

文章编号: 1000_0887(2005) 08_0937_08

生物芯片无阀压电微流体泵流场数值研究^{*}

张永立, 吴健康

(华中科技大学 力学系, 武汉 430074)

(戴世强推荐)

摘要: 采用浅水波模型把浅薄形微泵的三维流动近似为二维厚度平均流动, 并采用有限元/压强修正法求解水平流场和计算微泵流量。数值结果表明: 1) 在微泵扩散管的过流截面上流速有时间相位差和回流现象; 2) 微泵在吸流末期泵腔出现对称旋涡; 3) 微流体泵的定向净流量来自于 Navier-Stokes 方程的非线性。还给出微泵流量与扩散管长宽比、厚宽比、液体粘度和进出口反压差的定量关系。通过参数优化可以使微泵得到尽可能大的流量。

关键词: 微流体泵; 扩散管; 有限元

中图分类号: O368 文献标识码: A

引 言

微流体泵是生物芯片最重要的液体驱动器之一。无阀压电微流体泵具有易加工、运行可靠、寿命长、成本低的优点。压电片在交变电场作用下做周期性振动, 使泵腔产生周期性压强。压强驱动液体通过扩散管交替排出和吸入。由于扩散管对不同方向的流动具有不同的能量变化规律和阻力大小。在 1 个周期里排出和吸入的液体流量不同, 使得微流体泵具有定向驱流的功能。争取最大的定向流量是微流体泵优化设计的目标之一。文献[1, 2]对无阀微流体泵进行了数值仿真和试验研究, 指出对小张角的扩散管, 扩散方向流量大于收缩方向流量, 因此产生定向净流量。文献[3, 4]对微扩散管和泵的定常流动进行了数值分析和实验测量, 其中采用的微扩散管局部阻力系数是常规管道经验性的, 这并不适合微流体泵的周期流动。文献[5~ 7]做微泵动态分析, 考虑压强随时间变化, 但没有考虑压强在泵腔内不同位置的差别和流动特征(如, 相位差, 回流等流动现象)。实验研究[8~ 10]得到了微泵流量的一些关系曲线, 但没有微泵流场或压力场分布的测量数据。目前微尺度流动测量还有很多困难。鉴于此, 本文目的是利用数值法, 深入探讨微流体泵内部周期性流动特征和定向流量规律。一般的微流体泵直径比厚度大很多(如薄圆柱形泵腔)。三维流动可以通过厚度积分平均简化为二维的流动问题, 同时保留流动在水平方向的基本特征(相位差, 流动分离, 回流现象以及流量大小)。压电膜振动类似于自由水面造波机。基于这样的出发点, 我们采用浅水波模型对微泵流动进

* 收稿日期: 2004_05_21; 修订日期: 2005_03_22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10472036)

作者简介: 张永立(1980—), 男, 河南人, 硕士;

吴健康(1946—), 教授, 博士(联系人, Tel: + 86_27_87543338; E_mail: wujkang@mail.hust.edu.cn)。

行厚度平均近似, 并采用有限元/压强修正法求解微泵流场和研究微泵流量变化规律。数值研究在微泵流动现象的定性研究方面有重要意义。

1 压电微流体泵流场的浅水波模型

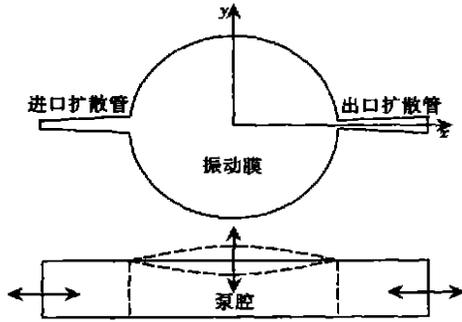


图1 压电微流体泵结构示意图

压电微流体泵几何结构如图1所示。

目前流体全分析系统中的无阀微流体泵腔体直径为几毫米左右, 泵腔厚度和扩散管宽度大约为几十微米, 压电硅膜的振幅一般为 $1 \mu\text{m}$ 的量级, 扩散管张角范围大多为 $5^\circ \sim 20^\circ$, 硅膜振动频率大约在 $100 \sim 1000 \text{ Hz}$ 之间。微泵流量大约在 $10 \sim 100 \mu\text{L}/\text{min}$ 的范围。泵腔最大流动速度为 0.1 m/s 的量级。流动雷诺数为 $10 \sim 100$ 的量级, 一般流动为层流。根据微流体泵的几何尺度和流动特点, 做如下的假设:

