

# PLDA的作用原理与信息处理方法\*

孙厚钧

(上海市应用数学和力学研究所, 1985年1月22日收到)

## 摘 要

由本文可见, PLDA测量椭球体中微粒所散射的线偏振光分别具有的两个偏振面在空间域成 $\pi/2$ 夹角, 而在时间域对称光电检测器所输出的两组光电流则互差相位角 $\pi$ . PLDA的这一特性为改善其信号的SNR提供了可能. 另外, PLDA的光电流功率谱和折算流速 $u$ 的概率密度函数 $p_d(u)$ 的相似性也从理论上给出了证明, 并且也由实验数据和经典曲线及前人成果的一致性得到了验证.

## 一、前 言

激光测速仪是研究流动结构的非接触型光学仪器, 可用以测量水流和气流流速亦可用以测定水中微生物的浮游速度. 自1964年以来激光测速技术大为发展<sup>[1]</sup>, 但仍苦于噪音的干扰, 例如激光器固有噪音, 光束内光强高斯分布引起的基底噪音以及电网中的市电干扰等. 窄带滤波器固然能抑制噪音但亦将排除频率位于通频带之外的有用信息. 具有下限为1kHz的高通滤波器的激光测速仪(以下简称LDA)将无法测量多普勒频移低于1kHz的流速, 这意味着所形成的干涉体内条纹间距为 $5 \times 10^{-6} \text{m}$ 的LDA对小于 $5 \times 10^{-3} \text{m/s}$ 的流速是不敏感的. 为改善信噪比和提高对低速的分辨力我们采用了具有偏振面相互正交的两光束的差动式激光测速系统, 偏振差动式高分辨力激光测速仪, 简称PLDA<sup>[2], [3]</sup>. PLDA在流体力学边界层研究与生物力学研究中显示了很高的空间分辨力和测速灵敏度.

## 二、PLDA的差动效应

如所周知, 两正交线偏振光波的合成矢量矢端轨迹之方程可写为:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos\phi = \sin^2\phi \quad (2.1)$$

其中 $a$ 为光矢量振动方向平行于 $x$ 轴而平行于 $z$ 轴传播的光波的振幅,  $b$ 为振动方向平行于 $y$ 轴者的振幅;  $\phi$ 为两光波的相位差.

设二束光的波长皆为 $\lambda$ ,  $c$ 代表光速, 两束光的波数皆为 $k$ 而圆频率皆为 $\omega$ , 则有:

\* 钱伟长推荐.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = 2\pi \frac{c}{\lambda}$$

二光束的传播矢量分别为:

$$\mathbf{K}_1 = k_{o1} \cdot \mathbf{k}, \quad \mathbf{K}_2 = k_{o2} \cdot \mathbf{k}$$

其中  $\mathbf{k}_{o1}$  和  $\mathbf{k}_{o2}$  皆为单位矢量.

光束 1 可表达为:

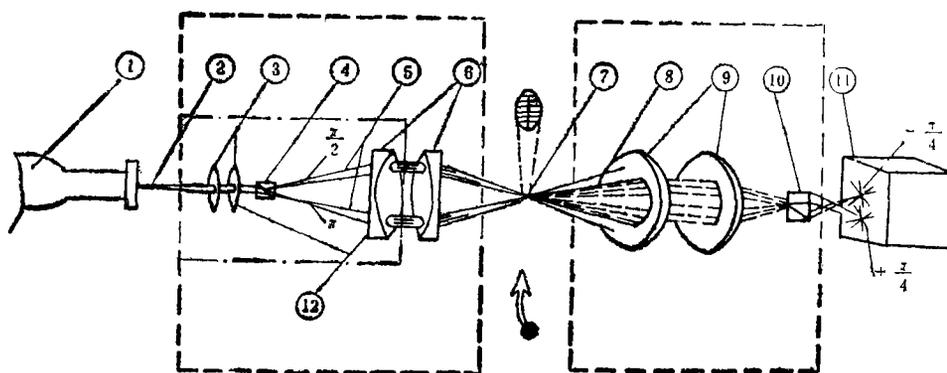
$$\psi_1 = \mathbf{A} \cdot \exp[i(\mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varepsilon_1)]$$

光束 2 可表达为:

$$\psi_2 = \mathbf{B} \cdot \exp[i(\mathbf{K}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varepsilon_2)]$$

其中  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  分别为光束 1 和 2 的初相角, 而  $\mathbf{r}$  则为径矢.

