

文章编号: 1000_0887(2005) 05_0561_08

一个刚柔耦合的火箭发射架动力学模型^{*}

章定国¹, 肖建强²

(1. 南京理工大学 理学院, 南京 210094;

2. 南京工程学院 土木系, 南京 211100)

(傅衣铭推荐)

摘要: 对刚柔耦合火箭发射架进行了动力学建模。将火箭发射架分成两个子系统, 一个是多刚体系统, 另一个是空间大位移运动的柔性发射管。先对这两个子系统的动力学分别建模, 然后再考虑这两个系统之间的动力学耦合, 从而获得整个系统的动力学模型。这种方法把复杂系统离散成简单系统, 再由现存的简单系统的动力学模型组合成整个系统的动力学模型, 使得整个建模过程高效、方便。

关键词: 刚柔耦合系统; 火箭发射架; 动力学建模

中图分类号: O313.7 **文献标识码:** A

引 言

火箭发射系统是一个典型的刚柔耦合动力学系统。一般地, 典型的火箭发射系统由发射架(包括车体、回转体、俯仰体、发射管)和火箭弹组成, 如图 1 所示。

在不考虑弹管间隙情况下, 发射架和火箭弹可以看作一个多体系统来处理, 否则就处理成两个系统, 这时需要具体描述弹、管之间的界面接触情形。从发射动力学观点来看, 在模拟本系统的动力学特性时, 主要问题集中在发射管(或火箭弹)的刚性或柔性的处理, 仿真计算时弹、管界面不同接触情形的判断和切换, 以及发射过程中对系统中存在的变结构问题的处理等 3 个主要研究难点和热点。文献[1]较早处理了弹、管柔性效应和弹、管之间的界面接触问题。具体地是将发射管和火箭弹看作柔性梁, 界面接触是

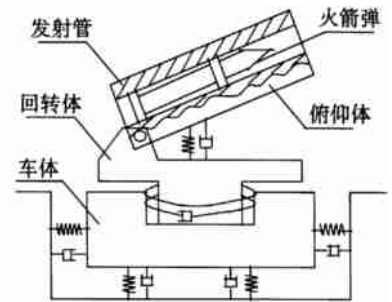


图 1 火箭发射系统的多体模型

将定心部看作双向弹簧, 考虑弹管间隙, 所存在的不足是发射管只是一个固定在惯性空间的弹性筒支梁, 即发射管不存在大位移运动, 这和真实情况不符。文献[2]考虑弹管间隙, 将火箭弹相对发射管运动分为火箭弹自由悬空、火箭弹与发射管碰撞、火箭弹与发射管相接触受约束滑行等 3 种情形, 并且实现了仿真计算过程中的弹管界面不同约束之间的相互切换。文献[3]和

* 收稿日期: 2003_10_11; 修订日期: 2005_01_25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19702006); 国家留学回国人员科研启动基金资助项目

作者简介: 章定国(1967—), 男, 浙江嘉善人, 副教授, 博士(联系人, Tel: + 86_25_84315639; E_mail: zhangdg419@163.com)。

文献[4]则从理论上解决了发射过程中的变结构问题。因此,在上述提到的3个主要问题中,后两者已经得到有效解决。对于前述的第一个问题,主要是如何处理发射管柔性效应。发射架的多刚体模型将发射管视为刚体,从而将其归并到俯仰体中,彻底忽略其柔性效应。在如何处理发射管柔性效应的模型中,目前存在的主要有两种动力学模型,一种是如文献[1]所作,只考虑发射管本身柔性,不考虑发射管大位移运动对柔性变形运动带来的影响,这是结构动力学模型;另一种是只考虑刚性大位移运动对柔性发射管的弹性变形运动的影响,不考虑弹性变形运动对刚性大位移运动影响的 KED(Kineto_Elasto Dynamic Analysis Method) 模型,这种模型比结构动力学模型前进了一步,但对于火箭发射架这种刚柔耦合系统来讲,仍然是一种不精确甚至是完全错误的模型。因此,当考虑发射管为柔性时,发射架的动力学模型必须取刚柔耦合动力学模型,既考虑刚性大位移运动对变形运动的影响,又考虑变形运动对刚性大位移运动的影响。这两种运动是相互耦合、相互作用,是双向的,而不是单向的。然而刚柔耦合动力学模型在火箭发射架动力学的研究中尚鲜为被采用。本文研究了发射管为柔性梁时发射架的刚柔耦合动力学问题,推导了这个系统的刚柔耦合动力学方程,并给出求解过程。本文提供的建模方法的特点是可以充分利用现有动力学模型的现存结论,从而使得整个建模过程高效、简捷。

