

有限分析系数的精确计算与插值算法*

张世雄

(北京水利水电科学研究院, 1990年12月21日收到)

摘 要

有限分析法是流体计算中一种有效的数值计算方法。但是在解高雷诺数的对流扩散方程时, 有限分析系数计算将相当耗时且系数本身将严重失真。本文揭示了上述困难的成因, 并提出一种改进算法。首先, 建立了一套高精度计算系统, 并利用它精确地求出所有基点上被称为“ P_c ”的函数值。在实际计算中, 有限分析系数可通过插值得到的“ P_e ”值求出。实用算法在保证计算精度的同时, 大大提高了有限分析系数的计算速度。

关键词 有限分析系数 高雷诺数精确计算 插值法

一、引 言

有限差分法和有限单元法是解各种流体问题的常用数值计算方法。但是, 在计算高雷诺数的对流扩散方程时, 这两种方法都不稳定, 因此常用“迎风格式”来改善计算的稳定性。然而迎风格式也引起数值耗散。

有限分析法^{[1][2][3]}是近年发展起来的另一种解流体问题的数值方法。它的基本思想是在单元上用解析方法来求解控制方程, 并导出相应的代数方程。在整个计算区域上, 则与有限差分法和有限单元法一样, 构造成联立代数方程组并求解。与前两种方法不同的是, 由于有限分析法采用了局部解析方法, 因此它保留了流动方程的特性, 即对流与扩散的特性, 其系数具有自动的迎风效应。这一优点保证了有限分析法计算的稳定性和精确性。

然而, 进一步的研究发现, 当涉及问题的雷诺数较高时, 有限分析系数的计算将变得相当耗时且系数本身将严重失真。这将导致有限分析法对这类问题的计算完全失败。

本文研究了造成上述困难的原因, 揭示了这一困难并非来自有限分析法理论本身, 而是由于其中一个级数 E_2 的特殊精度要求造成的。采用常规计算, 这一精度要求不可能得到满足。然后, 本文提出了一种计算有限分析系数的改进方法。首先, 作者编制了一个高精度计算系统, 并利用它求出所有基点上的“ P_c ”值并排列成表格。在实际计算过程中, 有限分析系数则通过插值得到的“ P_e ”值求出。实用方法在保证计算精度的同时, 大大提高了有限分析系数的计算速度。

* 蔡树棠推荐。

二、有限分析法的基本原理

为方便起见,以下称有限分析法为FA法(Finite Analytic Method),有限分析系数为FA系数。为阐述FA法的基本原理,这里仅考虑一个二维稳定输运方程,对于其他方程,也可作类似处理:

$$u\Phi_x + v\Phi_y = \frac{1}{Re}(\Phi_{xx} + \Phi_{yy}) + f \quad (2.1)$$

式中 Φ 为基本变量如流速分量,压力等, f 为源项, Re 为雷诺数。

设图1为一个尺寸 $2h \times 2k$ 的矩形单元。为了采用解析方法在该单元求解输运方程(2.1),尚须作两项假定。首先,须把方程(2.1)在单元上线性化成为:

$$2A\Phi_x + 2B\Phi_y = \Phi_{xx} + \Phi_{yy} + g \quad (2.2)$$

其中 $2A = Re u_M$, $2B = Re v_M$, $g = Re f_M$ 。其次,在单元边界上,须指定 Φ 的函数形式。Chen^[1]认为线性指-数形函数是最佳选择。以左边界为例,即 $\Phi_w(y) = a + by + c(\exp[2By] - 1)$,其中 a, b, c 由单元尺寸 k 及结点函数值 $\Phi_{NW}, \Phi_{WC}, \Phi_{SW}$ 确定。

