应用数学和力学, 第 26 卷 第 2 期(2005 年 2 月)
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2005) 02_0246_07

环境自然激励下一种结构损伤在线识别方法*

姚志远[1], 汪凤泉[2], 赵淳生[1]

(1. 南京航空航天大学 超声电机研究中心, 南京 210016;
2. 东南大学 工程力学系, 南京 210096)

(马兴瑞推荐)

摘要: 提出了一种环境自然激励下工程结构损伤识别方法, 该法仅仅通过结构的输出数据识别结构的损伤• 首先在结构完好的情况下, 通过结构的输出数据识别外部统计参数; 然后在结构损伤情况下, 通过结构的输出数据识别结构的损伤分布函数• 给出了识别结构损伤的理论模型和计算方法• 数值仿真结果表明, 该方法具有较高的辨别率和计算精度, 能够使用在桥梁和建筑的健康监测中•

关 键 词: 损伤识别; 参数识别; 在线识别技术; 健康监测技术
中图分类号: TU311.3 文献标识码: A

引 言

桥梁和建筑健康监测受到广泛的关注• 部分桥梁和建筑在建造的初期就已经安装了健康监测系统, 监测系统由风载传感器、压力传感器和加速度传感器组成• 这些传感器收集了大量的信息• 如何利用这些信息去估计结构的损伤和分析结构的耐久性, 是一个值得关注的研究问题•

由于结构内部的损伤导致结构的动力响应、自然频率、阵型和模态阻尼等动力特性的变化, 这些变化能够被用来探测结构内部的损伤• 在这方面, 人们提出许多结构的损伤识别方法(SDIM)[1~3]•

传统的SDIM 是基于结构系统的输入和输出的识别技术, 因此, 传统的SDIM 在大型结构的健康监测中被使用是十分困难的• 90 年代后期, 环境振动的识别方法被关注, 这是因为这个方法仅仅利用系统的输出数据识别结构参数[4]• 基于环境振动识别方法, 本文提出了识别结构损伤的理论模型和计算方法, 这个方法直接从结构的输出数据估计外部统计参数和损伤分布函数• 数值仿真结果表明, 本方法具有较高的计算精度和运算效率, 这个方法能够被利用在桥梁和建筑的健康监测中•

---

* 收稿日期: 2003_04_29; 修订日期: 2004_09_28
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59775022)
作者简介: 姚志远(1961—), 男, 江苏镇江人, 副教授, 博士(联系人. Tel: + 86_25_84893901; Fax: 86_25_84588382; E_mail: yaozhi_yuan@sohu.com)•

1 损伤分布函数和结构振动方程

由于标准梁的模态和自然频率有解析的表达形式,为了简化起见,我们考虑一个 Bernoulli_Euler 梁• 梁的长度为 L, 质量为 ρA, 完好梁的弹性模量为 E• 在小振幅的情况下, 一个完好状态的梁的运动方程为[5]:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)+\rho A\ddot{w}=f(x,t), \tag{1}$$

其中 $w(x,t)$ 是弯曲挠度,$f(x,t)$ 是外部随机激励, EI 是弯曲刚度, 上标点表示对 t 的偏导数•

假设由于结构在损伤位置的损伤而诱发的刚度变化表示如下[5~7]:

$$E_d(x)=E[1-d(x)], \tag{2}$$

其中 E_d 是损伤结构的等效弹性模量, $d(x)$ 是损伤分布函数•

假设通过一个梁的截面的损伤的是一样的• 那么在方程(1)中用 E_d 代替 E, 则得到损伤梁的振动方程为[5]

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI_d\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)+\rho A\ddot{w}=f(x,t), \tag{3}$$

其中 $$EI_d=\int_A Ed(x)y^2\mathrm{d}A$$

是等效衰减弯曲刚度•

在完好的梁中, 等式(3)中的第二项是没有的• 在这项研究中, 假设在梁的两端边界没有损伤• 这样一来,完好梁的边界条件就可以应用到损伤梁的情况•

2 完好结构的动力响应和外部统计参数的标定

结构振动包含结构和外部随机激励两部分信息• 这就是说, 外部振动的信息被作为统计参数的形式固化在振动响应中• 这一节的任务是给出一个识别这些统计参数的方法•

在这项研究中,外部激励是随机激励,在不同的时刻是相互独立的• 假设 x_0 是梁上确定的某一点, $w(x_0,t)$ 是 x_0 处的测试信号• 那么$f(x,t)$ 与 $w(x_0,t-\tau)$ 是相互独立的($\tau>0$)•