1 刚柔耦合多体发射架动力学建模

本文采用子系统分别建模,然后再将子系统合并的策略来进行整个系统动力学建模。具体做法是将火箭发射架分为两个子系统,子系统 I 是由车体、回转体和俯仰体组成的多刚体系统,子系统 II 由柔性发射管组成,两子系统通过某种连接方式相互耦合,通常柔性发射管以悬臂或两端简支方式与俯仰体连结。

1.1 子系统 I 动力学方程

对于子系统 I 这个多刚体系统,其运动学和动力学问题已经解决,有成熟的理论^[5]和计算机通用程序^[2]直接应用,其动力学方程为

$$A\ddot{q}_r = B, \quad (1)$$

其中 q_r 是子系统 I 的广义坐标列阵,高度为 N_r , A 是 $N_r \times N_r$ 阶广义质量阵, B 是 $N_r \times 1$ 阶广义力阵, A 、 B 的表达式为^[5]

$$A = \alpha^T \cdot m \cdot \alpha + \beta^T \cdot J \cdot \beta, \quad (2)$$

$$B = \alpha^T \cdot (F^g - m\mu) + \beta^T \cdot (M^g - J \cdot \sigma - \eta) + k \cdot F^a + p \cdot M^a + \gamma \cdot F^e, \quad (3)$$

公式(3)中的 F^g 和 M^g 分别是系统所受的外力主矢和对刚体质心外力主矩所排成的列阵。

$$F^g = (F_1^g, F_2^g, F_3^g)^T, \quad M^g = (M_1^g, M_2^g, M_3^g)^T, \quad (4a, b)$$

其它符号的意义可参阅文献[5]。在本文提出的建模过程中, F_3^g 和 M_3^g 中包含有柔性发射管对俯仰体的作用力 V' 和作用力矩 M' , 体现柔性发射管(子系统 II)对子系统 I 的影响。

1.2 子系统 II 动力学方程

在柔性发射管上建立坐标系 O_{xyz} , 其中 x 轴沿未变形时发射管的轴线, y 轴和 z 轴在垂直于 x 轴平面内。该坐标系既用来描述柔性发射管的整体刚性运动,也被作为参考系用来描述发射管的相对变形运动。对柔性发射管采用 Euler-Bernoulli 梁模型,忽略发射管轴向变形,考虑发射管横向二维变形,采用模态展开法描述发射管的变形,

$$u_y(x, t) = \sum_{i=1}^{N_f} \phi_i(x) q_{fyi}(t), \quad u_z(x, t) = \sum_{i=1}^{N_f} \phi_i(x) q_{fzi}(t), \quad (5a, b)$$

其中 $u_y(x, t)$ 和 $u_z(x, t)$ 分别是发射管在 x 处的变形 $u(x, t)$ 在 y, z 方向的投影, $\phi_i(x)$ 是发射管第 i 个模态, $q_{fyi}(t), q_{fzi}(t)$ 是模态坐标, N_f 是模态截断数. 由文献[2]得柔性发射管相对变形动力学方程为

$$\begin{cases} C_{1i} \ddot{q}_{fyi} + C_{2i} q_{fyi} - C_{3i} \dot{q}_{fzi} = Q_{yi}, \\ C_{1i} \ddot{q}_{fzi} + C_{2i} q_{fzi} + C_{3i} \dot{q}_{fyi} = Q_{zi}, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N_f, \quad (6)$$

其中

$$\begin{cases} C_{1i} = \int_0^L \rho \phi_i^2(x) dx, \\ C_{2i} = \int_0^L EI \phi_i^{IV}(x) \phi_i(x) dx, \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} C_{3i} = \int_0^L 2\rho \omega_{3x} \phi_i^2(x) dx, \\ Q_{yi} = \int_0^L (P_y(x, t) + P_{aey}) \phi_i(x) dx, \\ Q_{zi} = \int_0^L (P_z(x, t) + P_{aez}) \phi_i(x) dx, \end{cases} \quad (8)$$

