

文章编号: 1000\_0887(2005) 03\_0333\_08

# 偏微分方程的区间小波 自适应精细积分法\*

梅树立<sup>1</sup>, 陆启韶<sup>2</sup>, 张森文<sup>3</sup>, 金 俐<sup>2</sup>

(1. 中国农业大学 信息与电气工程学院, 北京 100083;

2. 北京航空航天大学 理学院, 北京 100083;

3. 暨南大学 应用力学研究所, 广州 510632)

(钟万勰推荐)

摘要: 利用插值小波理论构造了拟 Shannon 区间小波, 并结合外推法给出了一种求解非线性常微分方程组的时间步长自适应精细积分法, 在此基础上构造了解非线性偏微分方程的区间小波自适应精细积分法(AIWPIM)。数值结果表明, 该方法在计算精度上优于将小波和四阶 Runge\_Kutta 法组合得到的偏微分方程的数值求解方法, 而计算量则相差不大。该文方法通过 Burgers 方程给出, 但适用于一般情形。

关键词: 精细积分法; 外推法; Burgers 方程; 区间小波

中图分类号: O351.2 文献标识码: A

## 引 言

精细积分法(PIM, 即 precise integration method)<sup>[1]</sup>是为解决结构动力学计算问题而提出的。该算法简单且计算精度很高, 对于线性定常系统达到了计算机字长范围内几乎精确的数值解。采用精细积分法求解偏微分方程, 需要首先对求解区域进行空间离散, 形成关于时间的常微分方程组, 然后采用精细积分法求解。常用的离散方法有差分法和有限元法等。近年来, 采用小波方法对空间进行离散越来越受到人们的重视, 尤其是区间小波的使用, 可有效遏制边界效应。在众多的区间小波中, 拟 Shannon 小波<sup>[2]</sup>不但具有解析表达式, 且同时具有紧支撑性、插值性和无限次可导连续性等优良数值特性, 因此, 采用拟 Shannon 小波配点法进行空间离散具有精度高, 方法简单等优点, 而且可以按照构造区间上插值小波的方法方便地构造区间上的拟 Shannon 小波。

对非线性抛物型偏微分方程来说, 非线性项通常要做分段线性化处理, 即假定在足够小的时间步长内是线性的。一般根据精度要求采用迭代法去自适应选取时间步长, 计算工作量很大, 影响了精细积分法在偏微分方程数值求解中的使用。本文借鉴 Romberg 积分的思想方法,

\* 收稿日期: 2003\_06\_30; 修订日期: 2004\_11\_30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10372036, 10172011)

作者简介: 梅树立(1968—), 男, 河北元氏人, 讲师, 博士(E-mail: meishuli@163.com);

陆启韶(1940—), 男, 广东顺德人, 教授(联系人, Tel: + 86\_10\_82315163; E-mail: qishaolu@hotmail.com)。

给出了一种时间步长的新的自适应选取方法,在整个迭代过程中,指数函数  $e^{(H \cdot \Delta t)}$  只需计算一次,而且迭代次数相对于其他方法也明显减少。

## 1 区间上的拟 Shannon 小波

### 1.1 拟 Shannon 小波

拟尺度函数定义如下<sup>[2]</sup>:

$$w(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} e^{-x^2/(2\sigma^2)}, \quad \sigma > 0,$$

其中  $\sigma$  是窗口大小参数。

考虑一维函数  $f(x)$ ,  $x \in [a, b]$ 。则变量  $x$  的离散点定义为:

$$x_n = a + \frac{b-a}{2^j} \cdot n, \quad j \in \mathbf{Z}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, 2^j. \quad (1)$$

由此可得到拟尺度函数  $w(x)$  的离散形式

$$w_j(x - x_n) = \frac{\sin(2^j \pi / (b-a))(x - x_n)}{(2^j \pi / (b-a))(x - x_n)} \exp\left[-\frac{(2^{j-1}(x - x_n))^2}{r^2(b-a)^2}\right], \quad (2)$$

