

文章编号: 1000-0887(2005) 10-1135-08

近壁湍流脉动的概率分布函数^{*}

周济福, 张 强, 李家春

(中国科学院 力学研究所, 北京 100080)

(我刊编委李家春来稿)

摘要: 采用大涡模拟方法, 模拟槽道湍流, 获得了不同雷诺数情形下的槽道流大涡模拟数据库。在此基础上, 获得了流向和垂向脉动速度的概率分布函数, 并运用假设检验, 分析了其与正态分布的定量差别。进一步计算了流向和垂向脉动速度的偏斜度、平坦度, 讨论了二者在粘性子层、过渡区和对数律区的变化。同时, 讨论了粘性子层、过渡区和对数律区流向和垂向脉动速度概率分布函数的特点及其与湍流猝发的高速流下扫和低速流喷发事件的关系。最后, 分析了雷诺数对流向、垂向脉动速度分布的影响。

关键词: 近壁湍流; 大涡模拟; 脉动速度; 概率分布函数; 偏斜度; 平坦度

中图分类号: O357.5⁺ 2 **文献标识码:** A

引 言

许多实际流动问题都涉及到壁面边界附近的湍流运动, 尤其是流向和垂向的脉动, 因此近壁湍流的研究一直受到人们的重视^[1,2]。其中, 脉动速度的概率分布函数是基本的力学问题之一。Brodkey 等人^[3]曾根据实验资料分析了剪切流中湍流信号的分布, 他们得到的脉动速度分布具有一定的偏斜度, 与正态分布有偏离。Kim 等人^[4]、Moin 和 Kim^[5]对槽道湍流进行了细致的研究, 分别采用直接数值模拟和大涡模拟方法模拟了雷诺数(以壁面摩擦速度和半槽宽计算)为 180、640 的槽道流(如以槽道中心速度和半槽宽计算则雷诺数分别为 3 300、13 800), 他们得到的脉动速度的偏斜度和平坦度也与正态分布不符。然而, 他们没能给出脉动速度的概率分布, 也没有讨论脉动速度概率分布与正态分布的偏离程度。另外, 他们分别模拟单一雷诺数的情况, 自然没有讨论雷诺数对脉动速度分布的影响。

另一方面, 实际应用也需要对脉动速度的概率分布函数进行研究, 如泥沙运动的统计理论仍然存在着对这一问题的争论^[6]。Einstein 的推移质运动理论认为, 床面泥沙颗粒所受到的上举力遵循正态分布。而许多学者则认为, 速度的脉动遵从正态分布^[6]。显然, 由于上举力与流速的平方成正比, 两者不可能同时遵从正态分布, 若脉动速度为正态分布, 则上举力服从 x^2 分

* 收稿日期: 2004_10_18; 修订日期: 2005_06_10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10332050; 10002023); 水资源与水电工程科学国家重点实验室开放研究基金资助项目(2003B003)

作者简介: 周济福(1965—), 男, 湖北人, 副研究员, 博士(联系人, Tel: + 86_10_62554125; Fax: + 86_10_62561284; E_mail: zhoulj@imech.ac.cn);
李家春(1940—), 男, 研究员, 中科院院士, 博导

布·

大涡模拟方法是一种强有力的湍流研究工具·一方面,大涡模拟保留了大尺度三维瞬时流场信息,进而得到各种统计量,而模式理论仅能获得雷诺平均量等简单统计量·另一方面,大涡模拟对小尺度脉动进行模化,节省了存储空间和 CPU 时间,而直接数值模拟需较大的计算量以模拟耗散尺度的湍流运动,因此,大涡模拟比直接数值模拟有更好的实际工业流动应用前景^[7]·

本文利用大涡模拟方法建立槽道湍流数据库,重点讨论流向和垂向脉动速度的概率分布及其特征·对所获得的湍流数据库进行统计分析,得到流向和垂向脉动速度的概率分布,并运用假设检验,与正态分布进行定量的比较·分析了流向和垂向脉动速度概率分布函数在粘性子层、过渡区和对数律区的特点及其与猝发的下扫和喷发事件的关系·最后,由不同雷诺数的湍流数据库,分析雷诺数对流向和垂向脉动速度偏斜度和平坦度的影响·