上式中 ρ 是发射管单位长度质量, EI 是抗弯刚度, $\phi_i^{IV}(x)$ 是 $\phi_i(x)$ 对 x 四阶偏导, $P_y(x, t)$ 和 $P_z(x, t)$ 是作用在发射管 x 处的力在 y 和 z 轴上的投影, P_{aey} 和 P_{aez} 由下式决定

$$\begin{aligned} P_{aey} = & -\rho (\mathbf{a}_3 + \boldsymbol{\varepsilon}_3 \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega}_3 \times (\boldsymbol{\omega}_3 \times \mathbf{r}))_y = \\ & -\rho [a_{3y} + (\boldsymbol{\varepsilon}_3 + \boldsymbol{\omega}_3 \times \boldsymbol{\omega}_3) \cdot \mathbf{x}], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} P_{aez} = & -\rho (\mathbf{a}_3 + \boldsymbol{\varepsilon}_3 \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega}_3 \times (\boldsymbol{\omega}_3 \times \mathbf{r}))_z = \\ & -\rho [a_{3z} + (-\boldsymbol{\varepsilon}_3 + \boldsymbol{\omega}_3 \times \boldsymbol{\omega}_3) \cdot \mathbf{x}], \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $\omega_{3x}, \omega_{3y}, \omega_{3z}, \varepsilon_{3x}, \varepsilon_{3y}, \varepsilon_{3z}, a_{3x}, a_{3y}, a_{3z}$ 分别是坐标系 O_{xyz} 的角速度 $\boldsymbol{\omega}_3$, 角加速度 $\boldsymbol{\varepsilon}_3$ 和原点 O 的加速度 \mathbf{a}_3 在自身坐标系上的投影, $\mathbf{r} = xi + u_yj + u_zk = xi + \mathbf{u}$. 由于坐标系 O_{xyz} 是固结在俯仰体上, 所以它的运动同俯仰体的运动, 可以用子系统 I 的广义坐标及其时间导数来表达^[5].

$$\boldsymbol{\omega}_3 = \beta_3 \dot{\mathbf{q}}_r + \boldsymbol{\omega}_0, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_3 = \beta_3 \ddot{\mathbf{q}}_r + \boldsymbol{\sigma}_3, \quad \mathbf{a}_3 = \alpha_3 \dot{\mathbf{q}}_r + \boldsymbol{\mu}_3, \quad (11a, b, c)$$

$$\alpha_3 = \alpha_3 + \beta_3 \times \rho, \quad \boldsymbol{\mu}_3 = \boldsymbol{\mu}_3 + \boldsymbol{\sigma}_3 \times \rho + \boldsymbol{\omega}_3 \times (\boldsymbol{\omega}_3 \times \rho) \quad (12a, b)$$

其中 ρ 是从俯仰体质心引往坐标系 O_{xyz} 原点 O 的矢径.

1.3 整个系统的耦合动力学方程

子系统 I 的运动对子系统 II 的影响主要体现在 C_{3i}, P_{aey} 和 P_{aez} 中, 在已知俯仰体运动的条件下, 即可由公式(6) 求出 q_{fyi} 和 q_{fzi} 及其它们的导数. 而俯仰体运动决定于公式(1) ~ (4), 要获得公式(1) 的解, 其条件是首先知道柔性发射管对俯仰体的作用力 \dot{V} 和作用力矩 \dot{M} , 而 \dot{V} 和 \dot{M} 又和柔性发射管的运动(包括刚性运动和变形运动) 有关, 从而体现了柔性发射管的运动对子系统 I 的影响. 总之, 两子系统之间的运动耦合将由 $C_{3i}, P_{aey}, P_{aez}, \dot{V}$ 和 \dot{M} 来体现. 下面推导系统耦合动力学方程.