其中  $r = 2^{j\sigma}/(b-a)$ 。

### 1.2 区间上的拟 Shannon 小波

由于一般插值滤波器可以表示为基于多项式插值的 Deslariers\_Dubuc 插值滤波器的线性组合,因此我们可以对小波基函数  $w_{j,k}(x)$  做如下改造<sup>[3]</sup>

引入拉格朗日多项式  $l_{j,k}^1$  和  $l_{j,k}^2$ :

$$l_{j,k}^1 = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^L \frac{x - x_{j,i}}{x_{j,k} - x_{j,i}}, \quad l_{j,k}^2 = \prod_{\substack{i=2^j-L \\ i \neq k}}^{2^j} \frac{x - x_{j,i}}{x_{j,k} - x_{j,i}}, \quad (3)$$

然后定义以下两个外插权重系数:

$$a_{nk} = l_{jk}^1(x_{jn}), \quad b_{nk} = l_{jk}^2(x_{jn}), \quad (4)$$

则区间上的插值基函数可表示为以下形式:

$$\begin{cases} \varphi_{j,k}(x) = w_{j,k}(x) + \sum_{n=-N+1}^{-1} a_{nk} w_{j,n}(x), & k = 0, \dots, L, \\ \varphi_{j,k}(x) = w_{j,k}(x), & k = L+1, \dots, 2^j - L - 1, \\ \varphi_{j,k}(x) = w_{j,k}(x) + \sum_{n=2^j+1}^{2^j+N-1} b_{nk} w_{j,n}(x), & k = 2^j - L, \dots, 2^j, \end{cases} \quad (5)$$

其中  $L$  是被逼近信号函数的  $H^L$ lder 连续指数,  $N$  是小波函数的支撑区间,即  $\text{supp}(w) = [-N, N]$ 。

不难看出,拟 Shannon 区间尺度函数  $\varphi_{j,k}(x)$  是拟 Shannon 尺度函数  $w_{j,k}(x)$  的线性组合。因此,拟 Shannon 区间尺度函数  $\varphi_{j,k}(x)$  具有拟 Shannon 尺度函数  $w_{j,k}(x)$  的所有性质。

## 2 非线性偏微分方程的区间拟 Shannon 小波空间离散

下面对非线性偏微分方程用区间小波配点法进行空间离散化。为使问题简化,下面以 Burgers 方程为例进行讨论。Burgers 方程由下式给出<sup>[4]</sup>

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in [0, 2], \quad t \geq 0, \quad (6)$$

初始条件和边界条件分别为

$$u(x, 0) = \sin(\mathbb{I}x), \quad u(0, t) = u(2, t) = 0, \quad (7)$$

这里  $t$  是时间,  $Re$  是雷诺数.

根据配置法的基本思想,  $u(x, t)$  可近似表示为

$$u(x, t) \approx u_j(x, t) = \sum_{n=0}^j u(x_n, t) \varphi(x - x_n). \quad (8)$$

将(8)式代入方程(6), 按照小波配点法原理, 可以得到以下非线性常微分方程组:

$$\sum_{n=0}^j u_j(x_n, t) \left[ \frac{1}{Re} \omega''(x_k - x_n) - u_j(x_k, t) \omega'(x_k - x_n) \right] = \frac{du_j(x_k, t)}{dt}, \quad (9)$$

其中  $k = 0, 1, 2, \dots, 2^j$ . 记

$$V_j = (u_j(x_0, t), u_j(x_1, t), \dots, u_j(x_{2^j}, t))^T, \quad (10)$$

$$U = \text{diag}(V_j), \quad (11)$$

$$W_1 = [\omega'(x_i - x_j)] \in R^{2^j \times 2^j}, \quad (12)$$

$$W_2 = [\omega''(x_i - x_j)] \in R^{2^j \times 2^j}, \quad (13)$$

$$M_0 = \frac{1}{Re} W_2, \quad (14)$$

$$M_1 = -UW_1, \quad (15)$$

于是方程组(9)可简记为以下矩阵形式:

$$\frac{d}{dt} V_j = M_0 V_j + M_1(V_j) V_j. \quad (16)$$

### 3 非线性常微分方程组的自适应精细时程积分法求解

由(14)式可知,  $M_0$ 是常数矩阵,  $M_1(V_j) V_j$ 是方程(16)中的非线性项. 对非线性项, 我们可以通过泰勒级数的一次展开式作分段线性化处理, 即认为非线性项在每个时间步长( $t_k, t_{k+1}$ )内是线性的, 于是方程组(16)可写为

$$\frac{d}{dt} V_j = M_0 V_j + r_0 + r_1(t - t_k), \quad (17)$$

其中

$$r_0 = M_1 V_j, \quad r_1 = \frac{d(M_1 V_j)}{dt} = \frac{dM_1}{dt} V_j + M_1 \frac{dV_j}{dt}. \quad (18)$$

记  $M_2 = \frac{dM_1}{dt} = -\text{diag}\left(\frac{dV_j}{dt}\right) W_1$

并结合(16)式, 可最终求得  $r_1$  的表达式为

$$r_1 = M_2 V_j + M_1((M_0 + M_1) V_j). \quad (19)$$

线性化微分方程组(17)的解的迭代式为

$$V_j^{k+1} = T \times [V_j^k + M_0^{-1}(r_0 + M_0^{-1} r_1)] - M_0^{-1}(r_0 + M_0^{-1} r_1 + r_1 \tau), \quad (20)$$

其中

$$T = \exp(M_0 \tau) \quad (\tau \text{是时间步长}),$$

这样, 问题就归结为  $T$  阵的计算.

在式(20)中, 指数矩阵  $T$  可用精细积分法求得, 计算精度非常高且对时间步长不敏感. 但非线性项  $M_1(V_j) V_j$  的分段线性化处理导致递推公式(20)中的  $M_0^{-1}(r_0 + M_0^{-1} r_1)$  计算

精度和时间步长密切相关,即计算精度随时间步长的增大而下降。文献[6]采用简单迭代法对计算结果进行了修正,在相同时间步长下求解非线性动力学方程时,修正后计算结果的精度有了较大提高,但每一步迭代都需要重新计算指数矩阵  $T$ ,计算量较大。因此,本节建立了基于外推法的非线性偏微分方程的精细积分求解的自适应算法,同时给出了多种时间步长指数矩阵的  $T$  的简单计算方法。

### 3.1 基于精细积分的非线性项积分的加速技术

方程组(16)的通解可表示为

$$V_j(t) = e^{M_0(t-t_k)} V_j(t_k) + e^{M_0 t} \int_{t_k}^t e^{-M_0 t} M_1 V_j(t) dt, \quad (21)$$

记

$$I(\mathbf{g}) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{g}(V_j, t) dt = \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{M_0(t_{k+1}-t)} M_1 V_j(t) dt, \quad (22)$$

如果时间步长  $h = (t_{k+1} - t_k)/n$  足够小,上式可以通过复化梯形求积公式近似求得,即

$$I(\mathbf{g}) \approx \mathbf{G}(h) = h \left[ \frac{\mathbf{g}^{(k)} + \mathbf{g}^{(k+1)}}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{g}^{(k,i)} \right], \quad (23)$$

其中

$$\mathbf{g}^{(k)} = \mathbf{g}(V_j^k, t_k), \quad (24)$$

$$\mathbf{g}^{(k,i)} = \mathbf{g}(V_j^{(k,i)}, t_k + ih) = e^{M_0 h} [M_0^{-1} (r_0^{(k,i-1)} + M_0^{-1} r_1^{(k,i-1)})] - M_0^{-1} (r_0^{(k,i-1)} + M_0^{-1} r_1^{(k,i-1)} + h r_1^{(k,i-1)}), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (25)$$

$$\mathbf{g}^{(k+1)} = \mathbf{g}^{(k,n)}, \quad (26)$$

$r_0^{(k,i)}$ ,  $r_1^{(k,i)}$  和  $V_j^{(k,i)}$  分别表示向量  $r_0$ ,  $r_1$  和  $V_j$  在时刻  $(t_k + ih)$  处的值。为提高计算精度,式(23)可通过外推方法求得,即

$$\begin{cases} \mathbf{G}_0(h) = \mathbf{G}(h), \\ \mathbf{G}_i(h) = \frac{2^{2i} \mathbf{G}_{i-1}(h/2) - \mathbf{G}_{i-1}(h)}{2^{2i} - 1}, \end{cases} \quad (27)$$

