而成。图 3 为非均质材料梯度多墙结构内力示意图。

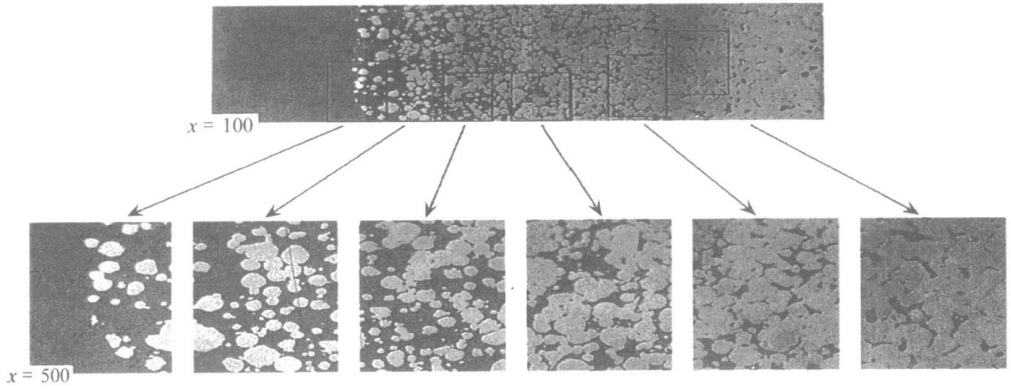


图 1 非均质材料梯度多墙结构 6 个腹板材料示意图

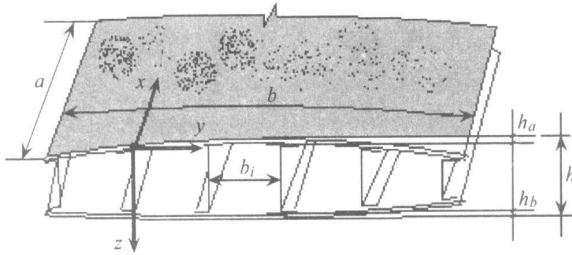


图 2 非均质材料梯度多墙结构坐标示意图

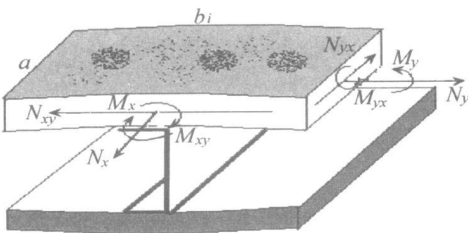


图 3 非均质材料梯度多墙结构内力示意图

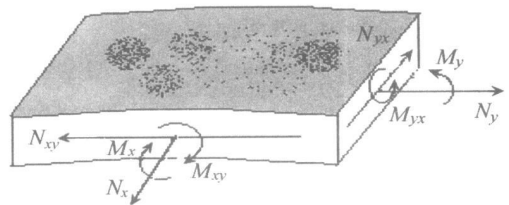


图 4 多墙式结构典型单元

从梯度多墙结构中取出一典型单元, 如图 4 所示, 下面推导其单位宽度上的内力 N_x 、 N_y 、

N_{xy} 、 N_{yx} 以及 M_x 、 M_y 、 M_{xy} 、 M_{yx} 这些广义力与面板中面应变 ϵ_x^0 、 ϵ_y^0 、 γ_{xy}^0 以及曲率 k_x 、 k_y 、 k_{xy} 这些广义应变之间的关系。

梯度多墙结构具有很强的非均质性, 为了更精确地确定结构的应力场, 基于非均质材料位移场, 建立当量刚度理论. 作用在上蒙皮上的内力与应变的关系式写成矩阵的形式为:

$$\begin{Bmatrix} N_{x1} \\ N_{y1} \\ N_{xy1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ M_{xy1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

式中: $k_x = -w_{0,xx}$, $k_y = -w_{0,yy}$, $k_{xy} = -2w_{0,xy}$.

在此, 应特别强调的是, 文中所有记号 $[]^*$ 表征每项弹性系数均含有非均质梯度指标^[6,7], f_k 为梯度体分比. 梯度材料整体的内力计算方法见文献[4].