1.3.1 \dot{V} 和 \dot{M} 的求取

根据柔性梁变形与内力的关系得

悬臂梁情形:

$$M_y(0, t) = EI \frac{\partial^2 u_z(0, t)}{\partial x^2} = EI \sum_{i=1}^{N_f} \phi_i^{II}(0) q_{fzi}(t), \quad (13)$$

$$M_z(0, t) = -EI \frac{\partial^2 u_y(0, t)}{\partial x^2} = -EI \sum_{i=1}^{N_f} \phi_i^{\text{II}}(0) q_{fyi}(t), \quad (14)$$

$$V_y(0, t) = -\frac{\partial M_z(0, t)}{\partial x} = EI \sum_{i=1}^{N_f} \phi_i^{\text{III}}(0) q_{fyi}(t), \quad (15)$$

$$V_z(0, t) = \frac{\partial M_y(0, t)}{\partial x} = EI \sum_{i=1}^{N_f} \phi_i^{\text{III}}(0) q_{fzi}(t). \quad (16)$$

两端简支梁情形:

$$M_y(0, t) = M_z(0, t) = M_y(L, t) = M_z(L, t) = 0, \quad (17)$$

$$\begin{cases} V_y(0, t) = EI \sum_{i=1}^{N_f} \phi_i^{\text{III}}(0) q_{fyi}(t), \\ V_z(0, t) = EI \sum_{i=1}^{N_f} \phi_i^{\text{III}}(0) q_{fzi}(t), \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} V_y(L, t) = -EI \sum_{i=1}^{N_f} \phi_i^{\text{III}}(L) q_{fyi}(t), \\ V_z(L, t) = -EI \sum_{i=1}^{N_f} \phi_i^{\text{III}}(L) q_{fzi}(t), \end{cases} \quad (19)$$

公式(13)~(16)或(17)~(19)表示的即是发射管在边界处受到的俯仰体对它的作用力 V 和作用力矩 M 在 y, z 轴上的投影。至于 V 和 M 在 x 轴上的投影 V_x 和 M_x 可以由下面过程求取。

设从 O_{xyz} 的原点 O 引向发射管质心矢径为 r_c , 则 $r_c = x_c i + u_{cy} j + u_{cz} k = x_c i + u_c$, 其中 x_c 是质心在 x 轴上的投影, 由于假定发射管轴向不变形, 故 x_c 是一个常量, 发射管质心加速度

$$a_c = a_3 + \varepsilon_3 \times r_c + \omega_3 \times (\omega_3 \times r_c) + 2\omega_3 \times \overset{\circ}{u}_c + \overset{\circ\circ}{u}_c, \quad (20)$$

其中 $(\overset{\circ}{})$ 表示矢量在坐标系 O_{xyz} 中求导, 即求相对导数。考虑到发射管小变形, 则 a_c 近似表达为

$$a_c \approx a_3 + \varepsilon_3 \times (x_c i) + \omega_3 \times (\omega_3 \times (x_c i)) + 2\omega_3 \times \overset{\circ}{u}_c + \overset{\circ\circ}{u}_c \quad (21)$$

公式(21)中的前3项是质心牵连加速度 a_{ce} , 只取决于俯仰体的运动。 a_c 在 x 轴上投影为

$$a_{cx} = (\alpha_{3x} \ddot{q}_r) + a_{cx}^{\prime\prime}, \quad (22)$$

其中 $a_{cx}^{\prime\prime}$ 中不包含 \ddot{q}_r , 其表达式为

$$a_{cx}^{\prime\prime} = \dot{\mu}_{3x} - x_c (\omega_{3z}^2 + \omega_{3y}^2) + 2(\omega_{3y} \cdot \dot{u}_{cz} - \omega_{3z} \cdot \dot{u}_{cy}), \quad (23)$$

再由质心运动定理求出 V_x 为

$$V_x = (m \alpha_{3x} \ddot{q}_r) + m a_{cx}^{\prime\prime} - P_x(x, t) = (\dot{V}_x \ddot{q}_r) + V_x^{\prime\prime}, \quad (24)$$

其中 $P_x(x, t)$ 是作用在发射管上的其它外力在 x 轴上投影, 至于 M_x 可以由下式近似计算

$$M_x = J_x \cdot \varepsilon_{3x} = J_x \cdot (\beta_{3x} \ddot{q}_r) + J_x \cdot \sigma_{3x}, \quad (25)$$

