

高层建筑结构空间静力、动力分析

王兴祥 车维义

(东北建筑设计院) (辽宁大学)

喻永声

(大连工学院工程力学研究所)

(钟万勰推荐, 1982年7月1日收到)

摘 要

本文采用 JIGFEX 程序系统, 将高层建筑结构作为空间体系进行了较精确的空间静力、动力分析。对地震力和地震扭矩的计算提出了建议。为在中小型计算机上对大型复杂结构进行空间静力、动力分析提供了一个切实可行的计算途径。文内附有实际工程的计算结果和图表。

一、前 言

本文结合工程实例, 对高层建筑结构进行了空间静力、动力分析。该结构是框架剪力墙体系, 位于七度地震区, 体型复杂, 没有对称性, 质量和刚度沿高度分布不均匀, 质心和扭转中心偏离较大, 因此, 空间振型的精确分析、地震力和地震扭矩的计算显得十分重要。然而目前高层专用程序大部分只限于计算对称结构, 有的虽然可以考虑楼板的转动, 但是, 力学模型不尽合理, 且不能计算地震扭矩。SAP-5 等程序系统也无法计算。因此, 我们采用大连工学院工力所编制的“JIGFEX-Ⅰ”程序系统进行空间静力、动力分析。并在该程序基础上增添了地震力、地震扭矩、墙体内力、梁柱配筋计算。现将有关计算问题作一扼要分析, 并对国内抗震规范目前尚未解决的问题提出我们的作法以供讨论。

JIGFEX-Ⅰ程序系统具有下列特点:

1. 可采用多重子结构算法。上级子结构模式可灵活地交叉调用较低级的子结构模式, 并能自动拼装。这对标准层较多、结构重复度较高的高层建筑结构来说, 是非常适宜的。充分利用这一特点可使原始数据成倍减少。
2. 可进行多种单元的自动组装。因此, 该程序系统可计算各种高层体系。如框架剪力墙体系、剪力墙体系、筒中筒体系等。尚可处理各种特殊问题, 如错层、斜交等复杂体型。
3. 可处理多工况荷载组合问题。结构各荷载工况的实现, 是在拼装结构时通过调用各级子结构荷载模式来完成的。这一方法概念清晰、使用灵活。
4. 可利用节点位移的多级主从关系。程序用户可运用位移规格数的概念, 根据计算对

象的力学特性灵活引入各种变形假定，将独立位移个数压缩到最低限度，从而大大降低刚度矩阵阶数，以节省机时和宝贵的存贮。如引入楼板刚性膜假定，则板面内所有节点的位移 u, v, θ_z 只剩下三个独立位移。

我们充分利用上述特点，在国产 TQ-16 机上解决了具有 6456 个未知位移的高层框剪结构空间静力、动力计算问题。从而，为在中、小型机上对大型复杂结构进行空间静力、动力分析提供了一个切实可行的途径。

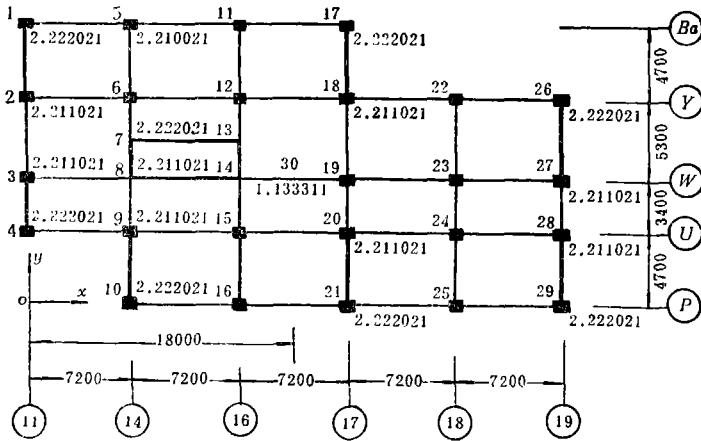


图 1

二、工程实例简介

结构形式参阅图 1、图 2、图 3。剪力墙厚、梁柱截面尺寸、荷载详细分布情况从略。各层出口点如图 1 所示。各层总重量、对质心的转动惯量及质心位置详见表 1。设计烈度为七度，II 类场地土，结构影响系数 $C=0.35$ ，周期调正系数 $T=0.7$ 。