适当地调整图 1 中发射渥氏镜相对于入射光的方位我们可获致  $|\mathbf{A}| = |\mathbf{B}| = a = b$  与  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_0$ .



1 激光器; 2 激光束; 3 透镜 1; 4 渥氏棱镜 1; 5 分别平行及垂直于水平面的二光束; 6 透镜 2; 7 测点; 8 散射光; 9 透镜 3; 10 渥氏棱镜 2; 11 光电检测器; 12 扩束器.

图 1

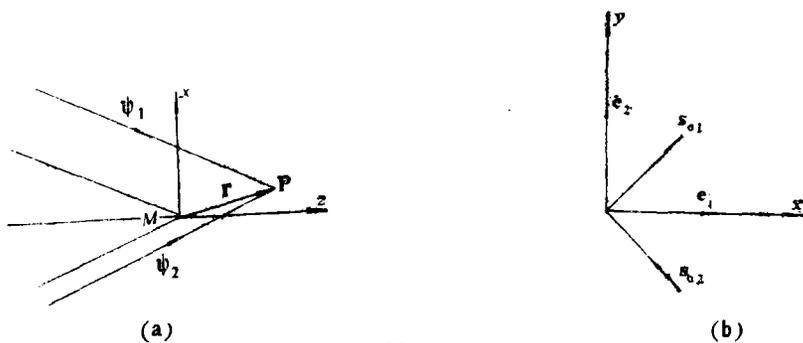


图 2

在  $t_0$  时刻两光束相交于  $P$ , 如图 2 所示, 光束 1 和 2 交会于  $P$  时将具有相位差  $\phi$ , 其值为:

$$\phi = (\mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{r}_P - \omega t_0 + \varepsilon_0) - (\mathbf{K}_2 \cdot \mathbf{r}_P - \omega t_0 + \varepsilon_0) = (\mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2) \cdot \mathbf{r}_P = \left( \frac{4\pi \sin(\theta/2)}{\lambda} \right) \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{r}_P \quad (2.2)$$

方程(2.2)显示在交会区内具有等相位差的点集构成法矢量为  $\mathbf{e}_x$  的平面. 由(2.1)和(2.2)式可见, 在假定  $|\mathbf{A}| = |\mathbf{B}| = a = b$  且  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_0$  的条件下, 与相位差  $\phi = 2n\pi$  对应的点处光矢量振动方向与  $zx$  坐标面的夹角皆为  $45^\circ$ , 这些点构成平面族  $M_i$ , 其方程式可写为:

$$\left(\frac{4\pi\sin\frac{\theta}{2}}{\lambda}\right)\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{r}_j = 2n\pi \quad (2.3)$$

该平面族  $M_i$  与坐标面  $zx$  的交线皆平行于  $z$  轴, 形成一组条纹, 相应于  $n=j$  者叫  $j$  级条纹. 令  $r_x = \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{r}$  代表矢径  $\mathbf{r}$  的  $x$  分量, 我们可得到与  $n=j$  和  $n=j+1$  相应的  $r_x$  为:

$$r_{xj} = j \frac{\lambda}{2\sin\frac{\theta}{2}}$$

$$r_{x(j+1)} = (j+1) \frac{\lambda}{2\sin\frac{\theta}{2}}$$

$$r_{x(j+1)} - r_{xj} = \frac{\lambda}{2\sin\frac{\theta}{2}}$$

这意味着两个相邻的呈  $45^\circ$  向偏振的平面间的距离为  $\lambda / 2\sin\frac{\theta}{2}$ .

与之类似, 光矢量在  $135^\circ$  方向振动的点集相应于  $\phi = (2n+1)\pi$ , 这些点的集合构成平面族  $M'_i$ , 而描述  $M'_i$  的方程则为:

$$\left(\frac{4\pi\sin\frac{\theta}{2}}{\lambda}\right)\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{r} = (2n+1)\pi \quad (2.4)$$

$M'_i$  平面族形成的  $j$  级和  $(j+1)$  级条纹的矢径的  $x$  向投影则分别为:

$$r'_{xj} = \left(j + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2\sin\frac{\theta}{2}}$$

$$r'_{x(j+1)} = \left(j + \frac{3}{2}\right) \frac{\lambda}{2\sin\frac{\theta}{2}}$$

由(2.3)和(2.4)式可知,  $M_i$  和  $M'_i$  两族平面形成的  $j$  级条纹间之垂距为:

$$\Delta r_x = \left[\left(j + \frac{1}{2}\right) - j\right] \frac{\lambda}{2\sin\frac{\theta}{2}} = \frac{\lambda}{4\sin\frac{\theta}{2}} \quad (2.5)$$

鉴于  $j$  为任选值, (2.5) 乃具有普遍意义, 表明在交会区两组椭圆偏振图型间有位错  $\lambda / 4\sin\frac{\theta}{2}$ .

