

文章编号: 1000\_0887(2005) 03\_0267\_07

# 完全发展的非对称槽道湍流的 标度指数研究\*

蒋剑波, 邱翔, 卢志明, 刘宇陆

(上海大学 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

(我刊编委刘宇陆来稿)

**摘要:** 以子波变换为分析工具, 研究了完全发展的非对称槽道湍流的局部标度指数和整体标度指数。其中整体标度指数通过正交子波和广义自相似定律得到, 其结果表明非对称槽道流动呈现出与对称槽道流极为不同的间歇性, 随着壁面距离的增大, 横向脉动速度与流向脉动速度呈现出不同的间歇性, 而且间歇性并非一直减弱。另外, 比较分析了几种不同方法得到的局部标度指数, 发现连续子波方法计算局部标度指数并不可靠, 对于湍流研究中出现的负局部标度指数的情况需要慎重考虑。

**关键词:** 湍流逆梯度输运(CGT); 标度率; 子波分析

**中图分类号:** O357.5      **文献标识码:** A

## 引 言

由于整体标度指数和局部标度指数在湍流研究中的重要性, 它们一直吸引着湍流研究者的注意。目前已有的结果主要是各向同性湍流方面的, 如近年来的实验以及数值模拟<sup>[1]</sup> 研究都表明各向同性湍流整体标度指数  $\xi_p$  和  $p$  的非线性关系, 并且与小尺度的间歇性有着紧密的联系。与此相对应, She 等<sup>[2]</sup> 提出的对各向同性湍流非线性标度模型预测的结果与实验吻合得很好。然而对于各向异性湍流整体标度指数的研究才刚刚开始。

毕卫涛等<sup>[3]</sup> 对射流和圆柱尾流整体标度指数的研究表明: 中等雷诺数下横向速度结构函数的标度指数与纵向的不同, 横向结果表现出更强的间歇性。Onorato 等<sup>[4]</sup> 研究了完全发展的槽道流动的流向脉动速度的整体标度指数。他们发现, 间歇性基本随着离壁面距离的增大而减小, 最大间歇性发生在缓冲区和内区之间的位置, 而中心区的间歇性最小, 呈现出与各向同性湍流相近的标度指数。

另外, 局部标度指数是刻画湍流具有多分形的特性的重要物理量。子波变换方法能够将信号进行时间频率分解, 近年来已经有人利用连续子波变换来研究局部标度指数(Bacry 等<sup>[5]</sup>, 姜楠<sup>[6]</sup>, 李栋等<sup>[7]</sup>, Katul 等<sup>[8]</sup>)。姜楠等<sup>[9]</sup> 对壁湍流流向脉动速度信号进行了子波分析, 他们

\* 收稿日期: 2003\_09\_02; 修订日期: 2004\_12\_03

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10272071, 10472063)

作者简介: 蒋剑波(1974—), 男, 河北保定人, 博士;

刘宇陆(联系人, Tel/Fax: + 86\_21\_56332507; E\_mail: ylliu@yc.shu.edu.cn)。

发现在喷射和扫掠发生的时刻,脉动速度信号的局部标度指数为负值;李栎等<sup>[10]</sup>利用子波分析的方法分析了直接数值模拟的数据,同样发现了负的局部标度指数。同时他们检测了局部标度指数为负值的平均周期,发现与平均猝发周期符合较好。

上述结果表明连续子波变换用来估算局部标度指数的潜力。但是连续子波分析计算局部标度指数采用的是一种回归方法, Jaffard<sup>[11]</sup>指出, 对于一个随机信号而言, 在不同的频率范围内选择一个回归区间, 利用连续子波可以得到任何想要的指数, 包括负的指数。另外, 其他一些研究者已经证明了在连续子波变换中存在的冗余度使得子波系数所包含的湍流信息被隐藏了(Yamada 等<sup>[12]</sup>)。例如当连续子波变换应用于分数布朗运动的时候, 展现了与湍流信号相同的能谱, 局部标度指数的概率密度函数也是相似的。