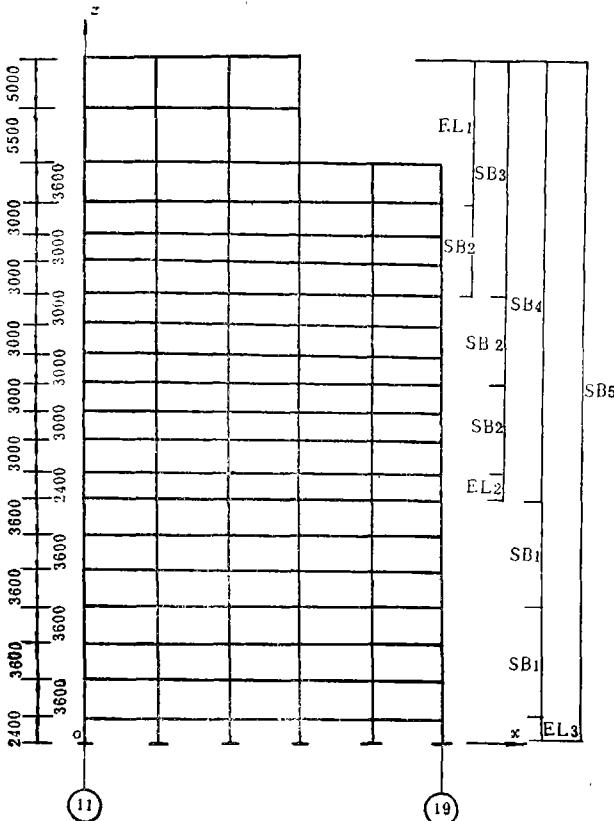


图 2

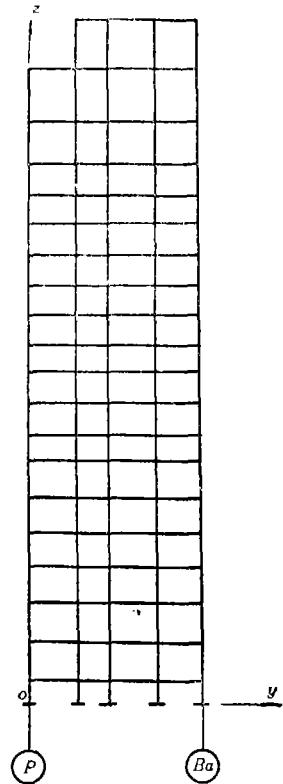


图 3

表 1

	W	J	E_x	E_y		W	J	E_x	E_y
1	890	115300	-0.3	0.7	11	855	119314	-0.2	0.6
2	990	138155	-0.3	0.7	12	855	119314	-0.2	0.6
3	990	138155	-0.3	0.7	13	855	119314	-0.2	0.6
4	990	138155	-0.3	0.7	14	855	119314	-0.2	0.6
5	990	138155	-0.3	0.7	15	855	119314	-0.2	0.6
6	990	138155	-0.3	0.7	16	855	119314	-0.2	0.6
7	905	126293	-0.3	0.7	17	900	125595	-0.2	0.6
8	810	113035	-0.3	0.6	18	935	130479	-1.8	0.4
9	855	119314	-0.2	0.6	19	695	60746	-6.2	3.03
10	855	119314	-0.2	0.6	20	600	52400	-7.36	3.38

注: 1. W ~各层总重量, 单位: 吨
 2. J ~各层对质心的转动惯量, 单位: 吨·米²
 3. E_x ~质心对出口点在 x 方向的偏心距, 单位: 米
 4. E_y ~质心对出口点在 y 方向的偏心距, 单位: 米

