

文章编号: 1000_0887(2005) 10_1183_08

结构非线性风振的路径积分方法^{*}

王仲刚¹, 程 华¹, 邓洪洲²

(1. 后勤工程学院 建筑工程系, 重庆 400041;
2. 同济大学 建工系, 上海 200092)

(陈正汉推荐)

摘要: 通过引入相关脉动风速滤波, 将结构非线性风振方程转变为 Ito 随机微分方程的形式; 该方程的解过程具有 Markov 性质。在时域内将状态方程展开, 利用其瞬时线性化随机方程的解析解, 基于路径积分给出了结构非线性风振响应概率密度的形式解, 得到了一种分析结构非线性风振响应的新方法。对桅杆算例的数值分析表明, 该方法较线性频域分析方法和非线性时域积分方法具有更好的准确性和有效性。

关键词: 非线性; 动态响应; 风荷载; 路径积分; 白噪声; 联合概率密度

中图分类号: TU311. 2; O322; O324 **文献标识码:** A

引 言

非线性结构的风振响应往往相当复杂。以桅杆结构为例, 工程事故分析表明^[1], 除少数桅杆是因飓风等特大荷载作用而直接破坏外, 绝大多数事故都发生在风速不大的条件下。大量工程检测发现^[1, 2], 在桅杆结构构件及连接部位经常存在着因复杂风激振动引起的疲劳损伤。因此, 非线性风振是影响这类结构安全的一个关键性因素。

迄今为止, 有关非线性结构风振响应的研究主要有两条途径: 一是基于结构的线性化模型, 通过频域方法研究其风振响应特性^[1], 由于忽略了非线性因素的影响, 在大多数情况下分析结果与实测值相比偏差较大; 二是将风载模拟成时间的函数, 利用直接积分法求解结构的非线性运动微分方程^[3~5], 其优点是易于考虑结构的各种非线性因素, 但需要对大量的样本进行分析; 另外, 风载的模拟方法及其精度对响应分析的影响尚缺乏有效的估计手段。

鉴于结构非线性对风振响应分析、动力可靠性以及风振疲劳损伤评估有着重要影响, 加上风激励时间历程的复杂性, 基于风振状态方程的概率分析方法近年来越来越为学者所重视^[6~10]。本文通过将结构非线性风振方程转变为 Ito 随机微分方程, 利用其瞬时线性化随机方程的解析解, 基于路径积分给出了非线性风振响应概率密度的形式解, 从而得到了一种研究结构非线性风振响应的新方法。

* 收稿日期: 2003_09_23; 修订日期: 2005_05_27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50178052); 重庆市自然科学基金资助项目(7422)

作者简介: 王仲刚(1965—), 男, 江西波阳人, 副教授, 博士(联系人, Tel/Fax: + 86_23_68599336; E_mail: zhonggangwang@sina.com.cn)。

1 脉动风速滤波方程

1.1 标准脉动风速滤波方程

在中国荷载规范 GB50009_2001 中, 标准高度处(10 m)的脉动风速 $v_{10}(t)$ 以乘积形式给出: $v_{10}(t) = \sigma_{v_{10}} \cdot f(t)$, 标准偏差 $\sigma_{v_{10}}$ 和标准化风速过程 $f(t)$ 的功率谱见式(1), 式中 V_{10} 是 10 m 处平均风速, α 、 μ 分别是地貌粗糙度系数和保证系数;

$$\sigma_{v_{10}} = \frac{V_{10}}{4\mu} \cdot 35^{1.8(\alpha-0.16)}, \quad S_f(\omega) = \frac{2x^2}{3\omega \cdot (1+x^2)^{4/3}} \quad (1)$$

利用单位白噪声过程 $w(t)$ 和线性微分方程(2) 可以滤波生成 $v_{10}(t) = \sigma_{v_{10}} \gamma_1 \cdot z(t)$,

$$\ddot{z}(t) + \alpha_1 \cdot \dot{z}(t) + \beta_1 \cdot z(t) = w(t), \quad (2)$$

式中, 上标“ \cdot ”表示对时间 t 的微分; 滤波参数 $\alpha_1 = 1.208 \times 10^{-2} V_{10}$, $\beta_1 = 1.645 \times 10^{-5} V_{10}^2$, $\gamma_1 = 6.2 \times 10^{-2} \sqrt{V_{10}}$.