Katul 等<sup>[8]</sup>利用正交子波对边界层的流向脉动速度的整体标度指数进行了分析, 同时采用紧凑离散子波(Nondecimated DWT) 计算了局部标度指数。他们的结果表明当速度梯度较大的时候, 局部标度指数变化较大, 与 K41 偏差也较大并且出现了负数, 而当速度梯度较小的时候局部标度指数与 K41 基本吻合并且没有出现负数; 同时发现局部标度指数在整体标度指数附近振荡。

本文采用四组正交子波(Harr, Db20, Meyer, Harmonic) 以及两组连续子波(Mexihat, Morlet 子波) 分析了完全发展的非对称槽道湍流的整体标度指数。我们要考虑的问题是, 湍流逆梯度输运现象如何影响湍流间歇性的。最后, 我们利用几种不同的方法计算局部标度指数并且与连续子波方法得到的进行比较。

## 1 子波的选择

子波变换是通过母子波  $w_{j,k}(x)$  和尺度函数  $s(x)$  构造而来的, 它们在空间和时间上具有双局部性。由于受测不准原理的制约, 子波的空间局部性和波数空间局部性是互相影响的(Mouri 等<sup>[13]</sup>)。本文采用正交子波分别为 Harr 子波, Db20 子波, Meyer 子波, Harmonic 子波。其中 Harr 子波是一个极端情形: 在空间具有很好的局部性(脉冲) 而在波数空间局部性很差。另外一个极端情形是 Harmonic 子波: 具有很好的波数空间局部性, 而物理空间局部性很差。其余的子波在空间和波数空间的局部性介于二者之间。这 4 组子波在空间的局部性逐渐递减, 而尺度空间的局部性逐渐递增。对于连续子波, 我们采用的是湍流研究中常用的 Mexihat 和 Morlet 子波。

## 2 实验概述

实验是在上海交通大学的工程力学系管流实验中心完成的。测试段为  $0.53 \text{ m} \times 0.22 \text{ m} \times 0.055 \text{ m}$ , 分别为长、宽和高。实际测量中, 将两块厚度为  $0.01 \text{ m}$  的树脂玻璃固定于上下两壁之间, 间距为  $0.02 \text{ m}$ , 这样就形成一个新的槽道流区(图 1)。非对称性通过将底壁粗糙化而将上壁保持光滑引入, 下壁的粗糙是通过在下壁树脂玻璃上安装边长为  $d = 0.003 \text{ m}$ , 宽为  $0.22 \text{ m}$  的小肋条得到的, 肋条的边长与肋条之间的间距比为  $d/l = 1:10$ 。实验中使用的仪器是激光测速仪(LDV)。数据的收集和分析软件是 TSI 的 Find 软件。

本文分析的数据为几种工况中的一种, 更为全面的介绍请参见 Lu 等<sup>[14]</sup>。雷诺数  $Re = U_c D/\nu = 30\,628$ , 其中  $U_c$  为中心线流向平均速度。测量点距离入口为  $49.3 \text{ cm}$  的完全发展湍流区。采样点的个数为  $M \times 2^N = 100 \times 16\,384$ 。实验中首先确定逆梯度输运区域, 方法如下:

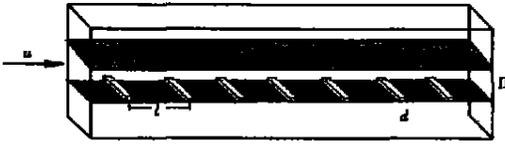


图1 非对称完全发展的槽道流

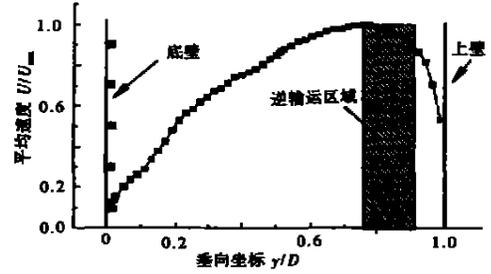


图2 完全发展的非对称槽道流中逆梯度输运区域

首先求得最大平均速度( $\partial U/\partial y = 0$ );之后求得雷诺应力为零的位置( $-\overline{uw} = 0$ );二者之间的区域即为逆输运区域。如图2,其中 $y$ 轴为光滑壁面处。该区域内数据点(CGT点)是本文着重分析的对象。另外的数据点(与CGT点流向位置相同)分别为:距光滑壁面为0.05 cm(记为Ansym 1);粗糙壁面0.8 cm处,对应于光滑壁面1.2 cm处(记为Ansym 2);距光滑壁面0.35 cm处(Ansym 3);完全发展的对称槽道流中心区域(记为Sym 1);距离壁面为0.8 cm(记为Sym 2)。完全发展的对称槽道流的工况与非对称情形类似,不过上下两壁均是光滑壁面。二者的雷诺数相同,测量的流向位置也相同。

### 3 结果与讨论

#### 3.1 整体标度指数

本节中主要运用正交子波来研究非对称槽道湍流的脉动速度的标度律,主要的目的是分析粗糙壁面和光滑壁面的存在怎样影响了湍流的标度律以及间歇性。惯性区内的奇异标度律是与湍能耗散率的间歇性紧密联系着,如果惯性区存在并且足够宽,那么就可以确定间歇性对结构函数的标度律的影响。由于实验的雷诺数并不是足够高,不能保证惯性区的存在。因此,广义自相似律(ESS)(Benzi等<sup>[15]</sup>)用来研究标度区域并且用来计算间歇因子。参考以往的工作(Onorato等<sup>[4]</sup>,Farge<sup>[16]</sup>,Camussi等<sup>[17]</sup>),我们假定湍流中的非高斯特性是由于相干结构存在的结果。

Farge<sup>[16]</sup>证明了当结构函数为幂次律的时候,那么子波系数也为幂次律,即

$$\langle w(r, x) \rangle_x \sim r^\alpha,$$

其中 $\alpha$ 是标度指数,而 $\langle \dots \rangle_x$ 表示在位置 $x$ 处的平均。

各个点的标度指数计算结果请见表1。需要说明的是,这里给出的是利用Db20子波计算的结果。对于其他3组子波,结果基本吻合。

从表1可以看出,对于完全发展的对称槽道流动而言,与Onorato等<sup>[4]</sup>的结果类似,靠近壁面时标度指数减小,间歇性增强。对于完全发展的非对称槽道流动,首先注意到在不同位置处的流向和垂向脉动速度,横向脉动速度的标度指数要小于垂向的标度指数,也就是说横向的间歇性要强一些,与毕卫涛等<sup>[3]</sup>的射流、尾流的分析一致。

还可以看到非对称槽道流动和对称槽道流动的间歇性存在着很大的差别。对于流向脉动速度而言, $y/h = 0.35$ 的间歇性要强于光滑壁面 $y/h = 0.05$ 的间歇性,而后的间歇性又强于CGT区域内的间歇性;但是对于横向速度而言, $y/h = 0.35$ 的间歇性要强于CGT区域内的间歇性,而后的间歇性却强于光滑壁面 $y/h = 0.05$ 的间歇性。

表 1 各分析点的整体标度指数

情况	$\zeta_p$	$p$	1	2	3	4	5	6	7
K4I(p/3)			0.333 3	0.666 7	1.000	1.333 3	1.666 7	2.000	2.333 3
SL			0.37	0.70	1.000	1.28	1.54	1.78	2.001
$y/h = 1^*$	$u$		0.368 5	0.718 9	1.000	1.282 4	1.544 4	1.787 3	2.013 3
$y/h = 0.8^*$	$u$		0.333 6	0.716 3	1.000	1.261 2	1.505 3	1.767 2	2.011 9
$y/h = 0.05$	$u$		0.376 1	0.709 1	1.000	1.270 5	1.523 0	1.759 9	1.982 9
	$v$		0.401 6	0.812 1	1.000	1.218 1	1.396 0	1.541 2	1.660 6
$y/h = 0.35$	$u$		0.380 8	0.693 7	1.000	1.243 7	1.448 9	1.626 5	1.788 2
	$v$		0.409 3	0.750 2	1.000	1.207 8	1.373 2	1.508 9	1.625 4
$y/h = 0.45$ (CGT)	$u$		0.383 1	0.708 2	1.000	1.260 1	1.496 9	1.711 3	1.881 0
	$v$		0.380 1	0.732 1	1.000	1.236 2	1.431 5	1.594 9	1.735 0
$y/h = 1.2$	$u$		0.375 6	0.666 9	1.000	1.275 9	1.534 4	1.778 9	2.012 5
	$v$		0.398 8	0.712 4	1.000	1.238	1.447 5	1.633 7	1.800 6