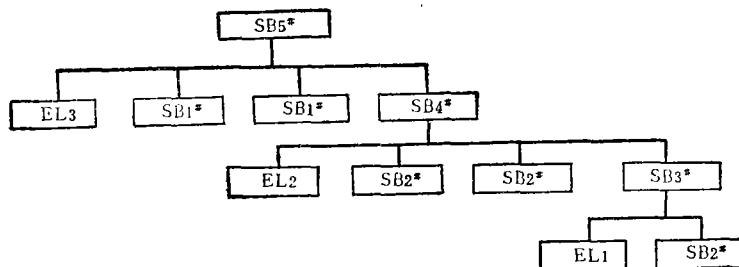
三、抗震计算结构模型化问题

1. 结构预处理

在建立结构构成树之前, 首先利用等价膜的概念对结构进行预处理。即将相邻楼板间的开孔墙段用无孔洞的等价剪力膜代替^[1]; 将由梁柱构成的框也用等价剪力膜代替^{[2][3]}。从而整个结构变成了无孔洞的纯剪力墙体系, 并认为楼板为刚性膜。这种预处理, 在求解特征对时, 对于在水平力作用下以剪切变形为主的结构来说是足够精确的, 同时也是必要的, 这是因为可以成倍缩减独立位移个数。

2. 结构构成树 (以下简称结构树)

参阅图 2、图 4。结构树并不是唯一的, 确定结构树时应考虑到原始数据的数量、机器容量、运算时间长短等因素。确定本工程结构树的主要矛盾是机器容量紧张, 因此, 在确保容量的前提下, 尽量压缩原始数据。



3. 节点位移多重主从关系的利用及位移规格数的确定

因抗震计算的需要在各层楼板上均取一点作为本层最高级主节点 (编号 30), 即做为本层楼板平面运动的基点 (简称出口点), 其位移规格数取为 1.133311, 它表明该点 u, v, θ_x

为独立位移, 其余位移为零。应该指出: 出口点固定在楼板上, 与梁、柱、墙并不传力, 因此, 令其 w , θ_x , θ_y 为零并不影响结构内力及位移。第二级主节点 (2, 3, 8, 9, 18, 20, 27, 28) 的位移规格数取为 2.211021, 它表明 u , v , θ_z 从属于出口点, w 和 θ_x 独立, θ_y 为自由位移。考虑到 y 向墙体高宽比大于 12.8, 因此, 可足够精确地认为其水平截面变形后仍为直线, 因此 1, 4, 7, 10, 17, 21, 26, 29 点的 w , θ_x 分别由 2, 3, 8, 9, 18, 20, 27, 28 点的 w 及 θ_x 决定, 故其位移规格数取为 2.222021。其余各点的位移规格数均为 2.210021。即 u , v , θ_z 从属于出口点, w 为独立位移, θ_x , θ_y 为自由位移。经上述处理, 我们从一个楼板内的 174 个未知位移中只提炼出 29 个独立位移, 从而使各级出口刚度矩阵的阶数降低 6 倍。

四、关于广义特征值问题

当采用多重子结构算法时, 应怎样建立广义特征方程呢?

设原结构的广义特征方程为

$$RX = \omega^2 MX \quad (4.1)$$

瑞雷商

$$\omega^2 = \text{EXT}_{\{x\}} \frac{\{x\}^T R \{x\}}{\{x\}^T M \{x\}} \quad (4.2)$$

如果从 (4.1) 式出发求解该问题, 因阶数过高, 即便采用大型计算机也是相当困难的。为在国产中、小型机上解决该问题, 应将刚度矩阵凝聚, 以便大幅度降低阶数。

设结构总位移向量为 $\{x\}$, 并令

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} x_i \\ x_0 \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

