

肖克莱方程及其局限性*

白 哲

(华中工学院, 1981年12月19日收到)

摘 要

本文讨论了文献[1]所提出的p-n结问题,认为蔡树棠^[1]指出肖克莱(Shockley)方程^[2]不能适用于一般情况的观点可以成立,但不能因此而认为肖克莱对这一问题的处理方法及其结论都是错误的。文中指出了肖克莱方程所描述的仅仅是理想p-n结模型。

一、引 言

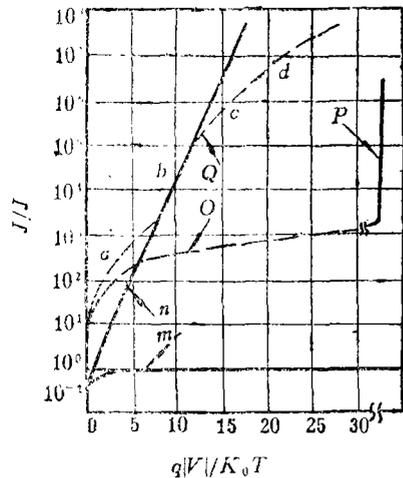
半导体物理中的p-n结理论,关系到晶体管和集成电路的设计的基本原理,十分重要。最早,这个问题为肖克莱所处理并得出结论,即肖克莱方程。蔡树棠从流体动力学的连续性方程出发,导出了描述p-n结的总电流密度公式。本文旨在分析、比较和讨论二者对p-n结的处理方法及其结论。

二、理想情况与实际情况的差别及其产生原因

实验研究表明,肖克莱方程的理论值与实验结果有较大偏差,对硅p-n结和砷化镓p-n结尤其如此。如图所示,以硅p-n结为例。

(i) 在低正偏压时,势垒区的复合电流密度大于扩散电流密度,其特性如线段a。在高正偏压时,则与上述相反,复合电流可以忽略,扩散电流为主,其特性如线段b。大注入时(正偏压较大时,注入非平衡少数子浓度接近或超过多子浓度的情况),正偏压降落在空穴扩散区,其特性如线段c。当正向电流较大时,有所谓串联电阻效应,须考虑体电阻上的压降,p-n结两端接触电极上的压降若电极接触良好,则可忽略,但p-n结势垒区的电压降将更小,此时 $J-V$ 关系全然不是指数关系,而是线性关系,其特性如线段d。

(ii) 反偏压时,理论计算的反向电流值比实际值小很多,且趋于饱和。对硅类材料,因



m 理想反向 n 理想正向 O 实际反向
Q 实际正向 P 击穿结

图1 硅p-n结 $J-V$ 特性曲线

* 李灏推荐。

其禁带较宽, 本征载流子浓度低, 势垒区产生电流密度大于反向扩散电流密度, 因而产生电流为主 (而这总产生电流又由所谓冶金结产生电流, 场感应结产生电流, 表面耗尽区产生电流等三个分量中的一个或几个组成, 而后二者又直接受表面电场的影响), 此外, 势垒区宽度随反向偏压增加而变宽, 故产生电流随反偏压增加而缓慢增加, 并不饱和。

三、肖克莱方程的局限性

首先, 依准费米能级, 可求得势垒两侧边界处注入的非平衡少数浓度为

$$\Delta n = n_p(x) = n_{p0} e^{\frac{qV}{K_0 T}} \quad (3.1)$$

$$\Delta p = p_n(x) = p_{n0} e^{\frac{qV}{K_0 T}} \quad (3.2)$$

式中, K_0 为玻尔兹曼常数, n_p 为 p 型电子浓度, p_n 为 n 型电子浓度, n_{p0} 为 p 型平衡电子浓度, p_{n0} 为 n 型平衡电子浓度。依式 (3.1) 和 (3.2) 可见, Δn 和 Δp 为外加电压的函数。接着以式 (3.1) 和 (3.2) 为边界条件, 解连续性方程, 求出非平衡少子的玻尔兹曼的统计分布。稳态时, 空穴扩散区中非平衡少子的连续性方程为

$$D_+ \frac{d^2 p_n}{dx^2} - \mu_+ \varepsilon_x \frac{dp_n}{dx} - \mu_+ p_n \frac{d\varepsilon_x}{dx} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_+} = 0 \quad (3.3)$$