引入非均质梯度张量矩阵^[6]

$$\begin{cases} [A]^* = f_k \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix}^{a+b} + \begin{bmatrix} A'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ [B]^* = f_k \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}^{a+b} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & B'_{16} \\ 0 & 0 & 0 \\ B'_{16} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ [D]^* = f_k \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix}^{a+b} + \begin{bmatrix} D'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & D'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D'_{66} \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (2)$$

引入应力函数 F , 利用本构方程的半逆式, 可得积分形式的平衡方程如下:

$$\begin{aligned} f_k \int_0^a \int_0^b \left\{ L_{4b}^*(F) + L_{4d}(w) - L_q - L_h(F, w) \right\} \delta w_0 dx dy + \\ \int_0^a \left\{ L_{2by}(F) + L_{2dy}(w) \right\} \delta(w_{0,y}) \Big|_{y=0}^b dx + \\ \int_0^b \left\{ L_{2bx}(F) + L_{2dx}(w) + L_M \right\} \delta(w_{0,x}) \Big|_{x=0}^a dy + \\ f_k \int_0^b \left\{ L_{2k}(F) + L_{2dz}(w) + L_T \right\} \delta(w_{0,y}) \Big|_{x=0}^a dy + \\ \int_0^a \left\{ L_{2bz}(F) + L_{2dz}(w) \right\} \delta(w_{0,x}) \Big|_{y=0}^b dx = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $L(\)$ 为微分算子. 利用能量原理得积分形式的变形协调方程如下:

$$\int_0^a \int_0^b \left\{ f_k L_{4a}(F) - L_{4b}(w) + L_g(f_k w, w) \right\} \delta F dx dy = 0. \quad (4)$$

由(3)、(4)式组成非均质材料梯度多墙结构的非线性屈曲控制方程组, 由此建立了任意铺

层非均质材料梯度多墙结构在面内和面外载荷作用下的非线性屈曲理论· 研究中, 对非均质材料梯度多墙结构铺层方式和变形形式未作任何限制, 因而导出的非线性屈曲控制方程组有广泛的适用性·

通过利用广义傅立叶级数的正交特性和积分变换, 得到:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} F_{mn} A_{mn}^{kj} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} B_{mn}^{kj} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} W_{mn} W_{pq} P_{mnpq}^{jj} = 0 \quad (i, j = 1, 2, \dots, \infty), \quad (5)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} C_{mn}^{kj} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} F_{mn} D_{mn}^{kj} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} W_{mn} F_{pq} V_{mnpq}^{jj} - \bar{N} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} K_{mn}^{ij} - \bar{U} N^{ij} = 0 \quad (i, j = 1, 2, \dots, \infty), \quad (6)$$

则式(5)、(6)可写成矩阵形式:

$$[T_F]^* [A^0]^* \{F\}^* + [T_F]^* [B^0]^* \{F\}^* + [T_F]^* [C^0]^* \{F\}^* + [T_F]^* [D^0]^* \{F\}^* = [O^0]^*, \quad (7)$$

$$[T_w]^* [E^0]^* \{w\}^* + [T_w]^* [F^0]^* \{w\}^* + [T_w]^* [V^0]^* \{w\}^* + [T_w]^* [K^0]^* \{w\}^* = [S^0]^*, \quad (8)$$

式中 $[T_F]^*$ 、 $[T_F]^*$ 、 $[O^0]^*$ 、 $[S^0]^*$ 为 $M^4 \times M^4$ 阶矩阵·

由于式(7)、式(8)为非线性方程组, 其解不易收敛, 所以在对上述方程组本文采用增量形式的控制方程组· 定义 w^* 、 F^* 为一个已知的基本状态解, Δw^* 、 ΔF^* 为基本状态解的增量·

$$w^* = w^* + \Delta w^*, \quad F^* = F^* + \Delta F^* \quad (9)$$

引入广义矩阵张量记号 $B^* = [B]^*$, 经过线性变换, 得到广义特征值方程组为:

$$\Delta F^* (\zeta, \eta) = \|A^* + B^* + C^* + D^* |^{-1} [T_{\Delta F}^*]^{-1} \cdot \Delta O^* | X_m(\zeta) Y_n(\eta), \quad (10)$$

$$\Delta w^* (\zeta, \eta) = \|E^* + F^* + G^* + H^* |^{-1} [T_{\Delta w}^*]^{-1} \cdot \Delta S^* | \Phi(\zeta) \Psi_q(\eta) \quad (11)$$