1.2 相关脉动风速滤波方程

由于 Davenport 谱的统计特性与高度无关, 脉动风速过程 $v_i(t)$ ($i = 1, \dots, n$) 的相关函数可由式(3) 定义, 式中 ρ_{ij} 是脉动风速在竖向的相关系数^[11],

$$R_{v_i v_j} = \sigma_{v_{10}}^2 \cdot \rho_{ij} \quad (3)$$

设 n 个相互独立的单位 Gauss 白噪声 $w_i(t)$, 经滤波方程(2) 得到随机过程 $v_i(t) = \sigma_{v_{10}} \gamma_1 \cdot z_i(t)$. 显然, $v_i(t)$ 相互独立, 且 $E[v_i(t)] = 0$. 作线性变换

$$v_i(t) = L_{ij} v_j, \quad (4)$$

式中, 相同脚标表示对一切可能取值求和; 系数 L_{ij} 可利用 $E[v_i v_j] = R_{v_i v_j}$ 和 $E[v_i(t)] = 0$ 确定

$$L_{il} L_{jl} = \rho_{ij}, \quad l \leq \min(i, j) \quad (5)$$

于是, 相关脉动风速 $v_i(t) = \sigma_{v_{10}} \gamma_1 \cdot L_{ij} z_j(t)$ 可利用独立白噪声 $w_i(t)$ 和滤波方程(2) 给出.

2 结构风振的 Ito 微分方程

非线性结构风振微分方程的一般形式为

$$M \cdot \ddot{x} + C \cdot \dot{x} + K \cdot x = F(t), \quad (6)$$

式中, x 是节点位移矢量, M 、 C 是质量和阻尼矩阵, 刚度矩阵 K 依赖于 x ; 节点风载矢量 $F(t)$ 为平稳 Gauss 过程, 其分量 $F_i(t) = \mu_{z_i} W_0 \mu_s A_i + \gamma_0 V_{10} \sqrt{\mu_{z_i}} \mu_s A_i \cdot v_i(t)$, 其中 W_0 是基本风压, γ_0 是空气质量密度, μ_s 是结构体形系数, μ_{z_i} 是风压高度系数, A_i 是节点迎风面积.

将相关脉动风速 $v_i(t)$ 的滤波方程引入方程(6), 写成状态方程的形式

$$\begin{bmatrix} M & & & \\ & M & & \\ & & I & \\ & & & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ z(t) \\ \dot{z}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ -K & -C & 0 & D \\ 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & -\beta_1 \cdot I & -\alpha_1 \cdot I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ z(t) \\ \dot{z}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{Bmatrix} \cdot w(t), \quad (7a)$$

$$D = \gamma_0 \mu_s \gamma_1 \frac{V_{10}^2}{4\mu} \cdot 35^{1.8(\alpha - 0.16)} \cdot \begin{bmatrix} \sqrt{\mu_{z_1}} A_1 L_{11} & & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \\ \sqrt{\mu_{z_n}} A_n L_{n1} & \dots & \sqrt{\mu_{z_n}} A_n L_{nn} \end{bmatrix}, \quad (7b)$$

$$E = \left\{ \mu_s A_i \mu_{z_i} W_0 \right\}, \quad (7c)$$

式中, $z(t) = \{z_1(t) \dots z_n(t)\}^T$, $w(t) = \{w_1(t) \dots w_n(t)\}^T$, I 是 n 维单位矩阵。

白噪声 $w_i(t)$ 有形式表示: $dB_i(t)/dt = w_i(t)$, $t \geq 0$, $B_i(t)$ 是相互独立 Wiener 过程。记

$y(t) = \{x \ x \ z \ z\}^T$, $B(t) = \{B_1(t) \dots B_n(t)\}^T$, 方程(7)可以写成微分形式

$$\begin{cases} dy(t) = G(y(t), t) \cdot dt + [0 \ 0 \ 0 \ I]^T \cdot dB(t), \\ G(y(t), t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C & \mathbf{0} & M^{-1}D \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & I \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\beta_1 \cdot I & -\alpha_1 \cdot I \end{bmatrix} \cdot y(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ M^{-1}E \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (8)$$