为了验证这一结论作者在清华大学实验室中用全息干版拍摄了测量体积的微观照片(如图3), 照片表明(2.5)式是正确的, 看来 Bossel 和 Rudd<sup>[2][3]</sup> 关于这一问题的论述与实验室获得的照片不符合.

平面族  $M$  被平面族  $M'$  所平分, 偏振方向  $45^\circ$  的亮条纹与偏振方向  $135^\circ$  的亮条纹互相错置轮替排列为激光测速仪的差动运用提供了物理基础. 悬浮粒子穿越平面族  $M'$  各明亮面而使一只光电管转换输出的光电流  $I_2(t)$  相对于该粒子穿越平面族  $M$  各明亮面而使另一只光电管转换输出的光电流  $I_1(t)$  落后相位角  $\pi$ , 将  $I_1(t)$  和  $I_2(t)$  同时馈送给一个差动放大器的两个输入端则整个激光测速系统的输出信号的信噪比将大为改善. 图4(照片)所示为输出信号的示波

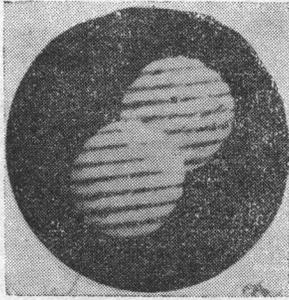


图 3

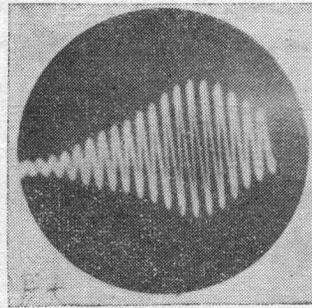


图 4

图, 由之可见信噪比是令人满意的.

### 三、PLDA 的光电流与其所提供的信息

一个以速度  $\mathbf{v}$  运动的微粒被频率为  $\omega_0$  之光束照射时将散射频率为  $\omega_s$  的光, 频移量  $\Delta\omega = \omega_s - \omega_0$  叫做多普勒频移  $\omega_D$ , 其表达式为:

$$\omega_D = -(\mathbf{K}_i - \mathbf{K}_s) \cdot \mathbf{v} \quad (3.1)$$

(3.1) 中  $\mathbf{K}_i$  和  $\mathbf{K}_s$  为入射光和散射光的传播矢量. 如二入射光束  $\mathbf{K}_{i1}$  和  $\mathbf{K}_{i2}$  具有相等的幅度  $A = A_L/2$ , 而且两者的偏振面互相平行, 又如光电检测器的频响上限  $f_u$  远小于入射激光束的频率  $\omega_0$ ,  $2\pi f_u \ll \omega_0$ , 则微粒度越二光束交会区时散射光产生的光电流可表为:

$$I(t) = 2\beta A^2 \{1 + \cos[(\mathbf{K}_{i2} - \mathbf{K}_{i1}) \cdot \mathbf{v}]t\} = \frac{\beta A_L^2}{2} (1 + \cos\omega_D t) \quad (3.2)$$

其中  $\omega_D = (\mathbf{K}_{i2} - \mathbf{K}_{i1}) \cdot \mathbf{v}$ ;  $A_L$  为激光波的振幅;  $\beta$  为光电检测器的光电转换系数.