2 典型算例数值分析

对于某有着实际应用背景的梯度材料多墙式结构, 计算工况及结果见表 1·

计算表明, 本文对非均质材料梯度多墙结构屈曲的分析计算是合理有效的, 计算结果具有一定的工程实用性·

图 5 给出了组合载荷(机械载荷和热载荷)作用下, 梯度多墙结构下蒙皮三维变形模拟图, 从中可以看到结构变形的全貌, 并给出了变形的发展变化趋势, 本文研究的结构相对传统复合材料结构, 结构理念和设计思想是全新的·

表 1 梯度材料多墙式结构稳定性计算结果

工 况	临界失稳载荷 P_{cr} (N/mm)		
	总体失稳(本文)	局部失稳(上蒙皮)	
		本文计算	文献[7]计算
1	57 422	1 126	916
2	154 654	2 526	1 622
3	85 435	2 981	1 456
4	74 879	1 123	1 341
5	146 564	1 469	972
6	174 652	2 971	1 421
7	28 272	133	121
8	31 236	256	236

注释: 1 为四边简支; 2 为四边固支; 3 为两边简支; 两边固支; 4 为两边固支, 两边轴压; 5 为四边简支剪切; 6 为四边固支剪切, 7 为四边简支轴压 ($N_y/N_x = 1$), 8 为四边简支轴压 ($N_y/N_x = 0.5$)

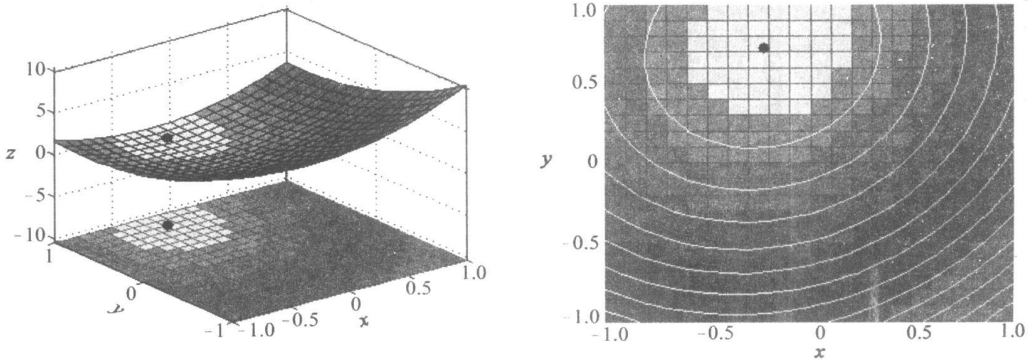
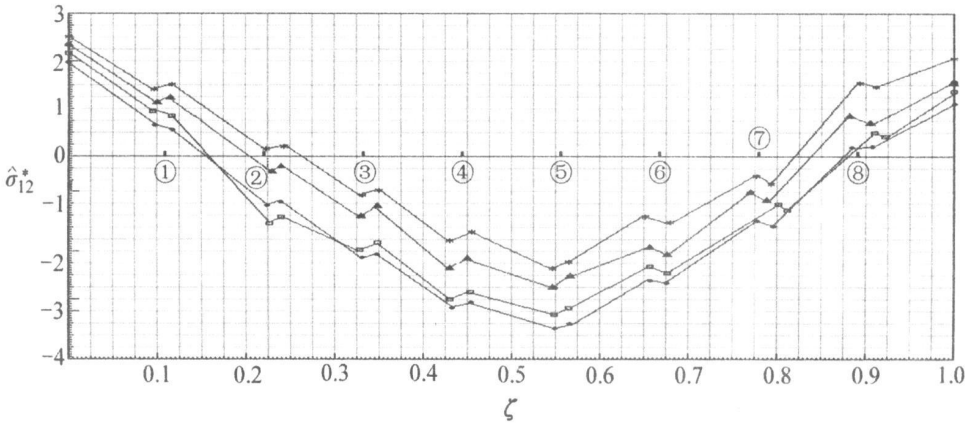


图 5 梯度材料多墙式变形模拟图

为了更进一步分析屈曲问题中的热应力作用,我们将单独热载荷作用下产生的热屈曲应力与其它文献的研究结果相比较,来验证本文半解析解的正确性,由图6可以看出热屈曲产生的屈曲应力保持应力阶跃式渐进的本质特性,与实验结果相符,实验结果见文献[4],阶跃式渐进趋势吻合很好。与文献[5]和文献[7]相比,总的趋势一致,有一些细微差别。界面附近应力锯齿形分布比较平缓,表明各界面的联合作用,共同承担热载荷,分散,缓和了热应力集中,剧烈变化。