3 非线性响应联合概率密度

3.1 非线性 Ito 随机方程的线性化模型

可以严格证明^[12], 方程(8)是非线性 Ito 微分方程, 其解过程 $y(t)$ 是 Markov 链。将方程(8)在任意时刻 t' 处展开, 忽略高阶无穷小

$$\Delta y(t') \approx R(y', t') \cdot \Delta t + [0 \ 0 \ 0 \ I]^T \cdot \Delta B(t'), \quad t \in [t' \ t' + \Delta t], \quad (9)$$

式中, $\Delta y(t') = y(t) - y'$, $y' = y(t')$; 矢量 Wiener 过程的增量 $\Delta B(t') = B(t' + \Delta t) - B(t')$,

$$E[\Delta B_i(t)] = 0, \quad E[\Delta B_i(t) \cdot \Delta B_j(t)] = 2\pi \Delta t \cdot \delta_{ij}, \quad (10)$$

其中, δ_{ij} 为 Dirac 函数; $R(y', t')$ 是方程(8)中确定项 $G(y(t), t)$ 的四阶 Runge-Kutta 近似:

$$R(y', t') \equiv \left\{ R_x(y', t') \ R_x(y', t') \ R_z(y', t') \ R_z(y', t') \right\}^T = (R_1 + 2 \cdot R_2 + 2 \cdot R_3 + R_4) / 6,$$

$$R_1 = G(y', t'), \quad R_2 = G(y' + 0.5\Delta t \cdot R_1, t' + 0.5\Delta t),$$

$$R_3 = G(y' + 0.5\Delta t \cdot R_2, t' + 0.5\Delta t), \quad R_4 = G(y' + \Delta t \cdot R_3, t' + \Delta t).$$

3.2 响应联合概率密度

将方程(9)写成

$$\begin{cases} \Delta x(t') = R_x(y', t') \cdot \Delta t, \\ \Delta x \ z(t') = R_x(y', t') \cdot \Delta t, \\ \Delta z(t') = R_z(y', t') \cdot \Delta t, \end{cases} \quad (11a)$$

$$\Delta z \ z(t') = R_z(y', t') \cdot \Delta t + \Delta B(t'), \quad (11b)$$

式(11a)是3个确定性方程组, 式(11b)是 n 个随机线性方程。由式(10), 独立 Gauss 变量 $\Delta z \ z(t')$ 的均值和均方差为

$$E[\Delta z \ z(t')] = R_z(y', t') \cdot \Delta t, \quad E[(\Delta z \ z(t') - E[\Delta z \ z(t')])^2] = 2\pi \Delta t \cdot \quad (12)$$

记 $\delta(\cdot)$ 为 Dirac 分布, $y(t)$ 在 $[t' \ t' + \Delta t]$ 内的转移概率密度 $p(y, t | y', t')$ 为

$$p(z \ z | z \ z(t'), t') =$$

$$(2\pi)^{-n} (\Delta t)^{-n/2} \cdot \exp \left[- (4\pi \Delta t)^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n (z \ z_i - z \ z_i(t') - R_{z_i}(y', t') \cdot \Delta t)^2 \right], \quad (13a)$$

$$p(y, t | y', t') = p(z, t | z', t', t') \cdot \prod_{i=1}^n \delta(x_i(t) - x_i(t') + R_{x_i}(y', t') \cdot \Delta t) \cdot \quad (13b)$$

$$\prod_{i=1}^n \delta(z_i(t) - z_i(t') + R_{z_i}(y', t') \cdot \Delta t) \cdot \prod_{i=1}^n \delta(x_i(t) - x_i(t') + R_{x_i}(y', t') \cdot \Delta t) \cdot \quad (13c)$$

由 Chapman_Kolmogorov_Smoluchowski 方程和路径积分, $y(t)$ 的概率密度为

$$p(y, t) = \iiint p(y_0, t_0) \cdot \prod_{i=1}^N p(y_i, t_i | y_{i-1}, t_{i-1}) dy_0 dy_1 \cdots dy_{(N-1)}, \quad (14)$$

式中, $dy_i = dx_1 dz_1 dx_2 dz_2 \cdots dx_n dz_n$ 表示在 $t_i = t_0 + N \cdot \Delta t$ 时刻状态空间的积分算子; $p(y_0, t_0)$ 为初始概率密度. 对于稳态响应, $p(y_0, t_0)$ 的影响可以忽略.