1 计算模型和数学方法

自然河道和实验室水槽中的单向流动均可概化为槽道流模型(图 1), x, y, z 分别为流向、展向和垂向坐标,与之对应的速度分量用 u, v, w 表示, δ 为半槽宽·

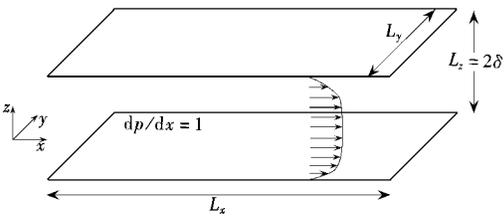


图 1 计算模型示意图

大涡模拟方法将速度矢量 \mathbf{u} 进行滤波,分解为大尺度分量 \mathbf{u} 和小尺度分量 \mathbf{u}' 两部分,即 $\mathbf{u} = \mathbf{u} + \mathbf{u}'$ ·速度矢量 \mathbf{u} 的大尺度分量为:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \int G(\mathbf{r}, \mathbf{x}) \mathbf{u}(\mathbf{r} - \mathbf{x}, t) d\mathbf{r}, \quad (1)$$

这里 \mathbf{x} 为坐标矢量, t 为时间, $G(\mathbf{r}, \mathbf{x})$ 为归一化的滤波函数,通常采用不依赖于坐标的均匀滤波函数 $G(\mathbf{r})$ ·

流动的控制方程为不可压缩流动的连续性方程和 Navier-Stokes 方程·选择摩擦速度 u_* 和半槽宽 δ 为特征速度和特征长度,则大尺度运动的无量纲控制方程为

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \frac{1}{Re\tau} \nabla^2 \mathbf{u} - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad (3)$$

以下,如无特别说明,所有变量均为无量纲量· $Re\tau = u_* \delta / \nu$ 为雷诺数·其中 $\boldsymbol{\tau}$ 的分量形式为 $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - u_i u_j$, 称为残余应力或亚格子应力张量·为了封闭方程(2)、(3),需建立亚格子应力与大尺度运动间的关系,即亚格子模型·

本文采用 Smagorinsky^[8] 涡粘性模型:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2\nu_t S_{ij}, \quad (4)$$

其中,

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 |S|, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad |S| = (2S_{ij} S_{ij})^{1/2}, \quad (5)$$

其中, ν_t 为涡粘性系数, C_s 为 Smagorinsky 系数, Δ 为滤波宽度·对于有固壁的情形,考虑到壁面附近的流动尺度变小,采用 Van Driest 衰减函数对涡粘性系数进行修正^[9],即

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 [1 - \exp(-z^+ / A^+)]^2 |S|, \quad (6)$$

其中 z^+ 为垂向壁面坐标, $C_s = 0.1, A^+ = 25$ ·

在网格划分方面,考虑壁面效应,垂向采用非均匀网格,壁面附近网格加密以充分分辨壁面附近的湍流结构。在槽道下半区,网格点坐标为:

$$z_j = (e^{y\xi_j} - 1)/(e^y - 1), \quad \xi_j = 2j/N_z, \quad (j = 1, 2, \dots, N_z/2), \quad (7)$$

上下半区网格点关于槽道中心对称,其中 N_z 为垂向网格点数, y 为可调参数。垂向上采用交错网格, u 、 v 和 p 位于由公式(7)定义的 w 网格点中间位置。本文算例的主要计算参数如表1所示,满足分辨壁面流动的要求^[10]。

表1 槽道流大涡模拟计算参数

$Re\tau$	180	300	640
计算区域	$2.5\pi\delta \times 1.5\pi\delta \times 2\delta$	$2.5\pi\delta \times 3\pi\delta/4 \times 2\delta$	$1.5\pi\delta \times 0.5\pi\delta \times 2\delta$
$N_x \times N_y \times N_z$	$64 \times 64 \times 64$	$64 \times 64 \times 64$	$64 \times 64 \times 64$
y	2.0	2.5	4.5
Δx^+ (流向网格间距,壁面单位)	22	37	47
z_1^+ (第一层网格点位置,壁面单位)	0.9	1.0	1.0
Δy^+ (展向网格间距,壁面单位)	13	11	15
Δt (时间步长,以 u_τ 和 δ 无量纲化)	0.001	0.001	0.0004