3 结 论

通过对梯度材料的数值计算及实验研究,得出了梯度材料的位移场及应力场,理论与实验两者结果基本吻合,证明计算方法的可靠性。在计算过程中,我们发现分层有饱和值,对于本结构来说,6层为理论饱和值,分层值超过饱和值,计算量增大,而计算精度和实际效率并没有显著提高。同时,应注意到,针对不同的具体结构,梯度材料分层饱和值也不同。梯度材料的应力值较低,有强度裕量,可进一步设计梯度材料,减轻梯度材料质量,提高其承载潜力。理论研究及算例分析,结论如下:



—▲— 单独热载荷作用下, 本文的半解析解 —◆— 单独热载荷作用下, 文献[7]的有限元解
 —□— 单独热载荷作用下, 实验结果 —*— 单独热载荷作用下, 文献[8]的平均场_自治解
 [①②③④⑤⑥⑦⑧] — FGM 短板层间界面

FGM 短板沿中心线 $\eta = 0.5$ 的热横向剪切应力分布曲线

图 6 梯度材料沿中心线的热屈曲应力分布比较曲线

1) 考虑了包含所有边界条件信息、外载信息的非齐次项, 从数学上提出了求解梯度材料多墙结构非线性屈曲问题的一般方法。

2) 计算结果较传统的工程算法更加精确, 个别固支边界条件下和剪切载荷下本文的计算结果略小, 本文计算是针对梯度多墙式结构, 充分考虑了材料非均质、各向异性的物理力学本质, 而工程算法是将层合板的计算方法推广到多墙式结构中, 其对结构的剪切载荷仿真误差较大, 使得工程算法偏保守且精度较差。

3) 非均质材料梯度多墙结构的总体失稳载荷要远大于局部失稳载荷(已接近或达到破坏载荷), 从实际来看是合理的, 工程上设计必须以局部失稳为依据。

[参 考 文 献]

- [1] Eshelby D. The determination of the elastic field of ellipsoidal inclusion, and related problems[J]. Roy Soc, 1957, 24(3): 376—396.
- [2] Ahmed K, Burton W S. Three-dimensional solutions for antisymmetrically laminated anisotropic plates [J]. Apply Physics Letter, 2002, 512(1): 182—188.
- [3] Pell W H. Thermal deflections of anisotropic thin plates[J]. Apply Mathm ethic, 1996, 58(1): 27—44.
- [4] 李永, 宋健, 张志民. 梯度功能力学(清华大学学术专著)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003, 53—69.
- [5] Whitney J M, Pagano N J. Shear deformation in heterogeneous anisotropic plates[J]. Appl Mech, 1970, 37(4): 1031—1036.
- [6] 李永, 宋健, 张志民. 梯度功能材料结构的广义当量反对称弯曲理论[J]. 中国科学, E 辑, 2002, 32(4): 433—441.
- [7] Coffen F. Mechanics problem in FGM layers under thermal stress[J]. J Thermal Stress, 1996, 20(4): 237—265.

Nonlinear Buckling Characteristic of the Graded Multiweb Structure of Heterogeneous Materials

LI Yong¹, ZHANG Zhi_min²

(1. Department of Mechanics, Science School, Beijing Institute of Technology,
Beijing 100081, P. R. China;

2. Department of Mechanics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,
Beijing 100083, P. R. China)

Abstract: The graded multiweb structure of heterogeneous anisotropic materials, which makes full use of the continuous, gradual and changing physical mechanical performance of material properties, has a widespread application in aeroplane aerofoil structure and automobile lightweight structure. On the basis of laminate buckling theory, the equivalent rigidity method is adopted to establish the corresponding constitutive relation and the nonlinear buckling governing equation for the graded multiweb structure. In finding the solution, the critical load of buckling under different complicated boundary conditions together with combined loads were obtained and testification of the experimental analysis shows that the calculation results can satisfy the requirements of engineering design in a satisfactory way. Results obtained from the research say that: graded materials can reduce the concentrated stress on the interface in an effective way and weaken the effect of initial defect in materials and thereby improve the strength and toughness of materials.

Key words: graded materials; multiweb structure; buckling; heterogeneous