1. 微泵泵腔的厚度直径比很小, 一般为 $h/\phi \sim 0.01$ 量级。在厚度比水平流动尺度小很多的情况下, 泵腔三维流动允许通过厚度积分平均简化为二维的流动问题。

2. 压电硅膜的振幅比泵的厚度小很多, 一般为 $a/h \sim 0.01$ 量级, 所以, 泵腔流体实际厚度可以用泵腔几何厚度代替。

3. 泵腔流动为小雷诺数的层流。

一个物理量 $f(x, y, z, t)$ 的厚度平均量定义为:

$$f(x, y, t) = \frac{1}{h} \int_0^h f(x, y, z, t) dz, \quad (1)$$

微流体泵厚度 h 为一常数, 厚度平均的微泵流动连续方程为:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot (h\mathbf{V}) = 0, \quad (2)$$

其中, $\zeta(x, y, t)$ 是压电振动膜的位移函数, 相当于自由面波动。 $\mathbf{V} = (u, v, w)$ 是厚度平均的水平速度矢量。方程(2)就是浅水波的连续方程。

粘性不可压缩流体在水平 x 方向动量方程为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right). \quad (3)$$

对微流体泵, 体积力一般不考虑。方程(3)的厚度 z 方向积分平均方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{h} \int_0^h \left(\frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} \right) dz + \frac{1}{h} [uw]_0^h = \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\nu}{h} \left[\frac{\partial u}{\partial z} \right]_0^h \end{aligned} \quad (4)$$

粘性流体在泵腔上下表面的无滑移条件使得方程(4)左边第3项为零。水平速度在厚度方向的变化与两平板之间流体周期层流流动^[11]相似。所以局部水平速度沿厚度的变化可以近似为:

$$u(x, y, z, t) = u(x, y, t) G(z, t), \quad v(x, y, z, t) = v(x, y, t) G(z, t), \quad (5)$$

这里

$$G(z, t) = \frac{f(z, t)}{f(t)}, \tag{6}$$

$$f(z, t) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{i\rho\omega} \left[1 - \frac{\cosh(\lambda(z - h/2))}{\cosh(\lambda h/2)} \right] e^{i\omega t} \right\}, \tag{7}$$

其中, $\lambda = \sqrt{i\omega/\nu}$, 当 $\varepsilon = h\sqrt{\omega/\nu} \ll 1$, 方程(6)简化为抛物线分布^[11],

$$G(z) = \frac{-6}{h^2}(z^2 - hz). \tag{8}$$

实际上, 当 $\varepsilon = h\sqrt{\omega/\nu} \sim O(1)$, 方程(8)仍然很好逼近方程(6), 如图2所示. 方程(4)右边最后一项简化为:

$$\frac{\nu}{h} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_0^h = \alpha u, \quad \alpha = \frac{\nu}{h} \left[\frac{\partial G(z, t)}{\partial z} \right]_0^h; \tag{9}$$

方程(4)左边非线性项变为:

$$\frac{1}{h} \int_0^h \left(\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial x} \right) dz = \beta \left(\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} \right), \quad \beta = \frac{1}{h} \int_0^h G^2(z, t) dz, \tag{10}$$

其中的系数 α, β 可以采用数值法计算, 与时间有关. 把(9)、(10)式代入(4)式得到厚度平均的水平动量方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \beta \left(\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \alpha u. \tag{11}$$

同理, 在水平 y 方向有,

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \beta \left(\frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \alpha v. \tag{12}$$