设

$$R(x,\tau)=\int_0^{+\infty}w(x,t)w(x_0,t-\tau)\mathrm{d}t,\quad F(x)=\int_0^{+\infty}f(x,t)w(x_0,t)\mathrm{d}t• \tag{4}$$

将等式(1)的两端同乘 $w(x_0,t-\tau)$ 并关于时间 t 在$(0,+\infty)$ 上积分,得

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI\frac{\partial^2 R}{\partial x^2}\right)+\rho A\ddot{R}=F(x)\delta(\tau)• \tag{5}$$

假设梁的模态是 $W_m(x)$, 方程(5)的解为

$$R(x,\tau)=\sum_m^M W_m(x)q_m(\tau), \tag{6}$$

其中 $q_m(\tau)$ 是模态坐标, 模态 $W_m(x)$ 满足方程

$$EIW_m^{(4)}-\rho A\Omega_m W_m=0\qquad(m=1,2,\cdots,M), \tag{7}$$

并具有正交特性

$$\int_0^L\rho AW_mW_n\mathrm{d}x=\delta_{mn},\quad\int_0^L EIW_m''W_n''\mathrm{d}x=\Omega_m^2\delta_{mn}, \tag{8}$$

其中 Ω_m 是完好梁的自然频率•

将方程(6)代入方程(5),然后应用方程(8)得

$$\ddot{q}_m + \Omega_m^2 q_m = f_m \delta(\tau), \tag{9a}$$

其中 $f_m = \int_0^L F(x) W_m(x) \mathrm{d}x$•

初始条件

$$q_m(0) = \int_0^L \rho A R(x, 0) W_m(x) \mathrm{d}x, \quad \dot{q}_m(0) = 0 \text{•} \tag{9b}$$

从方程(9)解得

$$q_m(\tau) = q_m(0) \cos \Omega_m \tau + \frac{f_m}{\Omega_m} \sin \Omega_m \tau \text{•} \tag{10}$$

将等式(10)代入等式(6)得到完好梁的振动响应•

从等式(10)知道,系统的响应 $q_m(\tau)$ 包含两个参数 $q_m(0)$ 和 f_m• 一旦响应 $q_m(\tau)$ 被知道,参数 $q_m(0)$ 和 f_m 就能够被确定•

3 损伤结构的动力响应

3.1 损伤梁的动力响应

从方程(3)得到标准损伤梁的运动方程

$$EI \frac{\partial^4 R}{\partial x^4} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI_d \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} \right) + \rho A \ddot{R} = F(x) \delta(\tau) \text{•} \tag{11}$$

假设 $W_n(x)$ 是损伤结构的模态,满足条件

$$EI \frac{\mathrm{d}^4 W_m}{\mathrm{d}x^4} - \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\left(EI_d \frac{\mathrm{d}^2 W_m}{\mathrm{d}x^2} \right) + \rho A W_m = 0, \qquad m = 1, 2, \cdots, M \text{•} \tag{12}$$

由式(12)和式(7),得到

$$EI \frac{\mathrm{d}^4 (W_m - W_m)}{\mathrm{d}x^4} + \rho A (W_m - W_m) = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\left(EI_d \frac{\mathrm{d}^2 W_m}{\mathrm{d}x^2} \right), \tag{13}$$

因为 $\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\left(EI_d \frac{\mathrm{d}^2 W_m}{\mathrm{d}x^2} \right) \neq 0,$

所以方程(13)的解是非零解,即 $W_m \neq W_m$•

上述分析表明,结构的损伤会导致模态发生变化• 为了损伤结构和完好结构的解具有对比性,本文以完好梁的模态为损伤结构解的函数基,考虑方程(11)的加权残数解[5]

$$R(x, \tau) = \sum_m^M W_m(x) q_m(\tau), \tag{14}$$

其中 $q_m(\tau)$ 是模态坐标•

将方程(14)代入方程(11),然后应用方程(8)得

$$\ddot{q}_m = \Omega_m^2 q_m - \sum_m^M \lambda_{mn} q_m = f_m \delta(\tau), \tag{15}$$

其中 $\lambda_{mn} = EI \int_0^L d(x) W''_m W''_n \mathrm{d}x$•

假设

$$q_m(\tau) = q_m(\tau) + \Delta q_m(\tau), \tag{16}$$

代入方程(15)得

$$\Delta\ddot{q}_m + \Omega_m^2\Delta q_m - \sum_n^M \lambda_{mn}\Delta q_n = \sum_n^M \lambda_{mn} q_n. \tag{17}$$