在流向和展向,湍流是均匀的,采用周期边界条件,并使用基于 Fourier 变换的准谱方法。壁面处采用无滑移条件,时间推进采用具有二阶精度的 Adams_Bashforth 格式。

在我们以前的工作中,模型计算结果与 Kim 等人^[4]的直接数值模拟数据进行了对比,并从网格分辨率、算法的收敛性、亚格子应力和亚格子能量占总应力和总能量的比重等方面,充分论证了模型的可靠性(详见文献[10]),本文着重于在此基础上的脉动速度分布特征的研究。

2 脉动速度的分布及其特征

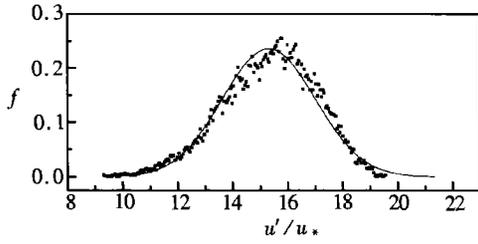
表征随机变量的分布特征常用均值、方差、偏斜度 S 、平坦度(亦称峭度、峰度) F 来描述。偏斜度 S 表示该随机变量概率密度函数 f 的对称性, $S = 0$ 表示概率密度函数 f 关于均值中心对称,均值与密度函数众值重合;若 $S < 0$,则均值在密度函数众值左侧,分布左偏或负偏;若 $S > 0$,则均值在密度函数众值右侧,分布右偏或正偏。平坦度 F 表示概率密度函数 f 的陡峭程度, F 越大,则密度函数 f 越陡峭,随机变量的分布越集中于均值附近; F 越小,则密度函数 f 越平坦,随机变量的分布越分散。对于正态分布, $S = 0$, $F = 3$ 。

下面我们对大涡模拟获得的三维瞬时速度场进行分析,由于对称性,我们仅讨论槽道下半区域的流场特性。众所周知,固壁附近的流动区域可以分为:粘性子层($z^+ < 5$)、对数律区($z^+ > 30$)及介于二者之间的过渡区($5 < z^+ < 30$),不同区域内的流动行为有一定差别。因此,本文将重点讨论不同流动区域内流向、垂向脉动速度分布及其偏斜度、平坦度等特征量的变化,及其与湍流猝发的下扫和喷发事件的联系,并与相应的正态分布进行比较。

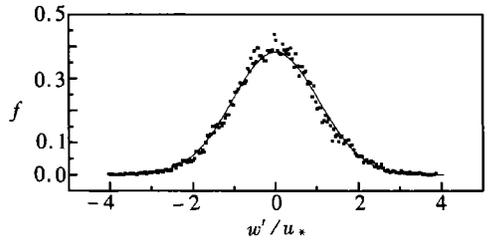
2.1 脉动速度分布

根据瞬时速度信息,可以方便地统计出脉动速度的分布。图2、图3分别为 $Re\tau = 180$ 时,离壁面不同高度处流向和垂向脉动速度分布的概率密度 f ,为便于比较,图中以实线绘出了相应正态分布的概率密度曲线。直观地看,垂向脉动速度分布较流向脉动速度分布更接近于正态分布,离壁面较远的对数律区(图2(a)、图3(a))脉动速度分布较粘性子层(图2(c)、图3(c))更接近于正态分布,而过渡区(图2(b)、图3(b))两者的接近程度介于对数律区和近壁子层之

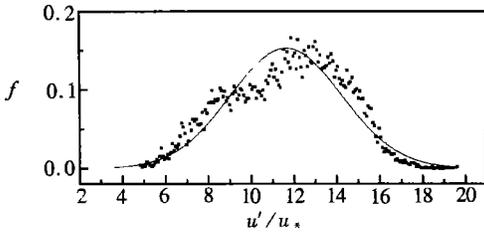
间· 垂向脉动速度分布基本对称, 在壁面附近较正态分布更为陡峭, 而流向脉动速度在粘性子层明显正偏、在对数律区明显负偏·