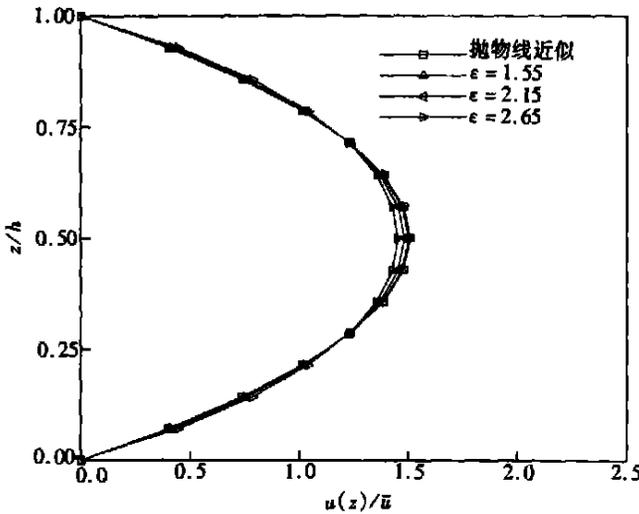


图2 微流体泵水平速度在厚度方向的近似分布

为了书写方便, 省略字母顶上的符号“-”. 如无特别说明, 以下方程均表示厚度平均方程. 利用连续方程(2), 动量方程(11)、(12)的矢量形式为:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \beta \left[(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} - \frac{\mathbf{V}}{h} \frac{\partial \xi}{\partial t} \right] = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{V} + \alpha \mathbf{V}. \tag{13}$$

方程(2)、(13)就是微流体泵厚度平均的二维流动微分方程组.

2 微流体泵流动的有限元/压强修正解法

对方程(13)进行时间差分。在每一个时间步长 Δt 里分两步求解。第一步显式法解动量方程(13),得到1个中间速度解

$$\frac{\mathbf{V}^{n+1} - \mathbf{V}^n}{\Delta t} = f(\mathbf{V}^n, p^n), \quad (14)$$

其中 $f(\mathbf{V}^n, p^n) = -\beta(\mathbf{V}^n \cdot \nabla) \mathbf{V}^n + \beta \frac{\mathbf{V}^n}{h} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)^n - \frac{1}{\rho} \nabla p^n + \nu \nabla^2 \mathbf{V}^n + \alpha \mathbf{V}^n$, (15)

这中间速度解 \mathbf{V}^{n+1} 尚未满足连续方程。第二步根据连续方程(2)对压强进行修正:

$$\frac{\mathbf{V}^{n+1} - \mathbf{V}^{n+1}}{\Delta t} = f(0, \delta p), \quad (16)$$

这里 $f(0, \delta p) = -\frac{1}{\rho} \nabla(\delta p)$. (17)

在本文中,所有上标 $n, n+1$ 均表示不同时间层次的解。

对方程(16)取散度,并利用连续方程(2),得到压强修正方程:

$$\nabla^2(\delta p) = \frac{\rho}{\Delta t} \left[\frac{1}{h} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{V}^{n+1} \right], \quad (18)$$

在泵腔壁面, $\partial(\delta p)/\partial n = 0$, 在泵腔的进出口处, $\delta p = 0$, 在解出压强修正量后,可以计算新时层的解

$$p^{n+1} = p^n + \delta p, \quad (19)$$

$$\mathbf{V}^{n+1} = \mathbf{V}^n - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla(\delta p). \quad (20)$$

初始条件一般取零流场和零压力场,计算进行直到取得稳定的周期解为止。本文采用有限元法解动量方程和压强修正方程,求解过程省略。有限元网格必须局部加密,见算例详细说明。

3 数值算例

生物芯片微流体泵典型几何数据和液体性质数据给出如下:泵腔直径 $\phi = 4\,000\ \mu\text{m}$, 厚度 $h = 100\ \mu\text{m}$, 出口处扩散管宽 $B = 100\ \mu\text{m}$, 长 $L = 1\,500\ \mu\text{m}$, 扩散角 $\theta = 10^\circ$ 。压电膜振幅 $a = 0.5\ \mu\text{m}$, 频率 $\omega = 1\,500\ \text{Hz}$, 液体密度 $\rho = 1\,000\ \text{kg/m}^3$, 运动粘度 $\nu = 2.0 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$, 圆形的压电膜振型^[5]为:

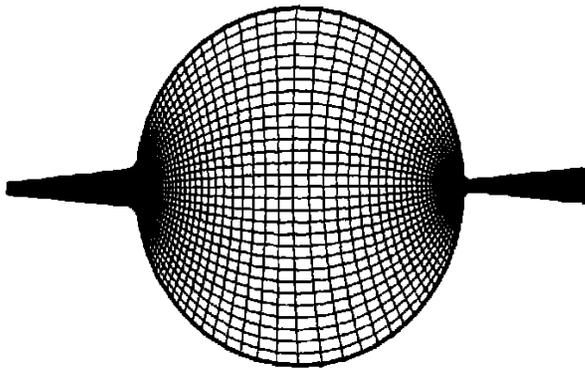


图3 微流体泵平面有限元网格图

$$\zeta(r) = \zeta_c \left[\frac{2r^2}{R^2} \ln \frac{r}{R} + \frac{R^2 - r^2}{R^2} \right], \quad (21)$$