注: \* 为对称槽道流, 其他分析点为非对称槽道流动的点;  $h$  为  $1/2$  槽道高度, 其中以光滑壁为原点

Onarato 等<sup>[4]</sup>指出湍流非高斯部分是造成湍流奇异标度律的重要原因。利用与 Onarato 等<sup>[4]</sup>的方法, 对非对称槽道流逆梯度输运区域内的标度律进行了分析。表 2 给出了 CGT 区域内标度指数的分析结果。从表 2 可以看出, CGT 区域内非高斯部分是导致奇异标度律的根本原因, 而背景湍流(准高斯部分)基本满足 Kolmogorov 的标度律。对于其他区域内的分析表明, 与 Onarato 等<sup>[4]</sup>的结果一致, 将高斯部分去掉以后剩余的部分, 其标度仍然是原来的奇异标度律。

表 2 CGT 区域内脉动速度的标度指数

信号	$u$	0.383 1	0.708 2	1.000	1.260 1	1.496 9	1.711 3	1.881 0
	$v$	0.380 1	0.732 1	1.000	1.236 2	1.431 5	1.594 9	1.735 0
事件	$u_e$	0.382 4	0.692 6	1.000	1.187 5	1.435 6	1.701 2	1.831 3
	$u_{ne}$	0.337 2	0.673 3	1.000	1.333 3	1.666 7	1.997 8	2.299 9
	$v_e$	0.372 2	0.711 3	1.000	1.213 2	1.412 2	1.531 7	1.722 9
	$v_{ne}$	0.324 6	0.681 4	1.000	1.342 9	1.700 1	1.989 1	2.300 1

注:  $u_e, v_e$  为去掉高斯部分的信号,  $u_{ne}, v_{ne}$  为去掉非高斯部分的信号

### 3.2 局部标度指数

需要指出的是, 子波分析的方法并不是计算局部标度指数的唯一方法。其他常用的方法还有 GFS 方法(L vy V hel 和 Daoudi<sup>[18]</sup>)和基于估计振荡性的方法(Kolwankar 和 L vy V hel<sup>[19]</sup>)。它们都属于无参数化方法, 一般只有在某些技术性的条件满足的情况下才能给出正确的估计结果。事实上, 没有任何先验的假设, 单纯从一组离散的数据中来估计局部标度指数是非常困难的。参数化估计方法(Canus<sup>[20]</sup>)一般给出更可靠的结果。

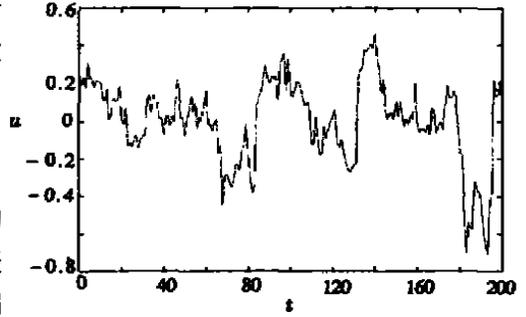
我们对上述 6 组数据进行了分析。图 2 给出了 CGT 区域内的分析结果。结果表明, 局部标度指数在整体标度指数附近振荡, 这与 Katul 等<sup>[8]</sup>的结论一致。同时, 后 3 种方法给出的结果与第 1 种方法(CWT: 注意图中给出的是 Mexihat 子波分析的结果, Morlet 子波的结果与之类