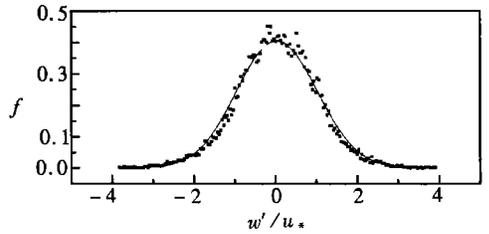
(a) $z^+ = 61$



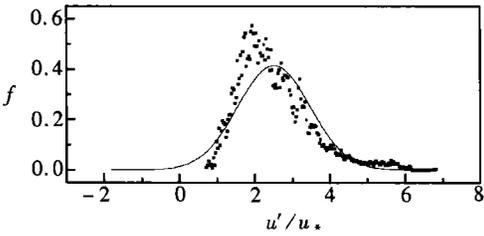
(a) $z^+ = 61$



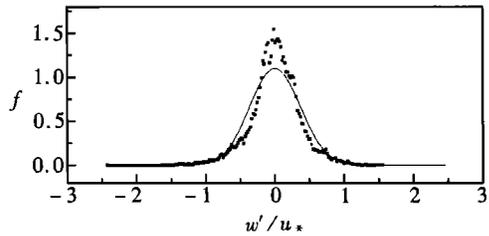
(b) $z^+ = 20$



(b) $z^+ = 20$



(c) $z^+ = 2.8$



(c) $z^+ = 2.8$

图 2 流向脉动速度分布与正态分布的比较
(·: LES 的结果, —: 相应的正态分布)

图 3 垂向脉动速度分布与正态分布的比较
(·: LES 的结果, —: 相应的正态分布)

可以用 χ^2 检验法来衡量随机变量概率分布与正态分布的符合程度· 如果已知随机变量的某一样本, 则可由分段频率统计得到样本的 χ^2 值, 当 $\chi^2 < \chi_{\alpha}^2(k-3)$ 时, 认为在显著性水平 α 下, 随机变量符合正态分布(其期望值和方差由该样本估计), 否则不符合, χ^2 值越大, 偏离该正态分布越远· 这里 k 为进行频率统计时的分段数·

图 4 为 $k \approx 20$ 时, χ_u^2 、 χ_w^2 与位置坐标 z^+ 的关系曲线· 当 $k \approx 20$ 时, $\chi_{0.25}^2(k-3) \approx 20$, 由图可见, $\chi_u^2, \chi_w^2 \gg \chi_{0.25}^2(k-3)$, 即在较高的显著性水平(相应于较低的置信度)下, 流向和垂向脉动速度均不符合正态分布, 脉动速度在离壁面很近的粘性子层内, 偏离正态分布很远, 而离壁面较远的对数律区, 与正态分布的偏离程度相对较小· 比较而言, 流向脉动速度比垂向脉动速度偏离正态分布更多·

2.2 脉动速度分布特征

雷诺数为 180 时, 流向、垂向脉动速度分布的偏斜度、平坦度如图 5、图 6, 两者随垂向位置而变化, 图中还给出了 Kim 等人^[4]采用直接数值模拟方法获得的相应数据, 本文计算的垂向脉动速度的偏斜度与 DNS 结果有一定偏差, 这可能是壁面处网格非均匀性太强所致· 由图 5 可见, 流向和垂向脉动速度的偏斜度均不接近零, 说明流向、垂向脉动速度的分布并不对称· 流

向脉动速度在壁面附近区域 ($z < 0.1$ 或 $z^+ < 15$) 为正偏分布, 其余区域为负偏分布; 垂向脉动速度分布在紧靠壁面 ($z < 0.05$ 或 $z^+ < 10$) 和外区 ($0.2 < z < 1$ 或 $40 < z^+ < 180$) 为正偏, 而在 $0.05 < z < 0.2$ 或 $10 < z^+ < 40$ 的一小区域为负偏。图 6 表明, 外区流向和垂向脉动速度分布的峭度均接近于正态分布, 但壁面附近与正态分布的峭度有较大偏离。从图 5、图 6 综合来看, 流向和垂向脉动速度在任何区域均不符合正态分布, 这与 Brodkey 等人^[3]的研究结果相符。