结构稳态风振响应^[13]的一阶概率密度与时间无关,有:

$$p(y) = \lim_{t \rightarrow \infty} p(y, t) \cdot \quad (15)$$

3.3 正则化条件

特别地,对于稳态概率密度 $p(y)$, 可以给出其归一化条件的一个弱化表达. 滤波方程(2)的稳态响应概率密度有解析解^[14]

$$p^w(z, z') = c \cdot \prod_{i=1}^n \exp[-\alpha_i (2\pi)^{-1} (\beta_i z_i^2 + z_i'^2)] = p^w(z) p^w(z'), \quad (16)$$

式中, c 是概率密度归一化常数. 显然, z 和 z' 相互独立. 因为风振响应 $\{x \ x'\}^T$ 仅依赖于 z , 而 $\{z \ z'\}^T$ 不依赖于 $\{x \ x'\}^T$, 将 $p(y)$ 向子空间 Z 上投影,有:

$$\iiint p(y) dx dz = p^w(z'). \quad (17)$$

在满足式(17)前提下,可以忽略 z 的边缘概率密度条件: $\iiint p(y) dx dz = p^w(z')$, 由此可以显著减少计算量和编程所需的存储空间.

4 位移穿越问题

结构安全区域 $S = \{x_i \leq b_i, i = 1, \dots, n\}$, 其边界由 n 个平面 $P = \{P_i: x_i = b_i\}$ 组成.

响应与边界的交叉速率期望 v_P^+ 等于其与各平面交叉速率期望之和, $v_P^+ = \sum_{i=1}^n v_{P_i}^+$. 由广义 Rice 公式,

$$v_P^+ = \sum_i \int_{P_i} dx \int_0^\infty \lambda \left[\int p(x, x') dx_1 \cdots dx_{i-1} dx_{i+1} \cdots dx_n \right] dx', \quad (18)$$

式中, $\int_{P_i}(\cdot)$ 是对面积或直线 P_i 的积分, P_i 指其在安全边界 P 上的部分.

只有在采用结构风振的线性化模型时,才能求得 v_P^+ 的封闭解. 这时响应 $\{x \ x'\}$ 是 Gauss 过程, 存在线性变换 $A = [A_1 \ A_2]$, 使得:

$$\{q \ q'\}^T = [A_1 \ A_2] \cdot \{x \ x'\}^T, \quad q \sim N[0, I], \quad q' \sim N[0, \sigma_{P_i}^2], \quad (19)$$

式中, $N[0, I]$ 表示均值为 0、协方差矩阵为单位矩阵的 Gauss 矢量过程, $N[0, \sigma_{P_i}^2]$ 表示均值为 0、协方差矩阵为对角矩阵 $\text{diag}[\sigma_{P_i}^2]$ 的 Gauss 矢量过程.

安全区域边界 P 经线性变换后为 Q , 仍由 n 个平面 Q_i 所组成. 记边界平面 Q_i 到原点的距离为 r_i , 单位外法线为 $N_i = \{n_{1i} \ \cdots \ n_{ni}\}^T$, 有^[15]:

$$v_{\dot{Q}}^{\dagger} = \sum_{i=1}^n v_{\dot{Q}_i}^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n f(Q_i) \cdot \sigma_{Q_i}, \quad \sigma_{\dot{Q}_i}^2 = \sum_{j=1}^n n_{j_i}^2 \cdot \sigma_{q_j}^2 \quad (20)$$

式中, $f(Q_i) = \int_{Q_i} f_x(x) dx = \sum_{i=1}^n \varphi(r_i) \cdot \Phi_{n-1}(Q_i) \cdot \sigma_{Q_i}$, $\varphi(\cdot)$ 是 Gauss 密度函数; $\Phi_{n-1}(\cdot)$ 是 $n-1$ 阶 Gauss 分布函数,

$$\Phi_{n-1}(Q_i) = \int_{Q_i} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{n-1}}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^{n-1} q_j^2 - \left(2r_i - \sum_{j=1}^{n-1} q_j\right) \cdot \sum_{j=1}^{n-1} q_j\right]\right\} dq_1 \cdots dq_{n-1},$$