似)存在着很大的差异:局部标度指数并没有出现负值。其他五组数据得到同样的结论。

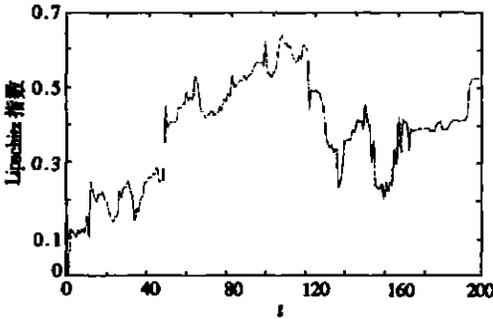
这说明对于给定的湍流信号,利用 CWT 来计算湍流的局部标度指数并不可靠,需要慎重考虑在湍流研究中出现的负的局部标度指数的情形。

#### 4 结论与展望

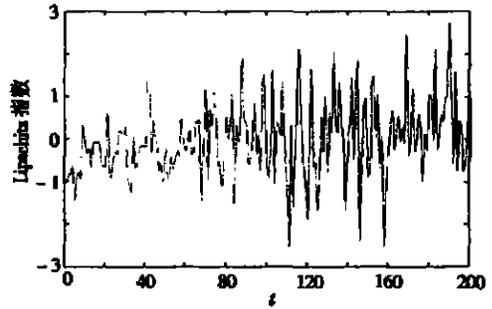
本文分析完全发展的非对称槽道流动的脉动速度的整体标度指数以及局部标度指数。结果表明在靠近光滑或者粗糙壁面的位置处,标度律偏离各向同性湍流的对应的标度律很大,当偏离光滑壁面但是未进入 CGT 区域内的时候,标度指数



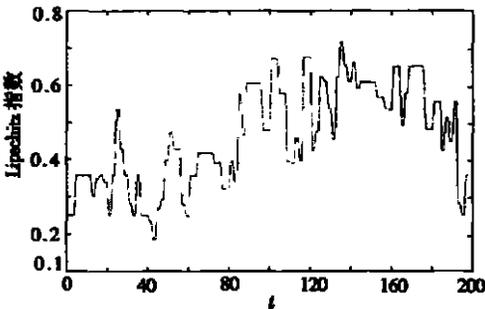
(a) CGT 流向脉动速度



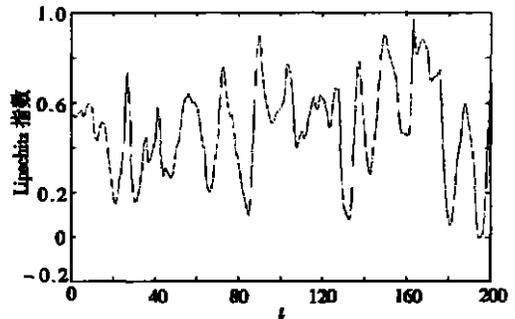
(b) 参数化估计方法



(c) 连续子波方法



(d) GIFS 方法



(e) 基于估计振荡性的方法

图3 不同方法得到的局部标度指数

略微下降,间歇性反而增强;而进入到 CGT 区域内标度指数又有所回升,间歇性下降;离开 CGT 区域靠近粗糙壁面的区域内标度指数又有所回升,间歇性下降。对于距离壁面不同距离点的脉动速度的标度指数的研究表明,横向速度的维数要大于流向脉动速度的维数,这说明横向脉动速度的间歇性要高于流向脉动速度的间歇性。另外,本文比较了利用几种不同的方法得到的局部标度指数,发现利用连续子波研究湍流脉动速度的局部标度指数并不可靠,因此需要慎重考虑在湍流研究中出现的负的标度指数的情形。