为了在计算机上计算方便,引入记号  $T(h) = e^{M_0 h}$  和  $\mathbf{G}_i^s$ ,  $\mathbf{G}_0^s = \mathbf{G}_0((t_{k+1} - t_k)/2^s)$ ,  $s$  表示把区间  $[t_k, t_{k+1}]$  分成  $2^s$  等份,代入式(21)得

$$V_j^{k+1} = T(t_{k+1} - t_k) V_j^k + \mathbf{G}(h). \quad (28)$$

这样,基于外推法的常微分方程组的自适应精细积分算法步骤可归结如下:

- 1) 计算  $T(2^i h)$ ,  $h = (t_{k+1} - t_k)/2^s$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, s$ ;
- 2) 使用外推法公式(27)求解  $\mathbf{G}(h)$ ;
- 3) 利用迭代式(28)求不同时刻  $t_k$  下的向量值  $V^k$ 。

上述外推方法迭代终止条件是  $\mathbf{G}(h)$  的计算精度,当所求问题的非线性程度较大时,迭代次数自动加大。

### 3.2 指数矩阵 $T(ih)$ 的快速计算

文献[1]给出的  $T(\tau)$  (其中  $\tau = t_{k+1} - t_k$ ) 的计算方法如下: 首先将  $T(\tau)$  表示为

$$T(\tau) = \exp(M_0 \tau) = [\exp(M_0 \tau / 2^N)]^{2^N}, \quad (29)$$

令  $\Delta t = \tau / 2^N$ , 这里  $N$  为正整数,一般  $N = 20$ , 则  $\Delta t = \tau / 1\,048\,576$ , 由于  $\tau$  本来就是不大的时间区间,因此  $\Delta t$  将是一个非常小的值,在时间区间  $\Delta t$  内  $\exp(M_0 \Delta t)$  的 Taylor 级数表达式为

$$\exp(\mathbf{M}_0 \Delta t) = \mathbf{I} + \mathbf{T}_a = \mathbf{I} + \mathbf{M}_0 \Delta t + (\mathbf{M}_0 \Delta t)^2 [\mathbf{I} + (\mathbf{M}_0 \Delta t)/3 + (\mathbf{M}_0 \Delta t)^2/12]/2, \quad (30)$$

为精确计算矩阵  $\mathbf{T}$ , 可将矩阵  $\mathbf{T}$  可进一步表示为

$$\mathbf{T}(\tau) = [\exp(\mathbf{M}_0 \Delta t)]^{2^N} = (\mathbf{I} + \mathbf{T}_a)^{2^{(N-1)}} (\mathbf{I} + \mathbf{T}_a)^{2^{(N-1)}}, \quad (31)$$

上式构成  $\mathbf{T}$  的分解计算表达式, 这样的分解一直做  $N$  次, 便可得到  $\mathbf{T}$  的高精度值。

外推法中最常用的网格参数加密法是取  $\tau_i = 2^{-i} \tau$ ,  $\tau = t_{k+1} - t_k$ , 因此, 在用外推法求解  $\mathbf{G}(h)$  ( $h = \tau/2^s$ ) 时, 需要求解指数矩阵  $\mathbf{T}(\tau_i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, s$ 。从(29) ~ (31) 式可以看出, 指数矩阵精细计算算法是一种  $2^N$  类的算法, 因此, 如果取  $\mathbf{T}(\tau) = [\exp(\mathbf{M}_0 \Delta t)]^{2^N}$ , 则

$$\mathbf{T}(\tau) = [\exp(\mathbf{M}_0 \Delta t)]^{2^{N-1}}, \quad (32)$$

需要指出的是, 尽管采用该方法计算  $\mathbf{T}(\tau)$  时, 循环次数小于  $N$ , 但由于对应的时间区间  $\tau$  也相应减小, 所以计算精度不会下降。