公式(24)和(25)中的 m 和 J_x 分别是发射管质量和发射管未变形时绕 x 轴的转动惯量。综合上述各式, 得发射管在边界处受到的作用力

悬臂梁情形:

$$V(0, t) = V_x i + V_y j + V_z k, \quad M(0, t) = M_x i + M_y j + M_z k, \quad (26a, b)$$

两端简支梁情形:

$$\begin{cases} \mathbf{V}(0, t) = V_x(0, t)\mathbf{i} + V_y(0, t)\mathbf{j} + V_z(0, t)\mathbf{k}, \\ \mathbf{M}(0, t) = M_x(0, t)\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 0\mathbf{k}, \\ \mathbf{V}(L, t) = V_x(L, t)\mathbf{i} + V_y(L, t)\mathbf{j} + V_z(L, t)\mathbf{k}, \\ \mathbf{M}(L, t) = M_x(L, t)\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 0\mathbf{k}, \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} \mathbf{V}(0, t) = V_x(0, t)\mathbf{i} + V_y(0, t)\mathbf{j} + V_z(0, t)\mathbf{k}, \\ \mathbf{M}(0, t) = M_x(0, t)\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 0\mathbf{k}, \\ \mathbf{V}(L, t) = V_x(L, t)\mathbf{i} + V_y(L, t)\mathbf{j} + V_z(L, t)\mathbf{k}, \\ \mathbf{M}(L, t) = M_x(L, t)\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 0\mathbf{k}, \end{cases} \quad (28)$$

其中 $\mathbf{V}(0, t)$, $\mathbf{V}(L, t)$, $\mathbf{M}(0, t)$, $\mathbf{M}(L, t)$ 满足如下条件

$$V_x = V_x(0, t) + V_x(L, t), \quad M_x = M_x(0, t) + M_x(L, t) \quad (29a, b)$$

根据作用力和反作用力原理, 发射管在边界处将以同样的力(力矩)作用在俯仰体上。把这些作用力(力矩)简化到俯仰体坐标系 O_{xyz} 的原点 O 处, 就能获得 $\dot{\mathbf{V}}$ 和 $\dot{\mathbf{M}}$

悬臂梁情形:

$$\dot{\mathbf{V}} = -(\dot{V}_x \dot{\mathbf{q}}_r \mathbf{i}) - \dot{\mathbf{V}}_0, \quad \dot{\mathbf{M}} = -(M_x \mathbf{i} + M_y \mathbf{j} + M_z \mathbf{k}), \quad (30a, b)$$

$$\text{其中} \quad \dot{\mathbf{V}}_0 = \dot{V}_x \mathbf{i} + \dot{V}_y \mathbf{j} + \dot{V}_z \mathbf{k}, \quad (31)$$

\dot{V}_x 和 \dot{V}_x'' 的定义由公式(24) 确定, V_y 、 V_z 、 M_y 、 M_z 、 M_x 由公式(13)~(16)和公式(25) 计算。

简支梁情形:

$$\dot{\mathbf{V}} = -(\dot{V}_x \dot{\mathbf{q}}_r \mathbf{i}) - \dot{\mathbf{V}}_0, \quad \dot{\mathbf{M}} = -(M_x \mathbf{i} + M_y \mathbf{j} + M_z \mathbf{k}), \quad (32a, b)$$

$$\text{其中} \quad \dot{\mathbf{V}}_0 = \dot{V}_x \mathbf{i} + (V_y(0, t) + V_y(L, t))\mathbf{j} + (V_z(0, t) + V_z(L, t))\mathbf{k}, \quad (33)$$

\dot{V}_x 和 \dot{V}_x'' 的定义由公式(24) 确定, $V_y(0, t)$, $V_y(L, t)$, $V_z(0, t)$, $V_z(L, t)$, M_x 由公式(18)、(19)和公式(25) 计算, M_y 和 M_z 由下式决定,

$$M_y = -L \cdot V_z(L, t), \quad M_z = L \cdot V_y(L, t) \quad (34a, b)$$

1.3.2 子系统 I 的动力学方程的进一步表达

在求出 $\dot{\mathbf{V}}$ 和 $\dot{\mathbf{M}}$ 的基础上, 可以将 $\dot{\mathbf{V}}$ 和 $\dot{\mathbf{M}}$ 进一步简化到俯仰体质心 C_3 , 从而得