现在,在单元上满足边界条件 $\Phi_e(y), \Phi_h(x), \Phi_w(y), \Phi_s(x)$ 的方程(2.2)即可采用分离变量法解出。在中心点 M ,可建立如下方程:

$$\Phi_M = C_{NE}\Phi_{NE} + C_{NO}\Phi_{NO} + C_{NW}\Phi_{NW} + C_{WC}\Phi_{WC} + C_{SW}\Phi_{SW} + C_{SO}\Phi_{SO} + C_{SE}\Phi_{SE} + C_{EO}\Phi_{EO} + C_M g \quad (2.3)$$

其中 $C_{NE}, C_{NO}, \dots, C_{EO}, C_M$ 等称为FA系数,由下列公式确定(以下公式由文献中公式改写得到,这样做可以使以后的插值函数变化较小):

$$\left. \begin{aligned} C_{NO} &= \exp[-Bk]P_a/2\text{ch}(Bk) & C_{NE} &= \exp[-Ah-Bk]P_e/4\text{ch}(Ah)\text{ch}(Bk) \\ C_{SO} &= \exp[Bk]P_a/2\text{ch}(Bk) & C_{NW} &= \exp[Ah-Bk]P_e/4\text{ch}(Ah)\text{ch}(Bk) \\ C_{EO} &= \exp[-Ah]P_b/2\text{ch}(Ah) & C_{SW} &= \exp[Ah+Bk]P_e/4\text{ch}(Ah)\text{ch}(Bk) \\ C_{WC} &= \exp[Ah]P_b/2\text{ch}(Ah) & C_{SE} &= \exp[-Ah+Bk]P_e/4\text{ch}(Ah)\text{ch}(Bk) \\ C_M &= [Ah\text{th}(Ah)(P_e + P_b) + Bk\text{th}(Bk)(P_e + P_a)]/2(A^2 + B^2) \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

以及

$$\left. \begin{aligned} P_a &= 4Ah \cdot \text{ch}(Ah)\text{ch}(Bk)\text{cth}(Ah)E_2 \\ P_b &= 4Bk \cdot \text{ch}(Ah)\text{ch}(Bk)\text{cth}(Bk)E'_2 & P_e &= 1 - P_a - P_b \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

$$\left. \begin{aligned} E_2 &= \sum_{m=1}^{\infty} -(-1)^m \lambda_m h / \{[(Ah)^2 + (\lambda_m h)^2]^2 \text{ch}(\mu_m k)\} \\ E'_2 &= \sum_{m=1}^{\infty} -(-1)^m \lambda'_m k / \{[(Bk)^2 + (\lambda'_m k)^2]^2 \text{ch}(\mu'_m h)\} \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

$$\mu_m = (A^2 + B^2 + \lambda_m^2)^{1/2}, \quad \lambda_m = (2m-1)\pi/2h$$

$$\mu'_m = (A^2 + B^2 + \lambda'_m{}^2)^{1/2}, \quad \lambda'_m = (2m-1)\pi/2k$$

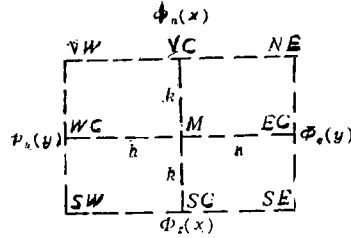


图1 典型单元

此外, P_a, P_b 还存在下面的关系:

$$\frac{1-P_a}{1-P_b} = \frac{Ak \cdot \text{th}(Bk)}{Bk \cdot \text{th}(Ah)} \quad (2.7)$$

在以上公式中, ch , th , cth 等为双曲函数.

这样, 利用 FA 法可以在计算区域的每个内点上建立一个代数方程(2.3), 当区域的边界条件确定后, 综合代数方程组便可解出, 获得输运方程(2.1)的一组数值解. 由于 FA 系数都是正的, 8个系数 $C_{NE}, C_{NG}, \dots, C_{EO}$ 之和为1, 并且它具有能确切反映方程(2.1)的对流扩散性质的迎风效应, 因此 FA 法能够提供提供一个稳定的计算过程, 并且解的精度较高.