采用基于精细积分的迭代法求解非线性方程时, 需要计算不同时间步长下的指数矩阵, 而本节给出的指数矩阵计算方法可一次计算出所有时间步长下的指数矩阵。

## 4 数值结果及讨论

Burgers 方程(6)有以下形式的解析解<sup>[5]</sup>

$$u(x, t) = \frac{4\pi}{Re} \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2 t}{Re}\right) I_n\left(\frac{Re}{2\pi}\right) \sin(n\pi x)}{2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2 t}{Re}\right) I_n\left(\frac{Re}{2\pi}\right) \cos(n\pi x) + I_0\left(\frac{Re}{2\pi}\right)},$$

其中  $I_n(x)$  为第一类  $n$  阶修正 Bessel 函数。图 1 是  $Re = 100$  时解析解  $u(x, t)$  的图形, 其中  $t$  分别为 0.0, 0.2, 0.4 和 0.6。从图中不难看出, Burgers 方程的解在  $x = 1$  附近演变成一激波, 随着  $Re$  值的增加, 该激波的梯度值也越来越大, 因此常用来检测数值求解方法的优劣。

本节分析自适应区间小波精细积分法(AIWPIM)对 Burgers 方程(6)的计算结果。在计算中, 取雷诺数  $Re = 100$ , 尺度参数  $j = 7$ , 时间步长  $\tau = 0.1$ 。

首先通过 Burgers 方程的数值计算结果比较拟 Shannon 小波和拟 Shannon 区间小波的数值性能。图 2(a) 给出了自适应拟 Shannon 小波精细积分法的计算误差, 从图中可以看出, 最大误差出现在边界附近, 这是小波变换中零延拓产生的边界效应, 而自适应拟 Shannon 区间小波精细积分法则有效遏制了边界效应, 如图 2(b) 所示。出现在  $x = 1$  附近的计算误差是由 Burgers 方程在此处产生的激波造成的。

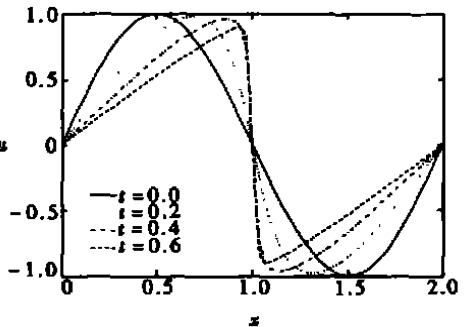
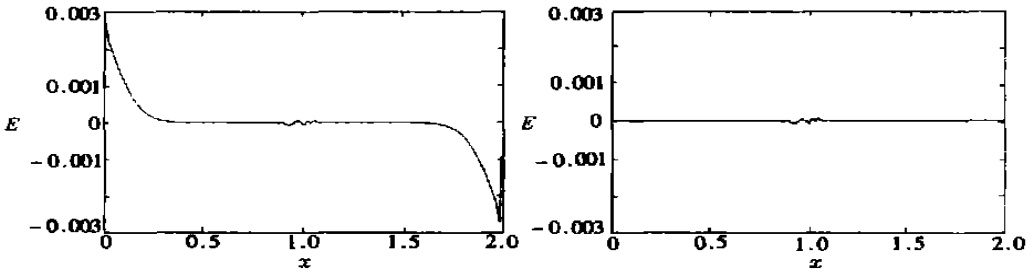


图 1 在不同时刻 Burgers 方程的解析解

文[6]给出了一种非线性动力学方程的精细积分算法。在该方法中, 时间步长通过迭代方法自适应选取。设时间步长分别为  $\Delta t$  和  $\Delta t/2$  时得到的 Burgers 方程在时刻  $t$  时的数值解之间的最大误差为  $\varepsilon$ , 停止迭代的条件是  $|\varepsilon| < 1 \times 10^{-6}$ 。显然该方法也可以应用于 Burgers 方程的求解。表 1 是文[6]方法和本文方法迭代次数的比较, 采用本文方法的迭代次数显然较少。