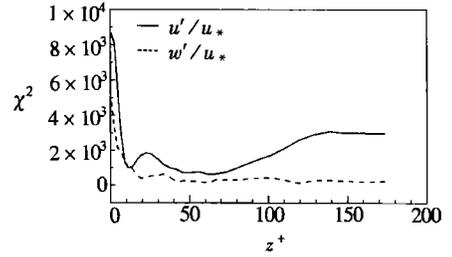


图 4 表征与正态分布偏离程度的 χ^2 值随高度的变化 ($z^+ = 180$ 为槽道中心)

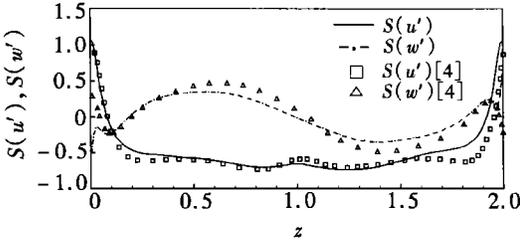


图 5 流向和垂向脉动速度分布的偏斜度随高度的变化 ($Re\tau = 180$)

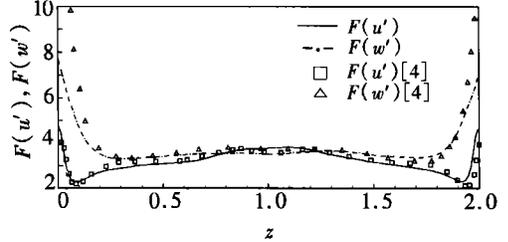


图 6 流向和垂向脉动速度分布的平坦度随高度的变化 ($Re\tau = 180$)

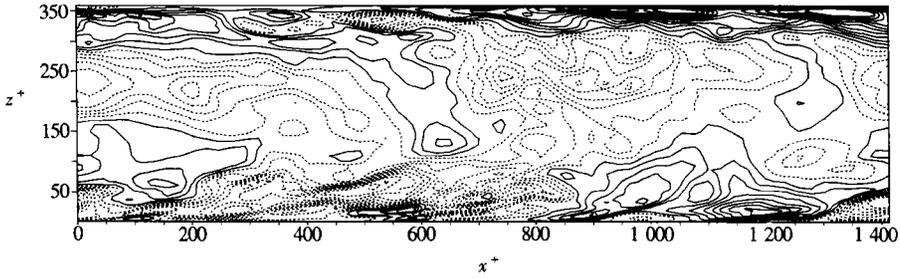
形成这种非正态分布的原因应与壁面处的湍流相干结构有关。图 7a、b 所示的流向和垂向脉动速度在 xz 平面上的等值线分布揭示了这种相干结构的特征, 图 7a 中壁面附近存在相间分布的高速和低速区, 它们分别对应于图 7b 中的扫掠和抬升运动, 此即壁面附近的高速流扫掠和低速流喷发事件, 这种扫掠和喷发事件具有方向性, 对不同方向的脉动速度必然产生一定的影响, 从而导致相应的脉动速度分布的非正态性。

流向脉动速度在壁面附近为正偏分布, 主要受高速流体向壁面扫掠事件的影响, 而低速流体由壁面顺流向外的喷发事件则导致流向脉动速度在外区为负偏分布。对于垂向脉动速度, 在紧靠壁面附近 ($z < 0.05$), 受壁面边界的限制, 向上的脉动为主, 分布正偏; 在 $0.05 < z < 0.2$ 区域内, 扫掠事件影响显著, 从而导致负偏的垂向脉动分布; 当 $0.2 < z < 1$ 时, 脉动主要受控于喷发事件, 因而垂向脉动速度正偏。从平坦度的变化来看, 紧靠壁面附近脉动速度的分布较正态分布陡峭, 即分布相对集中于均值附近, 这是脉动受壁面制约之故。