由于方程(17)中左边的第3项是小量,可以省略. 得到

$$\Delta\ddot{q}_m + \Omega_m^2\Delta q_m = \sum_n^M \lambda_{mn} q_n. \tag{18a}$$

初始条件

$$\Delta q_m(0) = 0,\quad \Delta\dot{q}_m(0) = 0. \tag{18b}$$

由方程(18),解得 Δq_m. 将 Δq_m 代入(16)式,得 q_m. 再将 q_m 代入(14)得到损伤梁的动力响应

$$\begin{aligned} R(x,\tau) = \sum_m^M W_m(x)\Bigg\{&\sum_{n(n\neq m)}^M \frac{\lambda_{mn}}{\Omega_m^2-\Omega_n^2}\Bigg[q_n(0)(\cos\Omega_n\tau - \cos\Omega_m\tau) + \\ &f_n\left(\frac{\sin\Omega_n\tau}{\Omega_n} - \frac{\sin\Omega_m\tau}{\Omega_m}\right)\Bigg] + \frac{\lambda_{mm} f_m}{2\Omega_m^2}\left(-\tau\cos\Omega_m\tau + \frac{1}{\Omega_m}\sin\Omega_m\tau\right) + \\ &\frac{\lambda_{mm} q_m(0)\tau}{2\Omega_m^2}\sin\Omega_m\tau + q_m(0)\cos\Omega_m\tau + \frac{f_m}{\Omega_m}\sin\Omega_m\tau\Bigg\}. \end{aligned} \tag{19}$$

上述方程表明,一旦知道完好梁的阵型、振动频率、参数 $q_m(0)$、f_m 和损伤分布函数,就能计算出受损伤梁上任意一点处的振动和某一确定点处振动的相关函数.

3.2 损伤分布函数的估计

上述讨论表明,损伤结构的响应依赖结构的损伤分布函数. 而损伤测试的目的是从损伤结构的响应识别结构的损伤分布函数. 由于任意连续函数都能利用分段函数去逼近,故本文利用分段函数表示损伤分布函数. 定义

$$d(x) = D_i,\qquad x\in[(i-1)\Delta x,\, i\Delta x],\quad i = 1, 2, \cdots, N, \tag{20}$$

其中 $D_i\in[0, 1]$ 是常数,表示梁的损坏程度, $\Delta x = L/N$, N 是确定的正整数.

将(20)式代入

$$\lambda_{mn} = EI\int_0^L d(x)\, W_m'' W_n''\,\mathrm{d}x,$$

并由式(19)得

$$R(x,\tau) = \sum_j^N X_j(x,\tau) D_j + \sum_m^M W_m(x)\left(q_m(0)\cos\Omega_m\tau + \frac{f_m}{\Omega_m}\sin\Omega_m\tau\right), \tag{21}$$

其中

$$\begin{aligned} X_j(x,\tau) = \sum_m^M W_m(x)\Bigg\{&\sum_{n(n\neq m)}^M \frac{k_{mn}^j}{\Omega_m^2-\Omega_n^2}\Bigg[q_n(0)(\cos\Omega_n\tau - \cos\Omega_m\tau) + \\ &f_n\left(\frac{\sin\Omega_n\tau}{\Omega_n} - \frac{\sin\Omega_m\tau}{\Omega_m}\right)\Bigg] + \frac{k_{mm}^j f_m}{2\Omega_m^2}\left(-\tau\cos\Omega_m\tau + \frac{1}{\Omega_m}\sin\Omega_m\tau\right) + \\ &\frac{k_{mm}^j q_m(0)\tau}{2\Omega_m^2}\sin\Omega_m\tau\Bigg\}, \end{aligned}$$

$$k_{mn}^j = EI\int_{(j-1)\Delta x}^{j\Delta x} W_m'' W_n''\,\mathrm{d}x.$$

(21)式表明,假定参数 $q_m(0)$ 和 f_m 已知,一旦给定部分测试点 x、部分延时 τ 和相应的响应 $R(x,\tau)$,方程(21)表示含有参数 D_j 的线性方程组. 这就是说,适当地选择 x 和 τ 利用最小二乘法就能够从方程(21)中求出参数 D_j 的估计值.