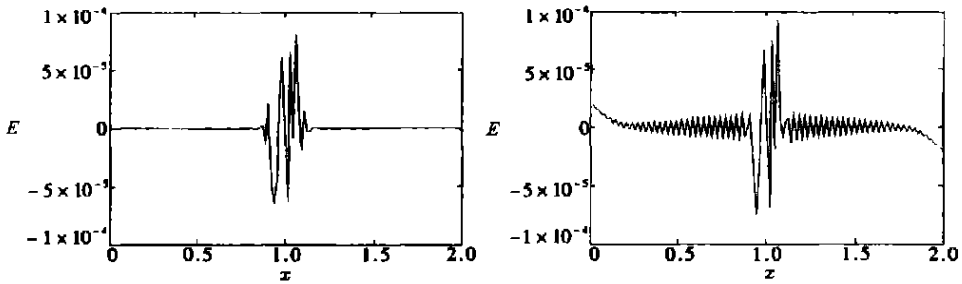
(a) 拟 Shannon 小波精细积分法 (b) 拟 Shannon 区间小波精细积分法

图 2 拟 shannon 小波精细积分法和拟 shannon 区间小波精细积分法的计算误差  $E(t = 0.4)$

表 1 Burgers 方程在不同时间段下进行积分的迭代次数(次/0.01 s)

时间段(s)	0~ 0.13	0.13~ 0.22	0.22~ 0.31	0.31~ 0.39	0.39~ 0.4
本文方法	3	4	4	5	4
文[6]方法	2	2	3	3	3

小波和 Runge\_Kutta 方法组合也是求解非线性偏微分方程的常用方法, 为说明小波精细积分方法求解非线性常微分方程的有效性, 下面对小波自适应精细积分法和小波自适应四阶 Runge\_Kutta 方法的数值结果进行对比。



(a) 精细积分法 (b) Runge\_Kutta 法

图 3 精细积分法和 Runge\_Kutta 法的计算误差  $E$  对比 ( $t = 0.4$ )

表 2 Burgers 方程数值结果的最大误差

$t/s$	精细积分法	Runge_Kutta 法	Adams_Bashforth_Moulton 法
0.4	$8.0949 \times 10^{-5}$	$9.1795 \times 10^{-5}$	$6.8626 \times 10^{-5}$
0.8	$1.7884 \times 10^{-4}$	$1.8425 \times 10^{-4}$	$1.4890 \times 10^{-4}$
1.2	$8.4061 \times 10^{-6}$	$1.1917 \times 10^{-5}$	$3.9004 \times 10^{-5}$
1.6	$1.6539 \times 10^{-6}$	$6.2157 \times 10^{-6}$	$3.4486 \times 10^{-5}$
2.0	$3.2393 \times 10^{-7}$	$9.6786 \times 10^{-6}$	$9.5912 \times 10^{-6}$

图 3(a) 和图 3(b) 分别是这两种方法的计算误差曲线。从图中不难看出, 采用小波精细积分法求解, 误差只出现在解的梯度较大的  $x = 1$  附近, 其它位置的误差几乎为 0, 而 Runge\_Kutta 法的误差在其它位置也比较明显, 尤其在边界附近比较明显。另外我们注意到, 即使采用精度较高的多步法, 如 Adams\_Bashforth\_Moulton 方法, 在边界附近产生的误差也非常明显(图 4)。表 2 给出了这 3 种方法的数值结果在不同时刻的最大误差, 从中可以看出, 小波精细积分方法的计算精度优于另外两种方法。

假定常微分方程组(21)的维数为  $n$ , 当采用精细积分法求解时, 每计算一次递推公式(25)需要进行  $9n^2 + n$  次乘法运算; 而采用四阶 Runge-Kutta 法时, 每次递推需要进行  $8n^2$  次乘法运算。经统计, 在时间区间  $[0, 2]$  内, 精细积分方法将该区间划分成了大小不等的 882 个时间段, 整个计算过程需要进行  $882 \times (9n^2 + n)$  次乘法运算; 而四阶 Runge-Kutta 方法则划分成了 965 个时间段, 整个计算过程需要进行  $965 \times 8n^2$  次乘法运算。因此, 二者的计算量相差不多。