这里, ζ_c 为圆形压电膜中心处振幅, R 是压电膜半径。有限元网格图表示在图 3 中。总共 6 000 个结构化的四边形单元和 6 231 个结点。在泵腔和扩散管连接处速度、压强变化剧烈, 网格密集。计算以零流速开始, 进行到稳定的周期解为止。在上半个周期, 振动膜向下运动, 泵腔压强增加, 向外排流。泵腔压强表示在图 4 中。泵腔中央和固壁处压强最大, 大小差不多。在进出口附近压强急剧下降, 压强分布呈马鞍形状。微泵压强沿对称轴方向从进口到出口的变化规律表示在图 5 中, 可以看出在微泵进出口处压强损失最大。在这个位置附近流体过流截面突然收缩, 速度快速增加, 方向剧烈改变。在下半个周期, 振动膜向上运动, 泵腔压强降低, 向内吸流, 压强变化规律与上半周期类似。

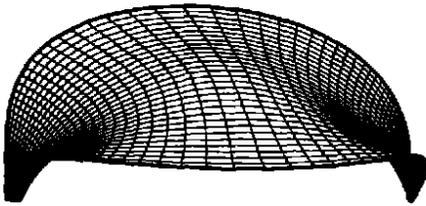
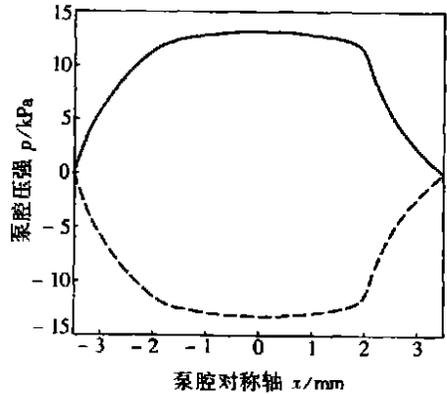


图 4 振动膜在平衡位置向下运动时的泵腔压强分布



(— 振动膜在平衡位置向下运动时, 向外排流的压强;
--- 振动膜在平衡位置向上运动时, 向内吸流的压强)

图 5 微流体泵压强沿对称轴的变化规律

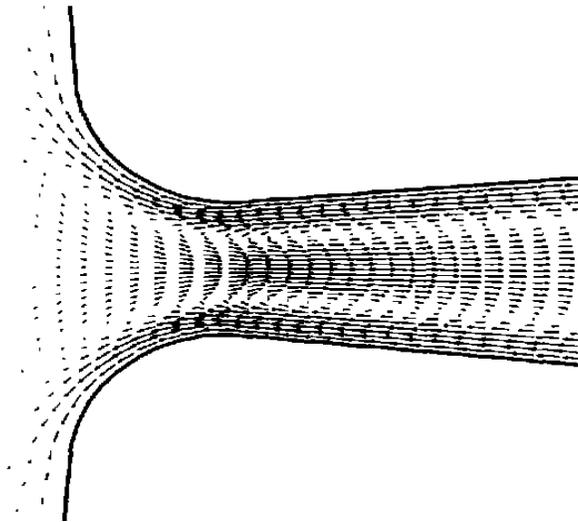


图 6 微泵泵腔与扩散管连接处的流场矢量图
(振动膜向下运动到最大位置时刻)

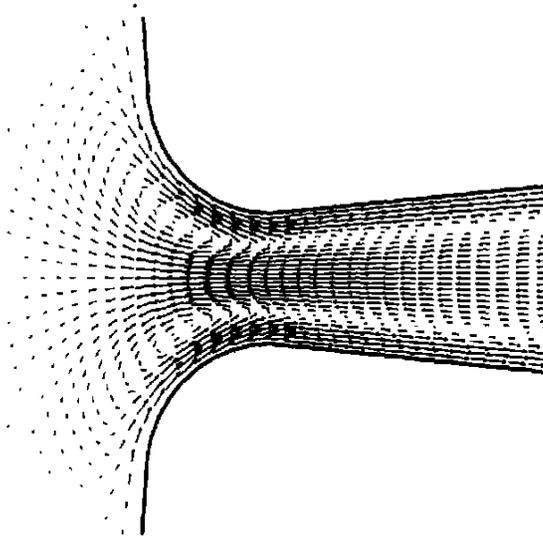


图7 微泵泵腔与扩散管连接处的流场矢量图
(振动膜向上运动到最大位置时刻)