面积分 $\int_{Q_i}(\cdot)$ 是针对安全边界 Q 上平面 Q_i 的部分在空间 R^{n-1} 上的投影。

5 算 例

某桅杆简化模型如图 1 所示,地貌类别 B ,顶端集中质量 $m_0 = 27\,500\text{ kg}$;杆身抗弯刚度 $EI = 4.68 \times 10^9\text{ N}\cdot\text{m}^2$,迎风面积 $\mu_s A \approx 59.9\text{ m}^2$;纤绳直径 $d = 0.04\text{ m}$,截面积 $A_c = 1.005 \times 10^{-3}\text{ m}^2$,弦长 $l = 240\text{ m}$,弹性模量 $E = 1.6 \times 10^{11}\text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$,线密度 $m = 8.69\text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}$,倾角 $\varphi = 52.8^\circ$;粘滞性阻尼系数 $c = 1\,000\text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$ 。其它计算参数包括:平均风速 $V_{10} = 30\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$,保证系数 $\mu = 2.2$, $\alpha = 0.16$,时间步长 $\Delta t = 0.125\text{ s}$ 。

除本文算法外,还利用线性频域理论和时域非线性模拟对算例进行了分析。频域分析采用平均风载下结构静平衡处的线性化模型,时域模拟被用来检验本文算法和频域方法,共采用 400 条模拟风速样本,每个样本时长 600 s。

图 2 是纤绳初应力 $\sigma_0 = 150\text{ MPa}$ 条件下本文算法的迭代收敛过程,图中水平虚线是时域模拟结果。表 1 ~ 表 3 分别给出了 $\sigma_0 = 50\text{ MPa}$ 、 150 MPa 和 250 MPa 下不同方法响应均值和标准偏差的计算结果。在不同 σ_0

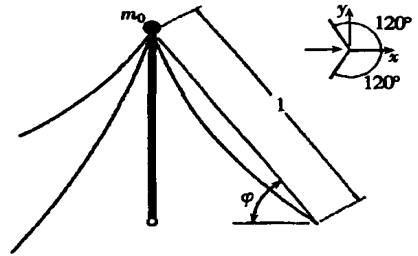


图 1 某三方纤绳桅杆计算模型

条件下,本文算法均具有很高的精度,分析结果与时域模拟结果非常吻合。而频域分析结果虽然在 σ_0 很大时与另外两种方法比较接近,但在 σ_0 较小时计算误差则很大。

表 1 响应均值和标准偏差 ($\sigma_0 = 50\text{ MPa}$)

分析方法	x/m	σ_x/m	$v/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$\sigma_v/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$
频域	0.962	0.447	0.0	0.768
数值模拟	2.348 45	0.549 9	-1.49×10^{-5}	0.857
本文	2.334	0.541	-7.1×10^{-4}	0.847

表 2 响应均值和标准偏差 ($\sigma_0 = 150\text{ MPa}$)

分析方法	x/m	σ_x/m	$v/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$\sigma_v/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$
频域	0.574	0.282	0.0	0.628
数值模拟	0.489	0.260 5	4.41×10^{-6}	0.589
本文	0.486	0.260	9.9×10^{-5}	0.587

图 3 是 $\sigma_0 = 50\text{ MPa}$ 时利用本文算法分析得到的顶点响应状态矢量的概率密度分布,图 4 是位移响应的概率密度分布。为便于比较,在图 4 中用虚线给出了相同均值和标准偏差的 Gauss 概率密度分布,可以明显地看出结构非线性对概率密度分布的影响。

图 5 是 $\sigma_0 = 50\text{ MPa}$ 条件下基于 3 种不同算法的 $v_{\dot{p}}^{\dagger}$ 曲线。可以看出,前两种方法的分析结果非常吻合;频域分析虽然在高界限穿越时与前两者的分析结果比较接近,但却在低界限问题中低估了响应的平均穿越率,故频域分析对桅杆风振疲劳损伤累计的估计偏小。图 6 是 $\sigma_0 = 250\text{ MPa}$ 条件下基于本文算法和频域分析的 $v_{\dot{p}}^{\dagger}$ 曲线。一般认为,当 σ_0 很大时,桅杆风振响

应可以采用线性频域分析, 其分析精度可以满足工程要求。然而, 与本文算法相比, 基于频域分析的 v_P^+ 值在高界限穿越问题中存在明显的负偏差, 虽然此时基于两种方法的均值和标准偏差间误差很小(参见表 3)。因此, 频域线性分析由于忽略了结构非线性的影响, 过高估计了桅杆的动力可靠性。