(3.2) 式表明多普勒频率  $\omega_D$  在差动式 LDA 中与光电检测器相对于入射光及测点的方位无关, 这一情况为实验操作提供了极大方便. 若幅度为  $A_L$  的激光束被发射头中的渥氏稜镜等分为两束正交偏振的光束, 则在此二光束交点运动的微粒所散射的光矢量应为:

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{e}_1 \frac{A_L}{\sqrt{2}} \cos(\omega_0 + \omega_{D1})t + \mathbf{e}_2 \frac{A_L}{\sqrt{2}} \cos(\omega_0 + \omega_{D2})t \quad (3.3)$$

其中  $\mathbf{e}_1$  和  $\mathbf{e}_2$  分别为  $x$  向和  $y$  向的单位基矢量. (见图 2) 接收头中的渥氏稜镜将  $\mathbf{s}(t)$  分别偏转  $+45^\circ$  和  $-45^\circ$  射出  $\mathbf{s}_1$  和  $\mathbf{s}_2$ ,  $\mathbf{s}_1$  和  $\mathbf{s}_2$  的单位矢量则分别为:

$$\mathbf{s}_{o1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) \quad (3.4)$$

$$\mathbf{s}_{o2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2) \quad (3.5)$$

$$|\mathbf{s}_1| = \mathbf{s}(t) \cdot \mathbf{s}_{o1} = \frac{A_L}{2} [\cos(\omega_0 + \omega_{D1})t + \cos(\omega_0 + \omega_{D2})t] \quad (3.6)$$

$$|\mathbf{s}_2| = \mathbf{s}(t) \cdot \mathbf{s}_{o2} = \frac{A_L}{2} [\cos(\omega_0 + \omega_{D1})t - \cos(\omega_0 + \omega_{D2})t] \quad (3.7)$$

从第一道的光电管  $PD_1$  输出的光电流为:

$$I_1(t) = \frac{\beta A_L^2}{4} [\cos^2(\omega_0 + \omega_{D1})t + 2\cos(\omega_0 + \omega_{D1})t\cos(\omega_0 + \omega_{D2})t + \cos^2(\omega_0 + \omega_{D2})t]$$

而从第二道的光电管  $PD_2$  输出的光电流则为:

$$I_2(t) = \frac{\beta A_L^2}{4} [\cos^2(\omega_0 + \omega_{D1})t - 2\cos(\omega_0 + \omega_{D1})t\cos(\omega_0 + \omega_{D2})t + \cos^2(\omega_0 + \omega_{D2})t]$$

在  $\omega_0 \gg 2\pi f_u$  时, 由滤波平滑作用, 经适当数学运算可得:

$$I_1(t) = \frac{\beta A_L^2}{4} [1 + \cos(\omega_{D1} - \omega_{D2})t] \quad (3.8)$$

$$I_2(t) = \frac{\beta A_L^2}{4} [1 - \cos(\omega_{D1} - \omega_{D2})t] \quad (3.9)$$

上述推导说明电矢量  $s_1$  和  $s_2$  在空间域互相垂直而光电流  $I_1$  和  $I_2$  在时域互为反相。这一结论与作者以前用别的方法获得的结果恰可互为印证并已于实验所证实<sup>[3]</sup>。如果 PLDA 第一和第二槽道的光电管和阻容元件皆精心挑选保持对称, 则从放大倍数为  $k$  的差动放大器中输出的电流为:

$$I(t) = k[I_1(t) - I_2(t)] = \frac{k\beta A_L^2}{2} \cos\omega_D t \quad (3.10)$$

从(3.10)式和(3.2)式可见, 在光电检测器的量子效率相同而且所用放大器的放大倍数又相等的条件下, PLDA 与普通 LDA 两种仪器输出信号的交流分量是一样的, 但 PLDA 光电流中的直流分量却是被对销掉了的, 这一点从电子学的角度看有利选择合理的工作点, 而 PLDA 也确实给出了比普通 LDA 更良好的讯号。

由(3.10), 我们可取

$$\omega_D = \omega_{D1} - \omega_{D2} = \frac{4\pi v}{\lambda_0} \sin \frac{\theta}{2} \cos\phi \quad (3.11)$$

其中  $\lambda_0$  为激光在真空中的波长;  $v$  为流速  $\mathbf{v}$  的模;  $\theta$  为二入射光束夹角;  $\phi$  为速度  $\mathbf{v}$  与矢量  $(\mathbf{K}_{i1} - \mathbf{K}_{i2})$  的夹角。

令  $b = \frac{4\pi}{\lambda_0} \sin \frac{\theta}{2} \cos\phi$ , 则(3.10)式可写为

$$I(t) = \frac{k\beta A_L^2}{2} \cos bvt = \frac{k\beta A_L^2}{2} \cos u_c t \quad (3.12)$$