因为考虑小注入, $d\varepsilon_x/dx$ 的值很小, 可略去; 并且 n 型中性区的 $\varepsilon_x = 0$, 所以式 (3.3) 可写为

$$D_+ \frac{d^2 p_n}{dx^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_+} = 0 \quad (3.4)$$

依边界条件可求得式 (3.4) 的解为

$$p_n(x) - p_{n0} = p_{n0} \left(e^{\frac{qV}{K_0 T}} - 1 \right) e^{-\frac{x_n - x}{L_+}} \quad (3.5)$$

仿此可有

$$n_p(x) - n_{p0} = n_{p0} \left(e^{\frac{qV}{K_0 T}} - 1 \right) e^{-\frac{x_p - x}{L_-}} \quad (3.6)$$

式 (3.5) 和 (3.6) 表示 p-n 结有外加电压时, 非平衡少子在扩散区中的玻尔兹曼统计分布。上式中, ε_x 为电场强度, τ_+ 为空穴寿命, L_+ 为空穴扩散系数, L_- 为电子扩散系数, x_n 为 p-n 结 n 边的 x 值, x_p 为 p-n 结 p 边的 x 值。将式 (3.5) 和 (3.6) 代入扩散方程, 求出扩散电流密度, 然后再求出非平衡少子的电流密度。因小注入时, 中性区内, $\varepsilon_x = 0$, 所以此时扩散电流密度即代表总电流密度。其中, 空穴扩散电流密度为

$$J_+ = -qD_+ \frac{dp_n(x)}{dx} \Big|_{x=x_n} = \left(qD_+ \frac{p_{n0}}{L_+} \right) \left(e^{\frac{qV}{K_0 T}} - 1 \right) \quad (3.7)$$

电子扩散电流密度为

$$J_- = qD_- \frac{dn_p(x)}{dx} \Big|_{x=-x_p} = \left(qD_- \frac{n_{p0}}{L_-} \right) \left(e^{\frac{qV}{K_0 T}} - 1 \right) \quad (3.8)$$

最后, 若忽略势垒区内产生-复合作用, 则总电流密度为

$$J = J_+ + J_- = \left(\frac{qD_- n_{p0}}{L_-} + \frac{qD_+ p_{n0}}{L_+} \right) \left(e^{\frac{qV}{K_0 T}} - 1 \right) \quad (3.9)$$

式 (3.9) 即为描述 p-n 结电流密度电压关系的肖克莱方程。综上述, 肖克莱方程是在满足非平衡少数载流子按玻尔兹曼统计分布, 突变层耗尽 (非平衡少数载流子在 p 区和 n 区为纯扩散运动, 以扩散电流代表总电流), 小注入 (注入的少数载流子浓度远比平衡多数载流子浓度为小), 忽略耗尽层中载流子的产生-复合作用等条件下导出的。然而这几个条件正是构成理想 p-n 结模型的必要条件, 所以肖克莱方程事实上仅仅只能描述理想 p-n 结模型的电流密度电压关系。

四、几点比较

蔡树棠从流体动力学的连续性方程出发, 写出了电子和空穴的连续性方程, 并利用爱因斯坦关系式, 经代入边界条件后分别求出电子和空穴的电流密度, 将二者相加求得总电流密度, 最后求得正偏压时的总电流密度为

$$\begin{aligned} -(J_0^+ + J_0^-) = & \frac{qn_i}{L} \left(e^{\frac{qV}{KT}} - 1 \right) \left[\frac{p_\beta^* f(\beta)}{\int_\alpha^\beta f dx^*} D_+ + \frac{\frac{n_\alpha^*}{f(\alpha)}}{\int_\alpha^\beta \frac{1}{f} dx^*} D_- \right] \\ & + qn_i L \left[\frac{D_- \int_\beta^\alpha \frac{1}{D_-} \frac{\theta}{f} dx^*}{\int_\alpha^\beta \frac{1}{f} dx^*} - \frac{D_+ \int_\beta^\alpha \frac{1}{D_+} f \theta dx^*}{\int_\alpha^\beta f dx^*} \right] \quad (3.10) \end{aligned}$$