$$\dot{\mathbf{V}}_3 = \mathbf{V}_a \dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{V}_b, \quad \dot{\mathbf{M}}_3 = \mathbf{M}_a \dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{M}_b, \quad (35a, b)$$

$$\text{其中} \quad \mathbf{V}_a = -\dot{V}_x \mathbf{i}, \quad \mathbf{V}_b = -\dot{\mathbf{V}}_0, \quad (36a, b)$$

$$\mathbf{M}_a = -J_x \beta_{3x} \mathbf{i} - (\rho \times \mathbf{i}) \dot{V}_x, \quad \mathbf{M}_b = -J_x \sigma_{3x} \mathbf{i} - M_y \mathbf{j} - M_z \mathbf{k} - \rho \times \dot{\mathbf{V}}_0. \quad (37a, b)$$

值得注意的是 \mathbf{V}_a 和 \mathbf{M}_a 是 $1 \times N_r$ 阶矢量行阵, 而 \mathbf{V}_b 和 \mathbf{M}_b 仅是一个矢量。公式(3) 中的 \mathbf{F}^g 和 \mathbf{M}^g 列阵中的第 3 元素 F_3^g 和 M_3^g 可以写成

$$\begin{cases} F_3^g = F_{3e}^g + \dot{\mathbf{V}}_3 = (F_{3e}^g + \mathbf{V}_b) + \mathbf{V}_a \dot{\mathbf{q}}_r, \\ M_3^g = M_{3e}^g + \dot{\mathbf{M}}_3 = (M_{3e}^g + \mathbf{M}_b) + \mathbf{M}_a \dot{\mathbf{q}}_r, \end{cases} \quad (38)$$

其中 F_{3e}^g 和 M_{3e}^g 分别是俯仰体上受到的其它外力的主矢和对质心的主矩, \mathbf{F}^g 和 \mathbf{M}^g 可以改写为

$$\mathbf{F}^g = \mathbf{F}_b^g + \mathbf{F}_a^g \dot{\mathbf{q}}_r, \quad \mathbf{M}^g = \mathbf{M}_b^g + \mathbf{M}_a^g \dot{\mathbf{q}}_r, \quad (39a, b)$$

$$\mathbf{F}_b^g = \begin{pmatrix} F_1^g \\ F_2^g \\ F_{3e}^g + \mathbf{V}_b \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_a^g = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{V}_a \end{pmatrix}_{3 \times N_r}, \quad (40a, b)$$

$$\mathbf{M}_b^g = \begin{pmatrix} M_1^g \\ M_2^g \\ M_{3e}^g + \mathbf{M}_b \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M}_a^g = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_a \end{pmatrix}_{3 \times N_r}, \quad (40c, d)$$

注意 F_b^g 和 M_b^g 是 3×1 阶矢量列阵, 而 F_a^g 和 M_a^g 是 $3 \times N_f$ 阶矢量矩阵, 将公式(39a, b)代入公式(3)得

$$B = B' + \alpha^T \cdot F_a^g \dot{q}_r + \beta^T \cdot M_a^g \dot{q}_r, \quad (41)$$

其中

$$B' = \alpha^T \cdot (F_b^g - m\mu) + \beta^T \cdot (M_b^g - J \cdot \sigma - \eta) + k \cdot F^a + p \cdot M^a + \gamma \cdot F^e, \quad (42)$$

再将公式(41)代入公式(1)得

$$A' \ddot{q}_r = B', \quad (43)$$

其中

$$A' = A - \alpha^T \cdot F_a^g - \beta^T \cdot M_a^g \quad (44)$$

1.3.3 系统耦合动力学方程及其积分求解

系统的耦合动力学方程由公式(6)和公式(43)组成, 共有 $(N_f + 2N_f)$ 个常微分方程, 这组动力学方程的求解步骤如下:

a. 已知发射架的运动初始条件, 即已知 t 时刻的 q_r 、 \dot{q}_r 、 q_{fyi} 、 q_{fzi} 、 \dot{q}_{fyi} 、 \dot{q}_{fzi} ($i = 1, \dots, N_f$), 已知发射架惯量和几何结构参数等, 已知发射架在此时刻所受的外力和铰中的主动力, 求出公式(2)和(3)中除 F_3^g 和 M_3^g 以外的所有量, 并求出 A ;