三、有限分析系数计算中的困难

在一般情况下, FA 系数可由公式(2.4), (2.5), (2.6)求出. 但是进一步的研究发现, 随着单元雷诺数 Ah 和 Bk 的增加, 式(2.6)中的 E_2 或 E'_2 将需要越来越多的项数, 同时其和式却损失越来越多的有效数字. 这就使得 FA 系数的计算时间增加同时精度降低以至于最后完全失真. 下面以三个例子来说明这一情况, 例中左面的一列数字是级数 E_2 的各项, 右面的一列数字是 E_2 前 n 项之和. 三个例子最后所得的 FA 系数列于表1中.

例1 $Ah=Bk=30, h/k=1$

	项 式		和 式	
1	0.19785957577120	E-9	0.19785957577120	E-9
2	-0.21194797222287	E-9	-0.01408839645166	E-9
3	0.05666784717464	E-9	0.04257945072297	E-9
4	-0.00748170648090	E-9	0.03509774424207	E-9
5	0.00065041846490	E-9	0.03574816270698	E-9
6	-0.00004370011410	E-9	0.03570446259287	E-9

例2 $Ah=8k=30, h/k=1$

	项 式		和 式	
1	0.14063974940878	E-23	0.14063974940878	E-23
2	-0.32044285776804	E-23	-0.17980310835926	E-23
3	0.31005758779508	E-23	0.13025447943582	E-23
4	-0.19497357599931	E-23	-0.06471909656349	E-23
5	0.08854429108570	E-23	0.02382519452221	E-23
6	-0.03063364721295	E-23	-0.00680845269074	E-23
7	0.00837918477187	E-23	0.00157073208113	E-23
8	-0.00186674863847	E-23	-0.00029601655733	E-23
9	0.00034740538438	E-23	0.00005138882704	E-23
10	-0.00005520828554	E-23	-0.00000381945850	E-23
11	0.00000763741065	E-23	0.00000381795214	E-23
12	-0.00000093536187	E-23	0.00000288259027	E-23
13	0.00000010292078	E-23	0.00000298551106	E-23
14	-0.00000001030626	E-23	0.00000297520480	E-23

15	0.0000000094985	E-23	0.00000297615462	E-23
例3 $Ah=Bk=70, h/k=1$				
	项 式		和 式	
1	0.13120435440695	E-49	0.13120435440695	E-49
2	-0.35343386417017	E-49	-0.22222950976321	E-49
3	0.47512322303284	E-49	0.25289371326962	E-49
4	-0.48231949248967	E-49	-0.22942577922004	E-49
5	0.40469970436199	E-49	0.17527392514194	E-49
6	-0.29096656497375	E-49	-0.11569263983181	E-49
7	0.18266378270516	E-49	0.06697114287335	E-49
8	-0.10131517008197	E-49	-0.03434402720862	E-49
9	0.05006651054931	E-49	0.01572248334068	E-49
10	-0.02218842424857	E-49	-0.00646594090589	E-49
11	0.00886789079322	E-49	0.00240194988793	E-49
⋮	⋮		⋮	
22	-0.00000000135424	E-49	-0.00000000018639	E-49
23	0.00000000021451	E-49	0.00000000002812	E-49
24	-0.00000000003214	E-49	-0.00000000000401	E-49
25	0.00000000000456	E-49	0.00000000000054	E-49
26	-0.00000000000061	E-49	-0.00000000000006	E-49
27	0.00000000000007	E-49	0.00000000000001	E-49
28	-0.00000000000000	E-49	-0.00000000000001	E-49