4 数值仿真

本文所提出的方法是通过计算变量 D_j 来识别结构损伤, 寻求损伤位置和损伤程度• 从方程(21) 知道, 变量 D_j 依赖于系统的输入和输出• 虽然外部激励是时间的函数, 但是如果外部激励是白噪声, 那么它的强度与时间无关• 这就是说, 参数 f_m 是与时间无关的变量• 它也是与结构的损伤无关的量• 重要的一步是, 首先通过完好结构反演参数 $q_m(0)$ 和 f_m•

考虑标准的简支梁, 设长度 $L = 1.2$ m, 弯曲刚度 $EI = 11.2\ \mathrm{N \cdot m^2}$, 单位长度的质量 $\rho A = 0.32$ kg/m• 相应的振型函数和固有频率为:

$$w_i(x) = \sqrt{\frac{2}{\rho A L}} \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right), \quad \Omega_i = \left(\frac{i\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \cdot \tag{22}$$

4.1 外部激励的识别

从等式(6) 和(10) 等, 得到

$$\sum_m^M W_m(x_i) \frac{1}{\Omega_m} \sin(\Omega_m \tau_i) f_m + \sum_m^M W_m(x_i) \cos(\Omega_m \tau_i) q_m(0) = R(x_i, \tau_i), \tag{23}$$

其中 x_i 为测试点位置, τ_i 是采样时间•

等式(23) 是含有参数 $q_m(0)$、f_m 和 (x_i, τ_i) 的方程组• 如果 (x_i, τ_i) 被适当地选择, 等式(23) 是仅含有参数 $q_m(0)$ 和 f_m 的方程组• 这个方程组能够通过最小二乘法求解• 参数 $q_m(0)$ 和 f_m 的求解结果被出示在表 1 中•

表 1 参数 $q_m(0)$ 和 f_m 的理论值和计算值的比较

	理论值	计算值		理论值	计算值
$q_1(0)$	0.713 96	0.713 69	f_1	0.509 55	0.510 15
$q_2(0)$	0.605 86	0.605 86	f_2	0.516 22	0.515 20
$q_3(0)$	0.822 12	0.822 12	f_3	0.967 95	0.966 70
$q_4(0)$	0.587 69	0.587 69	f_4	0.316 29	0.317 75
$q_5(0)$	0.254 36	0.254 35	f_5	0.132 33	0.130 20
$q_6(0)$	0.667 84	0.667 84	f_6	0.792 72	0.803 03
$q_7(0)$	0.561 59	0.561 57	f_7	0.021 58	0.013 62
$q_8(0)$	0.904 95	0.904 94	f_8	0.477 39	0.454 56
$q_9(0)$	0.065 02	0.065 03	f_9	0.290 69	0.282 15
$q_{10}(0)$	0.393 49	0.393 48	f_{10}	0.191 59	0.190 63

计算结果表明, 方程(23) 是适定的, 其解是稳定的•

4.2 损伤分布函数的确定

根据上文的讨论, 参数 $q_m(0)$ 和 f_m 已经被识别• 损伤分布函数的确定仅仅依赖系统的输出•

损伤识别是一类反问题, 其方程可能是不适定的• 在这个方法中, 适当地选择变量 D_j 的个数 N 和 (x_i, τ_i) 就能保证方程 (21) 是适定的, 其解是稳定的•

假设

$$X_{ij} = X_j(x_i, \tau_i) \cdot$$

$$Y_i = R(x_i, \tau_i) - \sum_m^M \left\{\frac{f_m}{\Omega_m} W_m(x_i) \sin \Omega_m \tau_i + q_m(0) W_m(x_i) \cos \Omega \tau_i\right\} \cdot \tag{24}$$

从等式(21)得到方程组

$$\sum_j^N X_{ij} D_j = Y_i + v_i, \tag{25}$$

其中 v_i 是由采样和计算产生的加性白噪声•

假设噪声 v 和信号 x 的能量比是 P_{NSR}，它被表示为

$$P_{\mathrm{NSR}} = \sum_j v^2(j) \Big\backslash \sum_j x^2(j) \text{•} \tag{26}$$