表 3 响应均值和标准偏差 ($\sigma_0 = 250 \text{ MPa}$)

分析方法	x/m	σ_x/m	$v/(m \cdot s^{-1})$	$\sigma_v/(m \cdot s^{-1})$
频域	0.309	0.159	0.0	0.485
数值模拟	0.293	0.165 4	3.06×10^{-6}	0.494 2
本文	0.291	0.163	-4.5×10^{-5}	0.493

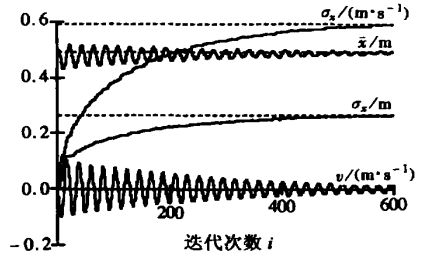


图 2 本文算法的迭代收敛过程

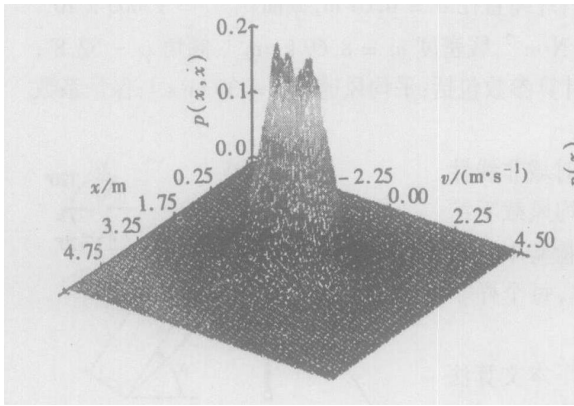


图 3 状态矢量的联合概率密度 ($\sigma_0 = 50 \text{ MPa}$)

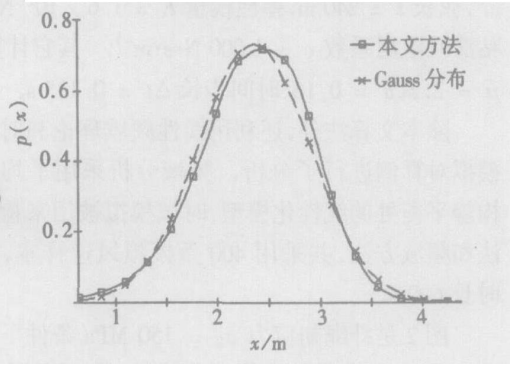


图 4 位移概率密度 ($\sigma_0 = 50 \text{ MPa}$)

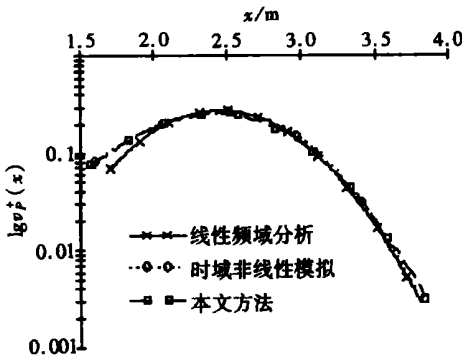


图 5 $\sigma_0 = 50 \text{ MPa}$ 时交叉速率期望值 v_P^+

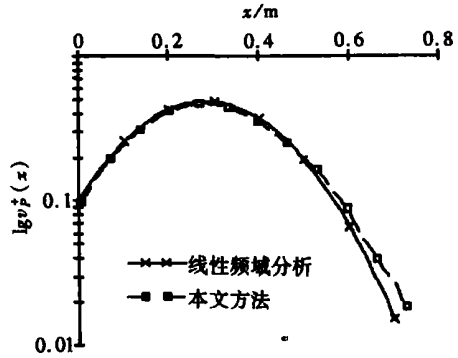


图 6 $\sigma_0 = 250 \text{ MPa}$ 时交叉速率期望值 v_P^+

6 结 论

本文探讨了一种分析结构非线性风振响应的新方法。通过引入脉动风速滤波方程, 将结构非线性风振方程转变为 Ito 随机微分方程的形式, 利用其在时域中连续瞬时线性化随机方程的解析解, 基于路径积分给出了非线性风振响应概率密度的形式解。算例分析表明:

- 1) 算法中没有引入任何有关响应概率分布和结构非线性的假定, 分析结果能更好地反映

非线性对风振响应的影响。与结构风振的线性频域方法和时域非线性模拟相比,算法具有更高的准确性和有效性。

2) 算法中初始态的选取对最终计算结果几乎没有影响,当计算时间较长时也不会产生较大的累积误差。

3) 算法中给出了稳态响应概率密度归一化条件的一个弱化表达,可以显著减少计算量和编程所需的存贮空间。

4) 对于桅杆这类预应力张拉结构,其动力可靠性分析必须考虑结构非线性的影响。如果响应分析仅局限于线性模型或响应的二阶矩,则可能得出不安全的结果。

[参 考 文 献]

- [1] 王肇民,王之宏,颜明忠. 桅杆结构[M]. 北京:科学出版社,2000.
- [2] Peil U, Noelle H. On fatigue of guyed masts due to wind load[A]. In: Schueller G I, YAO Fen Eds. Structural Safety & Reliability [C]. Rotterdam: Balkema, 1994, 1132—1140.
- [3] Kahla N Ben. Dynamic analysis of guyed towers[J]. Engng Struct, 1994, 16(4): 293—301.
- [4] 王肇民,程凌勇. 桅杆结构动力特性研究[J]. 建筑结构学报, 1993, 14(5): 2—10.
- [5] 马星,李泽,蒋涛. 考虑纤绳振动桅杆结构的随机风振分析[J]. 同济大学学报, 1998, 26(6): 631—635.
- [6] Yin S C S, Lin H. Unified analysis of complex nonlinear motions via densities[A]. In: Naess A, Krenk S Eds. Proceedings of the IUTAM Symposium on Advances in Nonlinear Stochastic Mechanics [C]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996, 489—501.
- [7] Naess A. Chaos and nonlinear stochastic dynamics[J]. Probabilistic Eng Mechanics, 2000, 15(1): 37—47.
- [8] 马星,邓洪洲. 桅杆结构随机风振的离散分析法[J]. 工程力学, 2002, 19(1): 34—37.
- [9] MA Xing, WANG Zhong-gang, DENG Hong-zhou. Theoretical and experimental research on dynamic behavior of guyed masts under wind load[J]. Acta Mechanical Solida Sinica, 2004, 17(2): 166—171.
- [10] Paola M Di, Ricciardi G, Vasta M. A method for the probabilistic analysis of nonlinear system[J]. Probabilistic Eng Mechanics, 1995, 10(3): 1—10.
- [11] Peil U, Noelle H. Guyed masts under wind load[J]. J Wind Eng and Industr Aerodyn, 1992, 44: 2129—2140.
- [12] 张炳根,赵玉芝. 科学和工程中的随机微分方程[M]. 北京:海洋出版社,1980.
- [13] 王仲刚,邓洪洲. 桅杆风振试验研究[J]. 工程力学, 2003, 20(5): 42—47.
- [14] Liu S C. Solutions of Fokker-Planck equation with applications in nonlinear random vibration[J]. The Bell System Technical Journal, 1969, 48: 2031—2051.
- [15] 李桂青,曹宏,李秋胜,等. 结构动力可靠性理论及其应用[M]. 北京:地震出版社,1995.

Path Integral Solution of the Nonlinear Dynamic Behavior of Structure Under Wind Excitation

WANG Zhong gang¹, CHENG Hua¹, DENG Hong zhou²

(1. Department of Civil Engineering, Logistical Engineering University,
Chongqing 400041, P. R. China;

2. Department of Building Engineering, Tongji University,
Shanghai 200092, P. R. China)

Abstract: A numerical scheme for the nonlinear behavior of structure under wind excitation is investigated. With the white noise filter of turbulent wind fluctuations, the nonlinear motion equation of structures subjected to wind load was modeled as the Ito's stochastic differential equation. The state vector associated with such a model is a diffusion process. A continuous linearization strategy in the time_domain was adopted. Based on the solution series of its stochastic linearization equations, the formal probabilistic density of the structure response was developed by the path integral technique. It is shown by the numerical example of a guyed mast that compared with the frequency_domain method and the time_domain nonlinear analysis, the proposed approach is highlighted by high accuracy and robustness. The influence of the structure non_linearity on the dynamic reliability assessment is also analyzed in the example.

Key words: nonlinear; dynamic response; wind load; path integral solution; white noise; joint statistical distribution