表1

FA 系 数

例 1			例 3		
$Ah=10$	$Bk=10$	$h/k=1$	$Ah=70$	$Bk=70$	$h/k=1$
$C_{NW}=0.00000$	$C_{NC}=0.00000$	$C_{NE}=0.00000$	$C_{NW}=0.00000$	$C_{NC}=0.00000$	$C_{NE}=0.00000$
$C_{WC}=0.17324$	$C_M=0.04134$	$C_{EC}=0.00000$	$C_{WC}=-6.8951$	$C_M=0.05639$	$C_{EC}=0.00000$
$C_{SW}=0.65352$	$C_{SC}=0.17324$	$C_{SE}=0.00000$	$C_{SW}=14.7901$	$C_{SC}=-6.8951$	$C_{SE}=0.00000$
例 2			例 4		
$Ah=30$	$Bk=30$	$h/k=1$	$Ah=70$	$Bk=70$	$h/k=1$
$C_{NW}=0.00000$	$C_{NC}=0.00000$	$C_{NE}=0.00000$	$C_{NW}=0.00000$	$C_{NC}=0.00000$	$C_{NE}=0.00000$
$C_{WC}=0.10196$	$C_M=0.01497$	$C_{EC}=0.00000$	$C_{WC}=0.06713$	$C_M=0.00666$	$C_{EC}=0.00000$
$C_{SW}=0.79608$	$C_{SC}=0.10196$	$C_{SE}=0.00000$	$C_{SW}=0.86573$	$C_{SC}=0.06713$	$C_{SE}=0.00000$

在例1中, $Ah=Bk=10$, 为使和式 E_2 具有三位可靠数字只要计算6项, 最后得 0.0357×10^{-8} , 小数点后面的一个零表明和式已损失一位有效数字. 例2当 $Ah=Bk=30$ 时计算了15项, 和式已损失了五位有效数字, 结果还是正确的. 在例3中 $Ah=Bk=70$, 尽管计算了28项, 耗费了大量计算时间, 仍然没有得到收敛结果, 而其和式的有效数字却已丧失殆尽, 其结果, 在FA系数(见表1例3)中出现了负值, 显然错了.

在许多实际问题中, Ah, Bk 往往更大. 这时, 仍采用公式(2.4)~(2.6)来求FA系数, 不仅浪费计算时间, 而且结果完全失真. 必须另想办法.

四、有限分析系数的精确计算

很希望能从改变 E_2 的算法着手来解决上述困难,可惜至今未获得成功.本文提出一种并不巧妙但确实可行的方法来解决这一问题.这个方法通过两个步骤来实现:精确计算和插值算法.现在先叙述FA系数的精确计算方法.

既然关键问题在于:在高雷诺数情况下,级数 E_2 将丧失过多的有效数字而失去其准确性,那末一种简单的解决办法就是增加计算的有效数字.但是由于目前的计算机只能提供14位有效数字,所以采用常规计算这是难于办到的.笔者设计了一个专用高精度运算系统,其中每一个运算步骤 $+$, $-$, \times , \div , $\sqrt{\quad}$ 等都是—个子程序,可以以使用者指定的任意多位有效数字进行运算,因此其计算结果也具有同样多位有效数字.为具体说明这一方法,下面以 $+$, $+$ 为例,详细说明高精度计算是如何实现的.

为了与一般运算符号区别,这里用带“'”的 $+$, $-$, \times , \div 等表示高精度运算符,用字母 A, B, C 等表示高精度数.在下面的算例中,每个高精度数由5个整型数组成(可指定任意多个),第一个整数表示这一高精度数的符号,1为正, -1为负;第二个整数指示此高精度数的小数点位置;第3, 4, 5个整数每个8位,串起来就是这个高精度数的尾数,即具有24位有效数字.设 A, B 分别为:

$$\begin{array}{r} A: \quad 1 \quad 2 \quad 12345678 \quad 90123456 \quad 78901234 \\ B: \quad 1 \quad -2 \quad 12345678 \quad 12345678 \quad 12345678 \end{array}$$

则表示 $A=12.3456789012345678901234$, $B=0.00123456781234567812345678$.