负偏压时总电流密度为

$$\begin{aligned} -(J_0^+ + J_0^-) = & \frac{qn_i}{L} \left(e^{-\frac{q|V_0|}{KT}} - 1 \right) \left[\frac{p_\beta^* f(\beta)}{\int_\alpha^\beta f dx^*} D_+ + \frac{\frac{n_\alpha^*}{f(\alpha)}}{\int_\alpha^\beta \frac{1}{f} dx^*} D_- \right] \\ & + qn_i L \left[\frac{D_- \int_\beta^\alpha \frac{1}{D_-} \frac{\theta}{f} dx^*}{\int_\alpha^\beta \frac{1}{f} dx^*} - \frac{D_+ \int_\beta^\alpha \frac{1}{D_+} f \theta dx^*}{\int_\alpha^\beta f dx^*} \right] \quad (3.11) \end{aligned}$$

考察式 (3.10) 和 (3.11) 可知, 描述正向和反向偏压时总电流密度公式中的实际常数为

$$\frac{qn_i}{L} \left[\frac{p_\beta^* f(\beta)}{\int_\alpha^\beta f dx^*} D_+ + \frac{\frac{n_\alpha^*}{f(\alpha)}}{\int_\alpha^\beta \frac{1}{f} dx^*} D_- \right] \quad (3.12)$$

式中, J_0^+ 和 J_0^- 为原点上的空穴电流密度和电子电流密度, L 为特征长度, $|V_0|$ 为特征电压, n_i 为本征电子空穴浓度, ϕ 为电势, q 为电子电荷绝对值, $p^* = p/n_i$, $n^* = n/n_i$, $\phi^* = \phi/|V_0|$, $x^* = x/L$, x^* 两端的值为 α 和 β , n_α^* , n_β^* , p_α^* , p_β^* , V_α , V_β 为相应物理量在边界上的值, K 为玻尔兹曼常数, T 为温度, $\theta = \left\{ \frac{\theta}{n_i} dx^*, f = e^{\frac{q|V_0|}{KT} \phi^*} \right.$ 。将肖克莱方程和蔡树棠

导出的总电流密度公式相比较可知 (i) 反偏压时, 肖克莱方程表明反向电流密度与外加电压无关, 呈饱和状态。蔡氏公式中的常数部分, 即式 (3.12) 表明反向电流密度与反偏压有

关,并不饱和,后者与实际情况相近。(ii)蔡氏公式中的常数部分,即式(3.12)与 θ 无关,而公式的末项含有标志复合电流的 θ ,这表明理论值与实验值产生偏离的原因有复合电流影响,但不能单纯归结为复合电流的影响。除此外尚有大注入,表面效应,串联电阻效应等影响。(iii)蔡树棠指出肖克莱方程不能适用于一般情况,这是正确的。但肖克莱对p-n结的处理方法及其结论亦是正确的,并且这一结论对基本理论的研究有着相当重要的意义。

本文写作过程中,得到李灏教授诸多帮助,谨此致谢。

参 考 文 献

1. 蔡树棠,应用数学和力学, 1, 3, (1980), 311.
2. Shockley, W., *BSTJ*. 28, (1949), 435.
3. Sze, S. M., *Physics of Semiconductor Devices*, Chap. 3, New York, (1969).
4. Smith, R. A., *Semiconductor*, Second edition, Chap. 7, New York, (1978).

W. Shockley's Equation and Its Limitation

Bai Zhe

(Huazhong Institute of Technology, Wuhan)

Abstract

The problem of p-n junction in literature [1] is discussed in this paper. We consider that Tsai Shu-tang's view that W. Shockley's equation can not be applied to all circumstances is correct, but we can not say, because of this W. Shockley's method of treatment and its conclusion for p-n junction are wrong, too. In this paper we have demonstrated that W. Shockley's equation merely describes ideal p-n junction model.