其中  $u_c = bv$  为一换算速度。

所以光电流  $I(t)$  的功率谱函数  $P(\omega)$  与以  $u_c$  为独立变量的功率谱  $P(u_c)$  是等效的。

#### 四、光电流的功率谱函数 $P(\omega)$ 和换算流速 $u_c$ 的概率密度函数 $p_d(u_c)$ 的相似性

流体力学实验中流速脉动变化过程可看成为平稳随机过程, 激光测速仪输出光电流的功率谱可通过富里哀变换求得。

$$P(\omega) = E \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [I_o k \cos(\omega_k t + \phi_k)] \exp[-i\omega t] dt \right|^2 \right\} \quad (4.1)$$

其中  $\tau_k = 2R/v_k$  是粒子  $k$  度越测量椭球体的时间;  $R$  为椭球体圆断面的半径;  $v_k$  为粒子  $k$  运动速度;  $\omega_k$  为粒子  $k$  引起多普勒频移. 此处我们假定:

- (1) 椭球体内速度分布与光照度分布是均匀的;
- (2)  $v_k$  的时变脉动增量低于  $v_k$  两个量级;
- (3) 粒子为同尺寸球形.

我们有

$$F_k(\omega) = \int_{-\tau_k/2}^{\tau_k/2} I_{o_k} \cos(\omega_k t + \phi_k) \exp[-i\omega t] dt$$

不失一般性,  $I_{o_k}$  通写为  $I_o$ ,

$$\begin{aligned} F_k(\omega) &= \frac{I_o}{2} \int_{-\tau_k/2}^{\tau_k/2} \left\{ \exp[i(\omega_k t + \phi_k)] + \exp[-i(\omega_k t + \phi_k)] \right\} \exp[-i\omega t] dt \\ &= \frac{I_o}{2} \left\{ \frac{\exp(i\phi_k)}{i(\omega_k - \omega)} \left[ \exp\left(i \frac{\omega_k \tau_k - \omega \tau_k}{2}\right) - \exp\left(-i \frac{\omega_k \tau_k - \omega \tau_k}{2}\right) \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{\exp(-i\phi_k)}{i(\omega_k + \omega)} \left[ \exp\left(-i \frac{\omega_k \tau_k + \omega \tau_k}{2}\right) - \exp\left(i \frac{\omega_k \tau_k + \omega \tau_k}{2}\right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\therefore |i(\omega_k + \omega)| \gg \left| \exp\left(i \frac{\omega_k \tau_k + \omega \tau_k}{2}\right) \right|$$

$$\begin{aligned} \therefore |F_k(\omega)| &\approx \left| \frac{I_o \exp(i\phi_k)}{2i} \frac{2i \sin\left(\frac{\omega_k \tau_k - \omega \tau_k}{2}\right)}{\frac{\omega_k \tau_k - \omega \tau_k}{2}} \frac{\tau_k}{2} \right| \\ &= \left| \frac{I_o \tau_k}{2} \exp(i\phi_k) \cdot \text{sinc} \frac{(\omega_k - \omega) \tau_k}{2} \right| \end{aligned}$$

这意味着富里哀谱的模为:

$$|F_k(\omega)| = \frac{I_o \tau_k}{2} \text{sinc} \frac{(\omega_k - \omega) \tau_k}{2} \quad (4.2)$$

而其平方为:

$$|F_k(\omega)|^2 = \frac{I_o^2 \tau_k^2}{4} \text{sinc}^2 \frac{(\omega_k - \omega) \tau_k}{2} \quad (4.3)$$

因为

$$\sin^2 \left[ \frac{(\omega_k - \omega)}{2} \tau_k \right] \approx 1 \quad \text{当 } |\omega_k - \omega| \leq \Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau_k}$$

$$\sin^2 \left[ \frac{(\omega_k - \omega)}{2} \tau_k \right] \approx 0 \quad \text{当 } |\omega_k - \omega| > \Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau_k}$$

所以,  $|F_k(\omega)|^2$  可看成为

$$|F_k(\omega)|^2 = 0 \quad \text{相应发生机率 } 1 - p_d(\omega_D) \Delta\omega_k,$$

$$|F_k(\omega)|^2 = \frac{I_o^2 \tau_k^2}{4} \quad \text{相应发生机率 } p_d(\omega_D) \Delta\omega_k.$$