(1) 高精度加法 $C=+A+B$

步骤1: 把 A, B 小数点位置对齐:

$$\begin{array}{r} A: \quad 1 \quad 2 \quad 12345678 \quad 90123456 \quad 78901234 \\ B: \quad 1 \quad 2 \quad 00001234 \quad 56781234 \quad 56781234 \end{array}$$

步骤2: 对 A, B 的第3, 4, 5个整数分别进行加法运算($C(i)=+A(i)+B(i)$, $i=3, 4, 5$)

$$C: \quad 1 \quad 2 \quad 12346912 \quad 146904690 \quad 135682468$$

步骤3: 整理 C , 使其第3, 4, 5个整数仍保持8位, 其余的进位:

$$C: \quad 1 \quad 2 \quad 12346913 \quad 46904691 \quad 35682468$$

所以实际上 $C=+A+B=12.3469134690469135682468$.

(2) 高精度除法 $C=+A\div B$

步骤1: 把高精度数 A 和 B 转化成通常的双精度数 a 和 b , $a=0.12345678901234E-2$, $b=0.12345678123456E-2$, 其中每个都有14位有效数字;

步骤2: 作通常除法 $c^1=a\div b=0.10000000630000E-5$, 然后把 c^1 转化成高精度数 C^1 :

$$C^1: \quad 1 \quad 5 \quad 10000000 \quad 63000000 \quad 00000000,$$

步骤3: 执行高精度运算 $A^1=+A-B\times C^1$. 由于 c^1 是 C^1 的近似值, 故 A^1 便是由此产生的剩余

$$A^1: \quad 1 \quad -13 \quad 64877778 \quad 40000000 \quad 00000000,$$

步骤4: 以 A^1 代替 A , 重复步骤1, 2, 3, 直到 A^n 等于零为止:

$$\begin{array}{r} C^2 \quad 1 \quad -9 \quad 5255100 \quad 42376700 \quad 00000000 \\ A^2 \quad 1 \quad -21 \quad 20000000 \quad 00000000 \quad 00000000 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccccc}
 C^3 & 1 & -17 & 01620000 & 11664000 & 00000000 \\
 A^3 & 1 & -22 & 00000000 & 00000000 & 00000000,
 \end{array}$$

步骤5: 执行高精度运算 $C = 'C^1 + 'C^2 + 'C^3$:

$$\begin{array}{rcccccc}
 C_1 & 1 & 5 & 10000000 & 63000005 & 25510043
 \end{array}$$

所以 $C = 10000.0006300000525510043$ 为 A 与 B 的高精度除法结果。

应用上述高精度运算系统, FA 系数失去精度的困难就得到了解决。例如, 当 $Ah = Bk = 70$ 时, 使用高精度运算系统, 其 E_2 的计算过程如下:

例4 $Ah = Bk = 70, h/k = 1$

项 式					和 式				
1	0.13120435	44069589	89737467	E-49	0.13120435	44069589	89737467	E-49	
2	-0.35343386	41701752	80636804	E-49	-0.22222950	97632162	90899337	E-49	
3	0.47512322	30328459	99736458	E-49	0.25289371	32696297	08837121	E-49	
4	-0.48231949	24896749	78582833	E-49	-0.22942577	92200452	69745712	E-49	
5	0.40469970	43619901	77118017	E-49	0.17527392	51419449	07372305	E-49	
6	-0.29096656	49737596	87772526	E-49	-0.11569263	98318147	80400221	E-49	
7	0.18266378	27051662	11339174	E-49	0.06697114	28733514	30938953	E-49	
8	-0.10131517	00819797	90266058	E-49	-0.03434402	72086283	59327105	E-49	
9	0.05006651	05493101	08927165	E-49	0.01572248	33406817	49600060	E-49	
10	-0.02218842	42465755	69601921	E-49	-0.00646594	09058938	20001861	E-49	
11	0.00886789	07938324	58915520	E-49	0.00240194	98879386	38913659	E-49	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
22	-0.00000000	13542401	45713502	E-49	-0.00000000	01863980	39268767	E-49	
23	0.00000000	02145194	49394938	E-49	0.00000000	00281214	10126171	E-49	
24	-0.00000000	00321405	89550917	E-49	-0.00000000	00040191	79424746	E-49	
25	0.00000000	00045670	34250735	E-49	0.00000000	00005478	54825989	E-49	
26	-0.00000000	00006170	68023503	E-49	-0.00000000	00000692	13197514	E-49	
27	0.00000000	00000794	73817471	E-49	0.00000000	00000102	60619956	E-49	
28	-0.00000000	00000097	79826954	E-49	0.00000000	00000004	80793002	E-49	
29	0.00000000	00000011	52468991	E-49	0.00000000	00000016	33261993	E-49	
30	-0.00000000	00000001	30330401	E-49	0.00000000	00000015	02931593	E-49	
31	0.00000000	00000000	14173007	E-49	0.00000000	00000015	17104617	E-49	
32	-0.00000000	00000000	01484961	E-49	0.00000000	00000015	15619640	E-49	
33	0.00000000	00000000	00150175	E-49	0.00000000	00000015	15769815	E-49	

在上面计算过程中, 尽管失去了14位有效数字, 但仍然保留有10位有效数字, 因此其结果仍然足够精确。表1例4是最后得到的FA系数。比较这一结果和例3, 可以清楚地看出后者的错误是由于损失太多的有效数字引起的。

五、有限分析系数的插值算法

使用上述高精度运算系统, 确能在任何情况下精确地求出FA系数。然而这一运算系统不能直接应用于实际计算, 因为这一运算系统的计算速度太慢。例如, 当 $Ah = Bk = 300$, $h/k = 1$ 时, 计算一组FA系数在百万次计算机上大概要耗费1分钟CPU时间, 此时应用的高精度数为96位。在实际计算中, 需要计算数以万计的FA系数, 必须另想办法。

一个自然的设想就是采用插值技术。现在，再一次考察(2.4)式可以看出，当 A, B, h, k 确定以后，全部FA系数便可由 P_a, P_b, P_e 决定。但由(2.5), (2.7)两式可解出

$$P_a = (-W \times P_e) / (-1 + W), P_b = (W - P_e) / (1 + W) \quad (5.1)$$

式中
$$W = \frac{Ak \cdot \text{th}(Bk)}{Bh \cdot \text{th}(Ah)} \quad (5.2)$$

由此可见，当 A, B, h, k 确定以后， P_e 值便可决定全部FA系数，这样， P_e 便可被确定为唯一的被插值函数。

再考察(2.5), (2.6)式，还可发现， P_e 实际上只依赖于3个参数： Ah, Bk 和 h/k 。因此，为了制造一张 P_e 的插值表，需要事先确定三串参数： $Ah=(Ah)_1, (Ah)_2, (Ah)_3, \dots$ ； $Bk=(Bk)_1, (Bk)_2, (Bk)_3, \dots$ ； $h/k=R_1, R_2, R_3, \dots$

这三串参数应能覆盖全部可能遇到的情况，同时应尽可能缩小这些参数的规模。然后，利用高精度运算系统计算(2.5), (2.6)，求出每组三个参数的 P_e 值，制成一张用于插值的表格。

在采用插值算法计算FA系数时，其实际过程有如下述：

- 1) 给定原始参数 A, B, h, k ;
- 2) 由插值算法求出 P_e 值;
- 3) 由(5.2)式求出 W ，由(5.1)式求出 P_a, P_b 值;
- 4) 由(2.4)式求出全部FA系数。

另外有一点需要说明。在上面过程2)中用插值技术计算 P_e 值时，插值点的位置应避免“寻找”的方法，这样做工作量较大，其位置应由计算获得，而这一点只要通过适当的程序技巧就可实现。