## [参 考 文 献]

- [1] Frisch U. Turbulence [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- [2] SHE Zhen\_su, Leveque E. Universal scaling laws in fully developed turbulence [J]. Physics Review Letter, 1994, **73**(3): 336—339.
- [3] 毕卫涛, 陈凯, 魏庆鼎. 湍流标度律的实验研究 [J]. 流体力学实验与测量, 2001, **15**(2): 71—77.
- [4] Onorato M, Camussi R, Iuso G. Small scale intermittency and bursting in a turbulent channel flow [J]. Physics Review E, 2000, **61**(2): 1447—1454.
- [5] Bacry E, Arneodo A, Frisch U, et al. Wavelet analysis of fully developed turbulence data and measurement of scaling exponents [A]. In: Lesieur M, Mtais O, Eds. Turbulence and Coherent Structures [C]. Kluwer Academic Publishers, 1990, 203—208.
- [6] 姜楠. 子波变换在实验流体力学中的应用 [J]. 流体力学实验与测量, 1997, **11**(1): 12—19.
- [7] 李栋, 许春晓, 张兆顺. 利用子波分析对平壁湍流猝发现象的研究 [J]. 力学学报, 2001, **33**(2): 153—162.
- [8] Katul G G, Vidakovic B, Albertson J D. Estimating global and local scaling exponents in turbulent flows using wavelet transformations [J]. Physics of Fluids, 2001, **13**: 241—250.
- [9] 姜楠, 王振东, 舒玮. 子波分析辨识壁湍流猝发事件的能量最大准则 [J]. 力学学报, 1998, **29**(4): 406—411.
- [10] 李栋, 许春晓, 崔桂香, 等. 壁湍流结构的二维子波分析 [J]. 力学学报, 2001, **33**(4): 433—441.
- [11] Jaffard S. On lacunary wavelet series [J]. The Annals of Applied Probability, 2000, **10**(1): 313—329.
- [12] Yamada M, Ohkitani K. Orthonormal wavelet expansion and its application to turbulence [J]. Progress of Theoretical Physics, 1990, **83**: 819—823.
- [13] Mouri H, Kubotani H, Fujitani T, et al. Wavelet analyses of velocity in laboratory isotropic turbulence [J]. J Fluid Mech, 1999, **389**: 229—254.
- [14] LU Zhi\_ming, LIU Yu\_lu, JIANG Jian\_bo. Experimental study on turbulent characteristics in the negative transport region of asymmetric plane channel flow [J]. Acta Mechanica Sinica, 2001, **17**(2): 125—132.
- [15] Benzi R, Ciliberto S, Tripicciono R, et al. Extended self-similarity in turbulent flows [J]. Phys Rev E, 1993, **48**(1): 29—32.
- [16] Farge M. Wavelet transform and their applications to turbulence [J]. Annu Rev Fluid Mech, 1992, **23**: 469—478.
- [17] Camussi R, Barbagallo D, Gui G, et al. Transverse and longitudinal scaling laws in non-homogeneous low Re turbulence [J]. Phys Fluids, 1996, **8**(5): 1181—1191.
- [18] Lvy V hel J, Daoudi K. Generalized IFS for signal processing [R]. IEEE DSP Workshop, Loen, Norway, 1996.
- [19] Kolwankar KM, Lvy V hel J. A time domain characterization of the fine local regularity of functions [J]. Journal of Fourier Analysis and Applications, 2002, **8**(4): 319—334.
- [20] Canus, C. Large deviation multifractal spectrum estimation [A]. In: Proceedings of International Wavelets Conference [C]. Tangier: Kluwer Academic Publishers, 1998, 281—286.

# Scaling Exponents in Fully Developed Asymmetric Channel Flow

JIANG Jian\_bo, QIU Xiang, LU Zhi\_ming, LIU Yu\_lu  
(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University,  
Shanghai 200072, P. R. China)

**Abstract:** Wavelet analysis is applied to study the global and local scaling exponents in fully developed asymmetric channel flow. Global exponents are calculated by orthogonal wavelets and Extended Scaling Similarity(ESS). The results show that the flow in an asymmetric channel flow exhibits different characteristics of intermittence from that in a symmetric flow. It is also shown that the intermittence property of the streamwise fluctuations is different from that of vertical fluctuations, and the intermittence does not decay with the increase of the distance from the wall. In addition, the Continuous Wavelet Transform(CWT) method is found to be unreliable to calculate the local scaling components. Finally, it is pointed out that the existence and the significance of negative local scaling components need further study.

**Key words:** turbulent counter\_gradient\_transport(CGT); scaling exponent; wavelet analysis