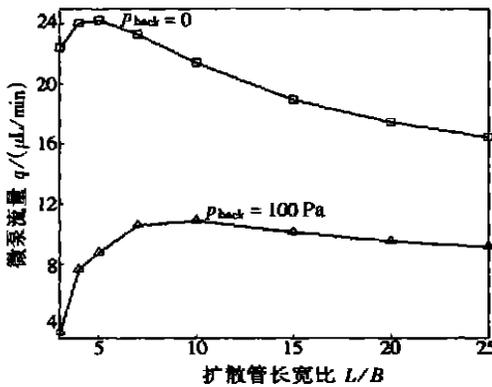


图8 微流体泵流量随扩散管长宽比的变化规律

微泵泵腔中央流动速度一般很小,进出口附近的流动速度大,而且变化激烈,对微泵整体性能起重要作用。在1个周期内,出口扩散管附近流动速度矢量的表示在图6~图7中。

在振动膜在平衡位置向下运动时,微泵向外排流流量最大。振动膜向下运动到最大位移时,微泵排流过程结束,流量为零,但扩散管的速度不为零。这时看到横截面的流速有明显相位差和回流现象,如图6所示。在振动膜向上运动到平衡位置时,微泵向内吸流流量最大。振动膜向上运动到最大位移时,微泵吸流过程结束,流量为零,扩散管的速度仍不为零。横截面的流速有明显相位差和回流。在泵腔和扩散管连接处有两个对称

涡旋,如图7所示。同时注意到涡旋并不是出现在吸流或排流速度最大的时刻,而是在泵腔吸流过程结束时出现。这与定常流动出现的涡旋不一样。

4 扩散管长宽比,厚宽比对微泵流量的影响

固定微泵的结构几何数据,让扩散管的长度可变,经过计算得出微泵流量随扩散管长宽比的变化规律,如图8所示。可以看出扩散管长宽比有一个最佳值范围。在微泵进出口反压 $p_{\text{back}} = 0$ 零时,本文算例表明,最佳长宽比 $L/B = 5$ 左右。反压 $p_{\text{back}} = 100$ Pa 时,最佳长宽比 $L/B = 10$ 左右。扩散管太短,上半周期排流和下半周期吸流流量差别不大,定向流量小。扩散管太长,微泵流动能量损失太大,流量下降。文献[10]的研究指出,对于微流体泵,存在使流量最大的长宽比范围,大约在10~20之间,与本文结果一致。

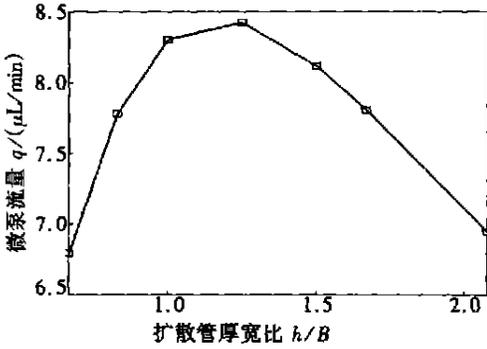


图9 微流体泵流量随扩散管厚宽比的变化规律

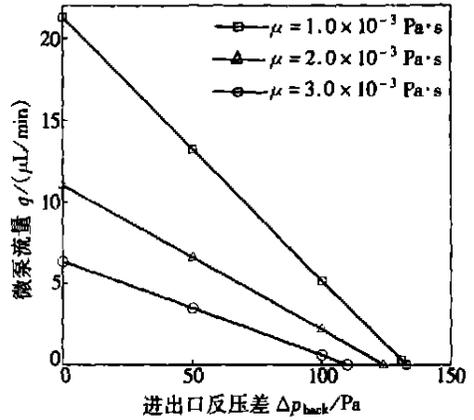


图10 微泵流量随液体动力粘度 μ 和反压差 Δp_{back} 的变化

微泵流量随厚宽比的变化规律,表示在图9中。发现最大流量的厚宽比 h/B 范围大约在1.25左右。文献[10]对3种厚宽比的微泵进行了测量,测量结果是:厚宽比为1时,流量最大,与本文的结果大体一致。分析原因,如果微泵太薄,上下表面的水平粘性阻力太大,没能较好的体现流体沿扩散管正反向流动的差异,微泵流量下降。随着微泵厚度增加,泵腔压强快速下降,流体流动速度迅速降低,排流和吸流力量不足,流量下降。