b. 求出 $\phi_i(x)$ 函数, 并根据公式(13) ~ (19)和(34)计算出 V_y 、 V_z 、 M_y 、 M_z ;

c. 根据公式(11a)和(12)计算 ω_3 、 α_3 、 μ_3 ;

d. 根据公式(24)求出 V_x' 和 V_x'' , 再由(31)或(33)求出 V_0 ;

e. 由公式(36)和(37)求出 V_a 、 V_b 、 M_a 、 M_b , 进而根据公式(40)求出 F_a^g 、 F_b^g 、 M_a^g 、 M_b^g ;

f. 根据公式(42)和(44)求出 B' 和 A' ;

g. 根据公式(43)求出此时刻 t 时的 \ddot{q}_r , 并积分求出 $t + \Delta t$ 时刻的 q_r 和 \dot{q}_r ;

h. 由公式(11b)和(11c)求出 ε_3 和 a_3 后再由公式(9)和(10)求出 P_{aey} 和 P_{aez} ;

i. 由公式(7)和(8)求出 C_{1i} 、 C_{2i} 、 C_{3i} 、 Q_{yi} 、 Q_{zi} ;

j. 由公式(6)求出此时刻 t 时的 \ddot{q}_{fyi} 和 \ddot{q}_{fzi} , 并积分得 $t + \Delta t$ 时刻的 q_{fyi} 、 \dot{q}_{fyi} 、 q_{fzi} 、 \dot{q}_{fzi} ;

k. 重复 a 到 j 步骤, 直到预期的时刻 t_e 而停止求解。

2 算例和讨论

用传统的动力学建模方法对本文讨论的刚柔耦合系统建模得到的动力学方程组(共有 $N_f + 2N_f$ 个)在求解时, 只能放在一起积分求解, 而且这组方程往往是刚性的, 进行数值积分不但由于方程组个数多而费时, 而且还因为方程组呈现刚性性态, 使得传统的数值积分方法失效, 给整个问题求解带来困难。而本文提供的方法, 虽然动力学方程组也有 $N_f + 2N_f$ 个, 但在数值积分时无需一起积分, 先进行 N_f 个方程组积分, 再进行 N_f 次 2 个方程的积分, 所需的积分时间费用较传统方法少得多, 而且由本文得到的动力学方程组不具刚性性态, 容易积分求解。

传统的动力学建模方法, 将发射架作为一个系统, 用同一种动力学原理进行动力学方程的推导, 缺乏灵活性, 而本文提供的方法对子系统分别推导动力学方程, 对不同的子系统可以采用不同的动力学原理, 灵活性强。而这有时往往十分重要, 因为不同的动力学原理在具体应用到某个系统进行建模时难度是不同的, 本文方法提供了最佳的动力学原理和动力学系统之间组合的机会。

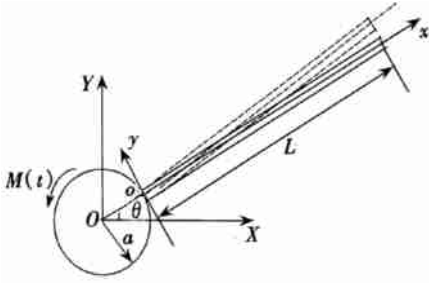


图2 系统简图

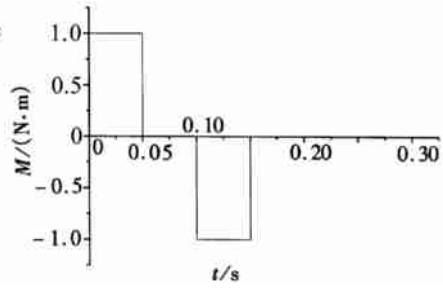


图3 驱动力矩

为了验证本文提出的方法的可行性,我们运用文中所提出的方法对如图2所示的系统进行动力学仿真,并与传统的拉格朗日方法的结果相比较。图2所示的为在水平面内作运动的系统,其中的Hub(刚体)作定轴转动,在其上以悬臂方式连接着一柔性梁,Hub上受到力矩 $M(t)$ 的作用,如图3所示,系统的物理参数为:Hub半径 $a = 0.05\text{ m}$,梁长 $L = 0.5\text{ m}$,梁单位长度质量 $\rho = 0.0858\text{ kg/m}$, $EI = 5.5\text{ N/m}^2$,仿真时间 0.3 s 。转动惯量比 $\beta = J_{oh}/J_{ob}$,其中 J_{oh} 和 J_{ob} 分别是Hub和梁相对O轴的转动惯量。本例中 $\beta = 0.5$ 。