其中  $p_d(\omega_D) \Delta\omega_k$  是随机变量  $\omega_D$  取值为  $\omega_k$  的机率. 当然,  $p_d(\omega_D) \Delta\omega$  与  $p_d(u_o) \Delta u_o$  是等效的,

$u_c$  与  $\omega_D$  的关系由(3.11)和(3.12)式决定。由于样本数  $N$  远大于100,  $|F(\omega)|^2$  的期望值可按照二项分布估值, 即:

$$P(\omega) = E\left\{\frac{1}{T} |F(\omega)|^2\right\} = \frac{NI_o^2\tau^2}{4T} \cdot p_d(\omega_D)\Delta\omega \quad (4.4)$$

此处  $N, I_o, \tau, T$  与  $\Delta\omega$  在一次实验中为由操作员置定的常数。(4.4) 式意味着  $P(\omega)$  与  $p_d(\omega_D)$  相似, 也即是  $P(\omega)$  与  $p_d(u_c)$  相似,  $u_c$  乃按照  $u_c = b\omega$  换算的。

## 五、有限渡越时间增宽

实际上测量椭球体内的照明度并非均布, 光振动幅度的分布函数可表达为光束截面内二维分布:

$$S(x, y) = \frac{A}{R} \exp\left(-\frac{\rho^2}{R^2}\right) \quad (5.1)$$

此处  $R$  是椭球体圆断面的半径, 而  $\rho^2 = x^2 + y^2$  (见图 5)。PLDA 输出的光电流做为时间  $t$  的函数为:

$$I_k(t) = I_{ok} \exp\left(-\frac{2x^2}{R_o^2}\right) \cos(\omega_k t + \phi_k) \quad (5.2)$$

此处  $R_o$  是激光束有效断面的半径;  $\omega_k$  是由粒子  $k$  运动产生的多普勒频移;  $I_{ok}$  是当粒子  $k$  恰好位于激光束中心时所生光电流的幅度。(在  $\rho = R_o$  处,  $I = I_{ok}e^{-2}$ .)

$$\therefore x = ut, \tau_k = \frac{2R_o}{u}, \text{ (此处 } u \text{ 是粒子 } k \text{ 沿直径横越光束的速度。)}$$

$$\therefore I_k(t) = \frac{I_{ok}}{2} \{ \exp[i(\omega_k t + \phi_k)] + \exp[-i(\omega_k t + \phi_k)] \} \exp(-8t^2\tau_k^{-2}) \quad (5.3)$$

对  $I_k(t)$  进行富里哀变换得:

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} I_k(t) \exp(-i\omega t) dt \\ &= \frac{I_{ok}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-[8t^2\tau_k^{-2} + i(\omega - \omega_k)t - i\phi_k]\} dt \\ &\quad + \frac{I_{ok}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-[8t^2\tau_k^{-2} + i(\omega + \omega_k)t + i\phi_k]\} dt \\ &= \frac{I_{ok}}{2} (J_1 + J_2) \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\text{令 } \xi = \frac{2\sqrt{2}}{\tau_k} t + i \frac{(\omega - \omega_k)\tau_k}{4\sqrt{2}}$$

我们得到:

$$\begin{aligned} J_1 &= \exp\left[i\phi_k - \frac{(\omega - \omega_k)^2\tau_k^2}{32}\right] \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\xi^2) \cdot \frac{\tau_k}{2\sqrt{2}} d\xi \\ &= \frac{\sqrt{\pi}\tau_k}{2\sqrt{2}} \left\{ \exp\left[\frac{-(\omega - \omega_k)^2}{32/\tau_k^2}\right] \right\} \exp(i\phi_k) \end{aligned}$$

与之类似, 又得到:

$$J_2 = \frac{\sqrt{\pi} \tau_k}{2\sqrt{2}} \left\{ \exp \left[ \frac{-(\omega + \omega_k)^2}{32/\tau_k^2} \right] \right\} \exp(-i\phi_k)$$

故可得:

$$F(\omega) = \frac{I_{0k}}{2} \cdot \frac{\sqrt{\pi} \tau_k}{2\sqrt{2}} \left\{ \exp \left[ \frac{-(\omega - \omega_k)^2}{32/\tau_k^2} \right] \cdot \exp(i\phi_k) \right. \\ \left. + \exp \left[ \frac{-(\omega + \omega_k)^2}{32/\tau_k^2} \right] \exp(-i\phi_k) \right\}$$