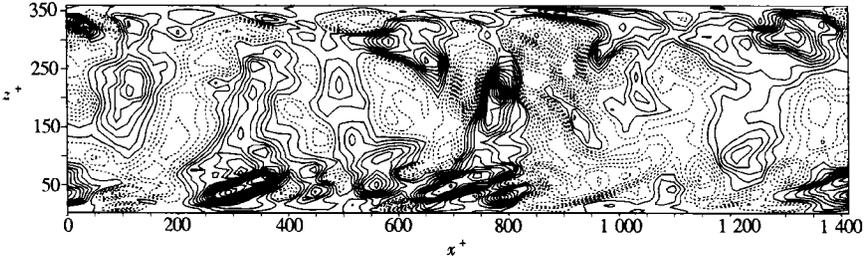
2.3 雷诺数的影响

为考察雷诺数对脉动速度分布的影响, 我们计算了雷诺数分别为 180、300 和 640 三种情况。由于粘性子层和过渡区随雷诺数增大愈来愈薄, 本文通过调整网格加密系数提高壁面附近的分辨率, 以充分分辨壁面附近的流动结构, 粘性子层内至少划分有 3 个格点, 且离开壁面的第 1 层网格点位于 $z^+ \leq 1.0$, 如表 1 所列。

对雷诺数分别为 180、300、640 三种情况的湍流数据库进行分析, 获得了流向和垂向脉动速度偏斜度、平坦度在垂向上的变化, 如图 8 所示。总体上讲, 流向和垂向脉动速度的偏斜度和平坦度随雷诺数变化的趋势较明显, 即偏斜度和平坦度随雷诺数增大分别愈来愈接近于 0 和 3, 说明脉动速度随雷诺数增大越来越接近于正态分布, 雷诺数的影响在近壁附近尤为明显。其原因主要有两点: 首先, 雷诺数越大, 粘性子层和过渡区越薄, 对数律区越大, 因而近壁附近部分区域由较小雷诺数时的粘性子层或过渡区转变为较大雷诺数时的过渡区或对数律区, 脉动

图7a $x-z$ 平面上流向脉动速度 u' 的等值线

(实线为正值, 表示高速流体的运动; 虚线为负值, 表示低速流体的运动)

图7b $x-z$ 平面上垂向脉动速度 w' 的等值线

(实线为正值, 表示流体的抬升运动; 虚线为负值, 表示流体的扫掠运动)