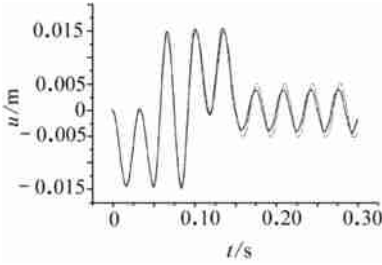


图4 末端变形位移变化曲线

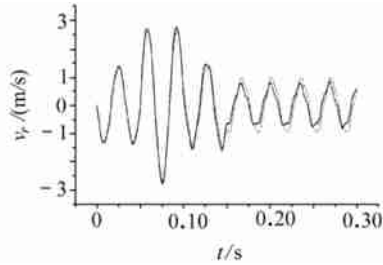


图5 末端变形速度变化曲线

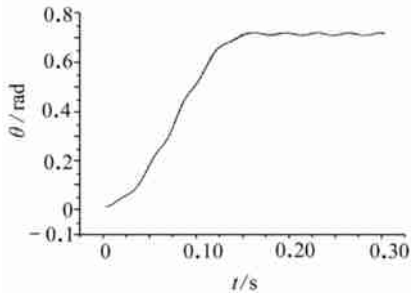


图6 Hub的转动角 θ 变化曲线

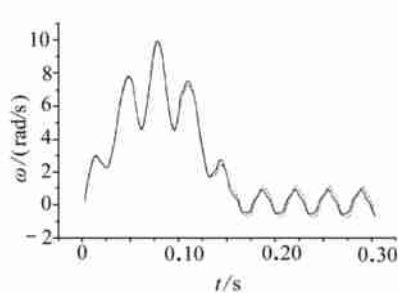


图7 Hub的转动角速度 ω 变化曲线

仿真结果如图4至图7所示,在图中本文方法用实线表示,拉格朗日方法用点线表示。结果比较发现两者完全吻合,这说明本文所提出的方法是正确的。

[参 考 文 献]

[1] Weeks G E, Cost T L. Coupled Interaction launch behavior of a flexible rocket and flexible launcher [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1980, 17(5): 432—439.
 [2] 章定国. 火箭发射系统动力学仿真与控制研究[D]. 博士学位论文, 南京: 南京理工大学, 1998, 5—61.
 [3] 洪嘉振, 倪纯双. 变拓扑多体系统动力学的全局仿真[J]. 力学学报, 1996, 28(5): 633—637.
 [4] 章定国, 张福祥. 多管火箭炮发射过程中的变结构问题[J]. 南京理工大学学报, 2002, 26(3): 225—

228.

- [5] 刘延柱, 洪嘉振, 杨海兴. 多刚体系统动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1989, 73—128.

A Dynamic Model for Rocket Launcher With Coupled Rigid and Flexible Motion

ZHANG Ding_guo¹, XIAO Jian_qiang²

(1. School of Sciences, Nanjing University of Science and Technology,
Nanjing 210094, P. R. China ;

2. Department of Civil Engineering, Nanjing Institute of Technology,
Nanjing 211100, P. R. China)

Abstract: The dynamics of a coupled rigid-flexible rocket launcher is reported. The coupled rigid-flexible rocket launcher is divided into two subsystems, one is a system of rigid bodies, the other a flexible launch tube which can undergo large overall motions spatially. First, the mathematical models for these two subsystems were established respectively. Then the dynamic model for the whole system was obtained by considering the coupling effect between these two subsystems. The approach reported, which divides a complex system into several simple subsystems first and then obtains the dynamic model for the whole system via combining the existing dynamic models for simple subsystems, can make the modeling procedure efficient and convenient.

Key words: coupled rigid-flexible system; rocket launcher; dynamic modeling