取谱曲线的正侧得:

$$|F(\omega)| = \frac{\sqrt{\pi} I_{0k} \tau_k}{4\sqrt{2}} \exp \left[ \frac{-(\omega - \omega_k)^2}{32/\tau_k^2} \right] \quad (5.5)$$

对于正态分布的富氏谱, 频率增宽为:

$$\sigma_{\omega f} = \frac{4}{\tau_k} \quad (5.6)$$

对于光电流的功率谱, 频率增宽将为:

$$\sigma_{\omega p} = \frac{2\sqrt{2}}{\tau} = \frac{\sqrt{2}}{R_e} \bar{u} \quad (5.7)$$

其中  $\tau$  为多粒子的平均渡越时间。

增宽亦可以取工程频率表示之, 即:

$$\sigma_{f_p} = \frac{\bar{u}}{4.4 R_e} \text{ (Hz)} \quad (5.8)$$

## 六、激光测速仪的空间分辨率与借助谱分析法 时的流动参数估值

在测量体积中  $z = \text{const}$  而  $y$  轴平行于铅垂线,  $x$  轴平行于水平线的横截面上, 位于窄条  $-y_1 < y < y_1$  水平带内的粒子对功率谱的贡献相对于断面内全部粒子的总贡献的比例应按下式估值:

$$\xi_t = \frac{\int_{-y_1}^{y_1} \exp(-4y^2/R^2) dy \int_{-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{R^2-y^2}} \exp(-4x^2/R^2) dx}{\int_{-R}^R \exp(-4y^2/R^2) dy \int_{-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{R^2-y^2}} \exp(-4x^2/R^2) dx} \quad (6.1)$$

令  $\eta = y/R$ ,  $\psi = x/R$

则

$$\xi_t = \frac{\int_{-\eta_1}^{\eta_1} \exp(-4\eta^2) d\eta \int_{-\sqrt{1-\eta^2}}^{\sqrt{1-\eta^2}} \exp(-4\psi^2) d\psi}{\int_{-1}^1 \exp(-4\eta^2) d\eta \int_{-\sqrt{1-\eta^2}}^{\sqrt{1-\eta^2}} \exp(-4\psi^2) d\psi}$$

考虑到对称性, 我们可简化为:  $\xi_t = F_t / F_{\text{Tot}}$

其中  $F_t = \int_0^{\eta_1} \exp(-4\eta^2) d\eta \cdot \int_0^{\sqrt{1-\eta^2}} \exp(-4\psi^2) d\psi$

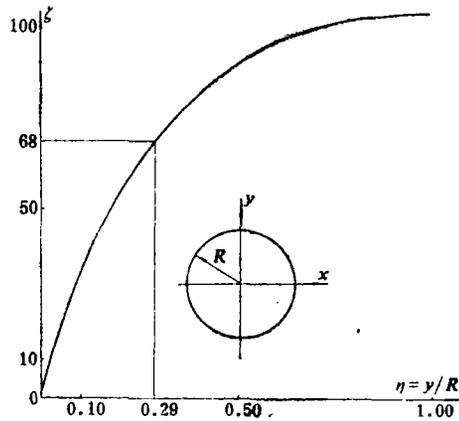


图 5

$$F_{Tot} = \int_0^1 \exp(-4\eta^2) d\eta \int_0^{\sqrt{1-\eta^2}} \exp(-4\psi^2) d\psi$$

由数值积分得到下表：

表 1

$\eta$	0.05	0.15	0.25	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95
$\zeta \times 100$	22.52	43.41	61.26	75.17	85.29	92.04	96.19	98.47	99.60	99.99

根据表 1 数据绘得  $\zeta = f(\eta)$  的关系曲线如图 5 所示。由该曲线可知 PLDA 输出信号总贡献的 68% 是由宽仅为  $0.58R$  的中心一窄带中的粒子提供的。作者所制成的 PLDA 测点光腰有效半径为  $35\mu\text{m}$ ，当用该仪器测固体边壁外  $10.5\mu\text{m}$  处流体速度时仍可获得有用信息，损失的信息量不大于 32%。