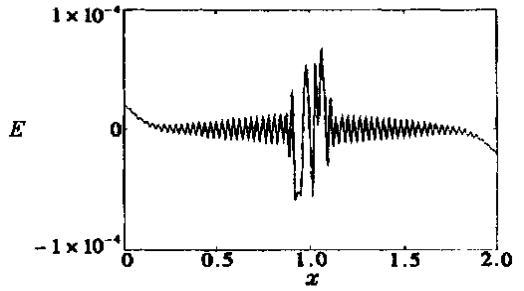


图4 Adams\_Bashforth\_Moulton  
方法计算误差  $E(t = 0.4)$

## 5 结束语

采用区间上的拟 Shannon 小波方法求解 Burgers 方程可有效抑制边界处的误差, 提高数值解的精度。精细时程积分法求解定常动力学问题时, 在积分点处数值上逼近于精确解的数值结果, 也就是说, 该方法对时间步长不敏感。因此, 当时间历程较长时, 可适当加大时间步长。但将该方法推广应用于非线性动力学方程时, 该方法对时间步长的敏感程度则随非线性程度的增强而加大, 所以时间步长需用迭代法由计算精度来确定。本文提出的自适应精细积分法则是将外推法引入基于精细积分的迭代法中, 并给出了快速算法, 从而使该方法更加实用。数值结果表明, 将区间小波法和精细积分法相结合求解偏微分方程, 在计算精度上优于将区间小波法和 Runge-Kutta 法组合得到的结果, 而计算量则相差不多。如果采用由区间上的小波构造自适应多层小波配置法对空间进行离散, 可有效减小离散方程组的规模, 更有利于采用精细积分法。尽管本文方法是针对 Burgers 方程的, 但同样适用于其他非线性偏微分方程以及非线性动力学方程。

## [参 考 文 献]

- [1] 钟万勰. 暂态历程的精细计算方法[J]. 计算结构力学及其应, 1995, 12(1): 1—6.
- [2] Wei G W. Quasi wavelets and quasi interpolating wavelets[J]. Chemical Physics Letters, 1998, 296(6): 215—222.
- [3] Silvia Bertoluzza. Adaptive wavelet collocation method for the solution of burgers equation[J]. Transport Theory and Statistical Physics, 1996, 25(3/5): 339—352.
- [4] 万德成, 韦国伟. 用拟小波方法数值求解 Burgers 方程[J]. 应用数学和力学, 2000, 21(10): 991—1001.
- [5] 阎广武. 用格子 Boltzmann 方法研究 Burgers 方程[J]. 力学学报, 1999, 31(2): 143—151.
- [6] 张询安, 姜节胜. 结构非线性动力学方程的精细积分算法[J]. 应用力学学报, 2000, 17(4): 164—168.

# Adaptive Interval Wavelet Precise Integration Method for Partial Differential Equations

MEI Shu\_li<sup>1</sup>, LU Qi\_shao<sup>2</sup>, ZHANG Sen\_wen<sup>3</sup>, JIN Li<sup>2</sup>

(1. College of Information and Electrical Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, P. R. China;

2. School of Science, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, P. R. China;

3. The Institute of Applied Mechanics, Jinan University, Guangzhou 510632, P. R. China)

**Abstract:** The quasi\_shannon interval wavelet is constructed based on the interpolation wavelet theory, and an adaptive precise integration method, which is based on extrapolation method is presented for nonlinear ODEs. And then, an adaptive interval wavelet precise integration method (AIWPIM) for nonlinear PDEs is proposed. The numerical results show that the computational precision of AIWPIM is higher than that of the method constructed by combining the wavelet and the 4th Runge\_Kutta method, and the computational amounts of these two methods are almost equal. For convenience, the Burgers equation is taken as an example in introducing this method, which is also valid for more general cases.

**Key words:** precise integration method; extrapolation method; Burgers equation; interval wavelet