速度的分布特性必然产生相应的改变; 其次, 随雷诺数增大, 对数律区的流体脉动愈来愈趋向各向同性, 因而脉动速度分布越来越接近于正态分布。

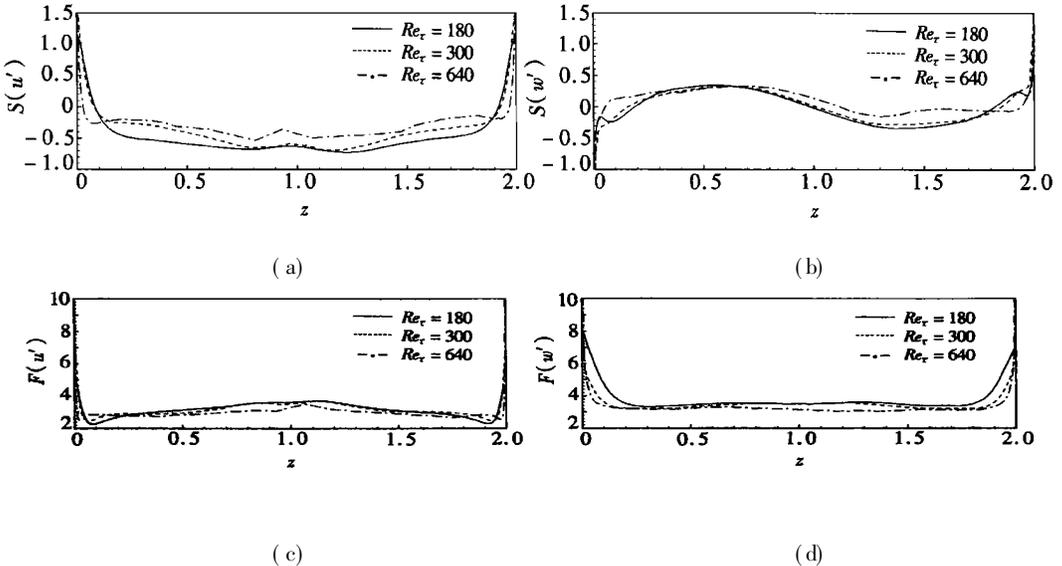


图8 雷诺数对流向和垂向脉动速度偏斜度、平坦度的影响

3 结 论

本文在采用大涡模拟方法获得槽道流湍流数据库的基础上, 详细分析了槽道流流向和垂向脉动速度的分布特征, 并与正态分布进行了定量的比较。

流向和垂向脉动速度均不服从正态分布, 它们与正态分布的偏离程度依离开壁面的距离

而变化,越靠近壁面,偏离正态分布越远。

流向和垂向脉动速度的分布特征与壁面附近湍流猝发的扫掠和喷发事件有关。外区速度脉动主要受低速流体喷发事件的影响,因而流向脉动速度分布负偏;垂向脉动速度分布正偏。而在壁面附近区域,速度脉动主要受制于高速流体扫掠运动,因而流向脉动速度分布正偏;垂向脉动速度分布负偏。但在紧靠壁面处,向壁脉动受到抑制,垂向脉动速度分布正偏。

雷诺数对脉动速度分布影响明显,尤其是在壁面附近区域。其影响主要表现在两个方面,其一,雷诺数越大,粘性子层和过渡区越薄,对数律区越大,近壁附近部分区域由较小雷诺数时的粘性子层或过渡区转变为较大雷诺数时的过渡区或对数律区,从而导致脉动速度分布特性的改变;其二,雷诺数越大,对数律区的速度脉动愈来愈趋向各向同性,因而脉动速度分布越来越接近于正态分布。

[参 考 文 献]

- [1] Sechet P, Guennee B, Le. The role of near wall turbulent structures on sediment transport[J]. *Wat Res*, 1999, **33**(17): 3646—3656.
- [2] Nino Y, Garcia M H. Experiments on particle_turbulence interactions in the near_wall region of an open channel flow: implications for sediment transport [J]. *J Fluid Mech*, 1996, **326**: 285—319.
- [3] Brodkey R S, Wallace J M, Eckelmann H. Some properties of truncated turbulence signals in bounded shear flows[J]. *J Fluid Mech*, 1974, **63**: 209—224.
- [4] Kim J, Moin P, Moser R D. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number[J]. *J Fluid Mech*, 1987, **177**: 133—166.
- [5] Moin P, Kim J. Numerical investigation of turbulent channel flow[J]. *J Fluid Mech*, 1982, **118**: 341—377.
- [6] 钱宁, 万兆惠. 泥沙运动力学[M]. 北京: 科学出版社, 1986.
- [7] LI Jia_chun. Large eddy simulation of complex turbulent flows: physical aspects and research trends [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2001, **17**(4): 289—301.
- [8] Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations—I the basic experiment[J]. *Mon Weather Rev*, 1963, **91**: 99—164.
- [9] Pope S B. *Turbulent Flows* [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000.
- [10] 张强, 周济福, 李家春. 基于槽道流 LES 数据库的湍流猝发检测研究[J]. *中国科学, G 辑*, 2005, **35**(3): 292—307.

Probability Distribution Function of Near-Wall Turbulent Velocity Fluctuations

ZHOU Ji_fu, ZHANG Qiang, LI Jia_chun

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences,
Beijing 100080, P. R. China)

Abstract: By large eddy simulation (LES), turbulent databases of channel flows at different Reynolds numbers were established. Then, the probability distribution functions of the streamwise and wall-normal velocity fluctuations were obtained and compared with the corresponding normal distributions. By hypothesis test, the deviation from the normal distribution was analyzed quantitatively. The skewness and flatness factors were also calculated. And the variations of these two factors in the viscous sub-layer, buffer layer and log-law layer were discussed. Still illustrated were the relations between the probability distribution functions and the burst events—sweep of high-speed fluids and ejection of low-speed fluids—in the viscous sub-layer, buffer layer and log-law layer. Finally the variations of the probability distribution functions with Reynolds number were examined.

Key words: near-wall turbulence; large eddy simulation; velocity fluctuation; probability distribution function; skewness; flatness