如上所述， $P(u_c)$  与  $p_a(u_c)$  相似，故流场  $\phi$  流体速度的数学期望值与方差可估算如下：

$$\bar{u} = E(v) = \frac{\lambda_0}{4\pi \sin \frac{\theta}{2} \cos \phi} \cdot E(\omega_D) \quad (6.2)$$

$$(\overline{u'})^2 = D(v) = \frac{\lambda_0^2}{16\pi^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \phi} D(\omega_D) = \frac{\lambda_0^2}{16\pi^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \phi} [D(f) - \sigma_{f^2}] \quad (6.3)$$

其中  $\lambda_0, \theta, \phi$  意义同前； $D(f)$  以赫茨 (Hz) 表示的功率谱方差； $\sigma_{f^2}$  由 (5.8) 式定义。

## 七、结 语

1. 光矢量  $s_1$  和  $s_2$  在空间域的夹角为  $\pi/2$ ，而光电流  $I_1(t)$  和  $I_2(t)$  在时域内的相位角差则为  $\pi$ 。这就决定了 PLDA 仅只感测粒子穿越测量体内条纹组所调制产生的多普勒信息，却排除掉其他噪音的干扰。即使是频率与多普勒信息者相同但在 PLDA 的两个通道和差动放大器的两个输入端以同相位出现的干扰也将被对销掉。全系统综合信噪比遂乃大大改善。

2. 对功率谱  $P(\omega)$  与概率密度函数  $p_a(u_c)$  的相似性进行了证明。确定了估计谱增宽效应的公式。所以在测获功率谱  $P(\omega)$  之后即可计算出流动参数  $\bar{u}, (\overline{u'})^2$ 。

3. 因激光束光强服从高斯分布, 故信息的绝大部分是由测量体的中心部分提供的。配以扩束器的PLDA的空间分辨率可认为约30至20微米。如采用计数型信息处理器, 则即使测量体内干涉条纹数较少仍可保证比较好的速变分辨率。

4. 作者运用自制PLDA进行流体力学边界层实验研究所得结果显示: 由速度在底层内分布梯度确定的局部摩擦系数  $c'_f$  与 Prandtl 的理论值符合良好 (见图6)。

这一事实不失为本文所述作用原理与信息处理方法的一个有效性验证。

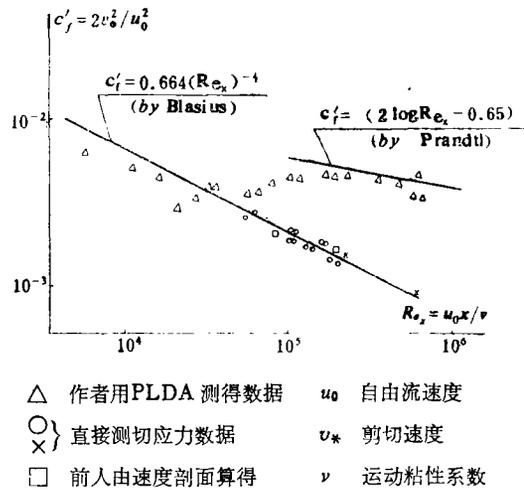


图6

### 参 考 文 献

- [ 1 ] Yeh, Y. and H. Z. Cummins, *Appl. Phys. Letters*, 4 (1964) 176.
- [ 2 ] Bossel, H. H., W. J. Hiller and G. E. A., Meier, *J. Phys. E. Sci. Instrum.* 9, (1972), 893.
- [ 3 ] 孙厚钧、董曾南、宋传琳、陶晓峰, *力学学报*, 2 (1982) 194.
- [ 4 ] 董曾南、孙厚钧、宋传琳、陶晓峰 *力学学报*, 6 (1982) 537.
- [ 5 ] Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, seventh edition, McGraw—Hill book Company New York (1979), 143.

## Principles of Instrumentation and Signal Processing Method of PLDA

Sun Hou-jun

(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai)

### Abstract

It is shown in this paper that in geometrical space two polarization planes of the linearly polarized light waves scattered by particles in measuring ellipsoid constitute an angle of  $\pi/2$ , while in sequence of time the signals sent out by two symmetric photodetectors in PDLA are separated by a phase angle  $\pi$ . This property of PDLA enables the improvement of SNR.

The similarity between power spectrum of photoelectrical current of PDLA and probability density function  $p_d(u_c)$  of investigated flow velocity has been proved theoretically and checked by agreement of obtained results with classical theory and generally accepted experiments.