5 液体动力粘度 μ 和进出口反压差对流量的影响

取液体动力粘度 μ 分别为 $1.0 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $2.0 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $3.0 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, 计算的流量表示在图10中,在微泵其它条件相同的情况下,可以看出动力粘度大的液体流量小。而且流量随反压差直线下降。这与文献[3]、[8]、[10]的研究结果一致。

6 结 论

本文采用浅水波模型对压电微流体泵周期性流动进行厚度平均近似和有限元计算,合理地描述微泵内部流动的基本特征,并与已有的研究结果定性一致。可以得出以下初步结论:

- 1) 微流体泵周期流动的定向流量,主要来源于扩散管不同流动方向流体动能变化差异,体现在 Navier-Stokes 方程的非线性项。
- 2) 微泵在排流和吸流过程接近结束时,扩散管过流截面速度出现明显的相位差和回流现象。泵腔出口附近有涡旋,压强急剧下降,能量耗散集中。
- 3) 对无阀微流量泵,存在一个使流量最大的扩散管长宽比和厚宽比范围。
- 4) 随液体粘性系数和进出口反压差增大,微泵流量减小。

[参 考 文 献]

- [1] 谢海波,陈远玲. 微型无阀泵数值仿真与参数设计[J]. 流体机械, 2000, 30(1): 11-14.
- [2] 谢海波,陈远玲. 微型无阀泵的流动特征仿真与实验研究[J]. 机械工程学报, 2002, 38(7): 54-57.
- [3] Anders Olsson, G-ran Stemme, Erik Stemme. Numerical and experimental studies of flat-walled diffuser elements for valveless micropumps[J]. Sensors and Actuators, A, 2000, 84: 165-175.
- [4] Jiang X N, Zhou Z Y, Huang X Y, et al. Micronozzle/ diffuser flow and its application in valveless

- pumps[J]. *Sensors and Actuators, A*, 1998, **70**: 81—87.
- [5] Amos Ullmann, Ilan Fono, Yehuda Taitel. A piezoelectric valveless pump dynamic model[J]. *Journal of Fluids Engineering*, 2001, **123**: 92—98.
- [6] Amos Ullmann, Ilan Fono. The piezoelectric valveless pump improved dynamic model[J]. *Journal of Microelectromechanical System*, 2002, **11**(6): 655—664.
- [7] Amos Ullmann. The piezoelectric valveless pump performance enhancement analysis[J]. *Sensors and Actuators, A*, 1998, **69**: 97—100.
- [8] Anders Olsson, G-ran Stemme, Erik Stemme. A valveless planar fluid pump with two pump chambers[J]. *Sensors and Actuators, A*, 1995, **47**: 549—556.
- [9] Anders Olsson, G-ran Stemme, Erik Stemme. A numerical design study of valveless diffuser pump using a lumped mass model[J]. *J Micromech Microeng*, 1999, **9**: 34—44.
- [10] Anders Olsson, Peter Enoksson, G-ran Stemme, et al. Micromachined flat-walled valveless diffuser pumps[J]. *Journal of Microelectromechanical System*, 1997, **6**(2): 161—166.
- [11] 王平, 韩振兴, 张远君, 等. 流体力学大全[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1991.

Numerical Study of Periodical Flows of Piezoelectric Valveless Micropump for Biochips

ZHANG Yong li, WU Jian kang

(Mechanics Department, Huazhong University of Science and Technology,
Wuhan 430074, P. R. China)

Abstract: Shallow water model was employed to approximate the three-dimensional flows of a thin micropump to a two-dimensional thickness-averaged flows. The finite element method and pressure correction algorithm were used to solve the two-dimensional flows of the pump and calculate the pump flow rate. The numerical results indicate that 1) Phase differences in time of flow velocities and backflows occur across section of diffuser connecting to pump chamber; 2) A pair of symmetric vortices appears inside the pump chamber by the end of suction flow phase; 3) The directional flow rate of the pump is dominated by nonlinearity of Navier-Stokes equations. Quantitative relations of the pump flow rate versus the ratio of diffuser length to width, the ratio of diffuser thickness to width, fluid viscosity and backpressure were also given. Possibly maximal flow rate can be achieved by optimizing the pump parameters.

Key words: micro pump; diffuser; finite element method