仿真计算中, 噪声影响被考虑• 表2出示了损伤变量 D_j 的理论值和估计值•

表2　　损伤变量 D_j 的理论值和估计值

	理论值	计算值		
		$P_{\mathrm{NSR}} = (1.044 \times 10^{-2})\%$	$P_{\mathrm{NSR}} = 0.457\%$	$P_{\mathrm{NSR}} = 1.270\%$
D_1	0.000	0.001 62	−0.008 62	−0.008 74
D_2	0.001	0.002 57	0.002 17	−0.001 50
D_3	0.010	0.009 12	0.010 22	0.007 96
D_4	0.030	0.028 65	0.016 32	0.036 88
D_5	0.100	0.100 06	0.109 24	0.104 82
D_6	0.200	0.198 65	0.206 58	0.195 09
D_7	0.020	0.019 99	0.014 58	0.024 64
D_8	0.001	0.001 49	0.005 50	−0.007 89
D_9	0.000	0.000 78	0.000 52	−0.000 05
D_{10}	0.000	−0.002 18	0.000 30	0.000 23

为了保证上述方程有解, 测试采样点 (x_i, τ_i) 的个数必须大于变量 D_j 的个数• 仿真结果表明, 增加测试点 x_i 的个数比增加采样时间的个数更有效, 另外, 如果测试点的位置被合理安排, 能够使测试点数减少到变量 D_j 个数的一半之内•

非等份区间 $(0, L)$ 可以减少未知变量 D_j 的个数, 如果我们对部分损伤和损伤位置有所了解, 对于损伤分布函数, 其损伤所在的区间可以分化细一点, 反之, 其无损伤部位所在的区间可以分化粗一点• 这也能使得未知变量 D_j 的个数有所减少•

5　结　　论

对于大型桥梁和建筑, 测量外部激励是困难的• 本文提出了一个基于环境振动的识别方法, 这个方法仅仅利用部分被测试的结构的输出数据识别结构的损伤, 它能够大大地减少测试点的个数•

在本文的分析中, 简单梁是一个例子, 该方法能够使用到一般的结构分析中• 文中使用了完好梁的振型和模态方程, 并通过梁的刚度的变化识别梁的损伤• 事实上, 对一般的结构, 能够利用有限元技术, 确定完好结构的振型, 建立有限元模态方程, 并通过结构刚度矩阵的变换识别结构的损伤•

本文提出了一个结构损伤的识别方法, 这个方法有两个过程, 一是在结构的无损伤时期, 通过系统的输出确定反映外部激励的统计参数, 二是在结构的损伤时期, 通过系统的输出确定结构的受损程度和受损位置• 数值仿真结果表明, 本方法具有较高的计算精度和运算效率, 这个方法能够被利用在桥梁和建筑的健康监测中•

[参 考 文 献]

[1] Thyagarajan S K, Schulz M J, Pai P F. Detecting structural damage using frequency response function [J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, **210**(1): 162—170.

[2] Abdo M A_B, Hori M. A numerical study of structural damage detection using changes in the rotation of mode shapes[J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, **251**(2): 227—239.

[3] Zou Y, Tong L, Steven G P. Vibration_based model_dependent damage (delimitation) identification and health monitoring for composite structures—A review[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, **230**(2): 357—378.

[4] James G H, Garne T G. The natural excitation technique(NExT) for modal parameter extraction from operating structures[J]. Internat J Analytical & Experimental Modal Analysis, 1995, **10**(4): 260—277.

[5] Lee Usik, Shin Jinho. A frequency response function_based structural damage identification method [J]. Computers and Structures, 2002, **80**: 117—132.

[6] Luo H, Hanagud S. An integral equation for changes in the structural dynamics characteristics of damaged structures[J]. Internat J Solids and Structures, 1997, **34**(35/36): 4557—4579.

[7] Banks H T, Inman D J, Leo D J, et al. An experimentally validated damage detection theory in smart structures[J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, **191**(5): 859—880.

A Method of Online Damage Identification for Structures Based on Ambient Vibration

YAO Zhi_yuan[1], WANG Feng_quan[2], ZHAO Chun_sheng[1]

(1. Research Center of Ultrasonic Motors, Nanjing University of Astronautics and Aeronautics, Nanjing 210016, P.R. China;

2. Department of Engineering Mechanic, Southeast University, Nanjing 210096, P.R. China)

Abstract: A method of damage identification for engineering structures based on ambient vibration is put forward, in which output data are used only. Firstly, it was identification of the statistic parameters to associate with the exterior excitation for undamaged structures. Then it was detection and location of the structural damages for damaged structures. The ambient identification method includes a theoretical model and numerical method. The numerical experiment results show the method is precise and effective. This method may be used in health monitoring for bridges and architectures.

Key words: damage identification; parameter identification; online identification technique; health monitoring technique