由上面的计算步骤可以看出，采用插值法计算FA系数确实简化了计算过程，避免了级数等繁琐运算，从而提高了计算速度，保证了计算精度。我们采用这个方法，在PRIME计算机（约百万次）上，计算1000组FA系数只用了5秒钟CPU时间，插值所引起的误差不超过1%。

表 2

用AFAC和IFAC计算的FA系数

		由AFAC计算的结果			由IFAC计算的结果		
$Ah=500.0$	$Bh=200.0$	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$Ak=250.0$	$Bk=100.0$	0.20074	0.00100	0.00000	0.20087	0.00100	0.00000
$Bh/Ak=0.800$	$h/k=2.000$	0.79834	0.00092	0.00000	0.79805	0.00108	0.00000
$Ah=500.0$	$Bh=212.1$	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$Ak=235.7$	$Bk=100.0$	0.10924	0.00099	0.00000	0.10960	0.00099	0.00000
$Bh/Ak=0.900$	$h/k=2.121$	0.88049	0.01027	0.00000	0.87973	0.01067	0.00000
$Ah=500.0$	$Bh=223.6$	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$Ak=223.6$	$Bk=100.0$	0.04360	0.00096	0.00000	0.04396	0.00096	0.00000
$Bh/Ak=1.000$	$h/k=2.236$	0.91280	0.04360	0.00000	0.91208	0.04396	0.00000
$Ah=500.0$	$Bh=234.5$	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$Ak=213.2$	$Bk=100.0$	0.01211	0.00090	0.00000	0.01275	0.00090	0.00000
$Bh/Ak=1.100$	$h/k=2.345$	0.88597	0.10192	0.00000	0.88475	0.10250	0.00000
$Ah=500.0$	$Bh=245.0$	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$Ak=204.1$	$Bk=100.0$	0.00236	0.00083	0.00000	0.00259	0.00083	0.00000
$Bh/Ak=1.200$	$h/k=2.450$	0.82901	0.16863	0.00000	0.82858	0.16883	0.00000

在表2中列出了部分单元雷诺数较高时的FA系数的例子。在这些例子中,如采用公式(2.4)~(2.6)及通常的计算手段,不仅耗费了大量计算时间,而且得到的是面目全非的结果。标以“AFAC”的结果是FA系数的精确结果,采用高精度系统获得的。标以“IFAC”的结果是采用插值法获得的。这两者的差别极小,而后者的计算速度远优于前者。

六、小 结

有限分析法是流体计算中一种有效的数值方法。但是,在高雷诺数情况下,有限分析系数的计算非常耗时并严重失真。本文提出一种计算有限分析系数的插值算法,它在满足计算精度的同时,大大加快了计算速度。

参 考 文 献

- [1] Chen, C.J., Finite Analytic Method, Chapter 17, *Handbook of Numerical Heat Transfer*, ed. by W.J. Minkowycz, E.M. Sparrow, R.H. Plether and G.E. Schneider, John and Sons, Inc. (1988).
- [2] 陈景仁,《流体力学及传热学》,国防工业出版社(1984),357—369.
- [3] 吴江航、韩庆书,《计算流体力学的理论,方法及应用》,第13章,科学出版社(1988).

Accurate Computation and Interpolation Technique of Finite Analytic Coefficients

Zhang Shi-xiong

(Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power Research, Beijing)

Abstract

The finite analytic method (FA) developed in the last decade is an effective numerical method for solving fluid flow problems. However, because of the limitation in the present computer, large round-off errors are found in calculating FA coefficients when Reynolds number is large. This paper investigates the cause of this difficulty and presents a special programming technique in making an accurate computation of FA coefficients. Then a fundamental function known as "Pe" is tabulated by the accurate computation. In practical application the interpolation technique is employed so that the FA coefficients can be obtained reliably and quickly.

Key words finite analytic coefficients, high Reynolds number, accurate computation, interpolation