其中 $\{x_0\}$ 为与结构惯性参数有关的位移向量, $\{x_i\}$ 为与结构惯性参数无关的位移向量。

与此相应地设

$$R = \begin{bmatrix} R_{ii} & R_{i0} \\ R_{0i} & R_{00} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_{00} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

将 (4.3)、(4.4)、(4.5) 式代入 (4.2) 中得:

$$\omega^2 = \text{EXT}_{\{x_i\} \{x_0\}} \frac{\{x_i\}^T [R_{ii}] \{x_i\} + 2\{x_i\}^T [R_{i0}] \{x_0\} + \{x_0\}^T [R_{00}] \{x_0\}}{\{x_0\}^T [M_{00}] \{x_0\}} \quad (4.6)$$

将 (4.6) 式分子对 $\{x_i\}$ 取偏导数, 并令其为零, 可得

$$\{x_i\} = -[R_{ii}]^{-1} [R_{i0}] \{x_0\} \quad (4.7)$$

将 (4.7) 式代入 (4.6) 中, 经矩阵运算, 得:

$$\omega^2 = \text{EXT}_{\{x_0\}} \frac{\{x_0\}^T [R'_{00}] \{x_0\}}{\{x_0\}^T [M_{00}] \{x_0\}} \quad (4.8)$$

式中

$$[R'_{00}] = [R_{00}] - [R_{i0}]^T [R_{ii}]^{-1} [R_{i0}] \quad (4.9)$$

(4.9) 式即静力凝聚矩阵。原问题的 (4.1) 式退化为

$$[R'_{00}]\{x_0\} = \omega^2 [M_{00}]\{x_0\} \quad (4.10)$$

其相应的瑞雷商为 (4.8) 式。因 $\{x_0\}$ 的阶数对于高层建筑结构来说仅为层数的三倍，因此在国产中小型机上可精确分析出振型和周期。程序中凝聚的作法是，沿结构树拼装结构时，逐次消去内部点位移、相关位移、零位移、自由位移。只保留独立位移。最后得到以各层出口点为出口的刚度矩阵 $[R'_{00}]$ 。

为建立广义特征值问题尚需应用 (4.11) 式将各层质量和对质心的转动惯量向本层出口点转移，便可得到整个结构的质量矩阵 M_{00} 。设：

$$M_{00} = \begin{bmatrix} M_1 & & & \\ & M_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & M_N \end{bmatrix}$$

其中

$$M_i = \frac{1}{g} \begin{bmatrix} M_c & 0 & -M_c E_y \\ 0 & M_c & M_c E_x \\ -M_c E_y & M_c E_x & M_c (E_x^2 + E_y^2) + J_{mc} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

J_{mc} 表示第 i 层对质心的转动惯量。

M_c 表示第 i 层重量。

E_x, E_y 参阅表 1。

最后采用子空间迭代法求解广义特征值问题 (4.10)、(4.8)，得到周期和相应的振型。本工程计算 9 个特征对，结果如表 2 和图 5 所示。图 5 中转角 θ_z 已乘以本层特征长度，特征长度可按下列式计算：

$$L_i = \sqrt{\frac{J_{mc}}{M_c}} \quad (4.12)$$

表 2

振 型	1	2	3	4	5	6	7	8	9
周 期	1.95	1.35	1.05	0.50	0.33	0.29	0.24	0.22	0.19

五、地震力及地震扭矩计算

1. 空间振型的转移

由广义特征值问题求得的空间振型系对出口点而言，然而，客观上地震力和地震扭矩作用在质心上，因此，必须将空间振型由出口点向质心转移。其公式如下：

$$\left. \begin{aligned} u_c &= u_o - \theta_{zo} E_y \\ v_c &= v_o + \theta_{zo} E_x \\ \theta_{zo} &= \theta_{zo} = \theta_z \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

其中 u_c 为某层质心在 x 方向的振型分量。
 v_c 为某层质心在 y 方向的振型分量。
 θ_{zc} 为某层楼板绕 z 轴转角振型分量。
 o 下标表示出口点。

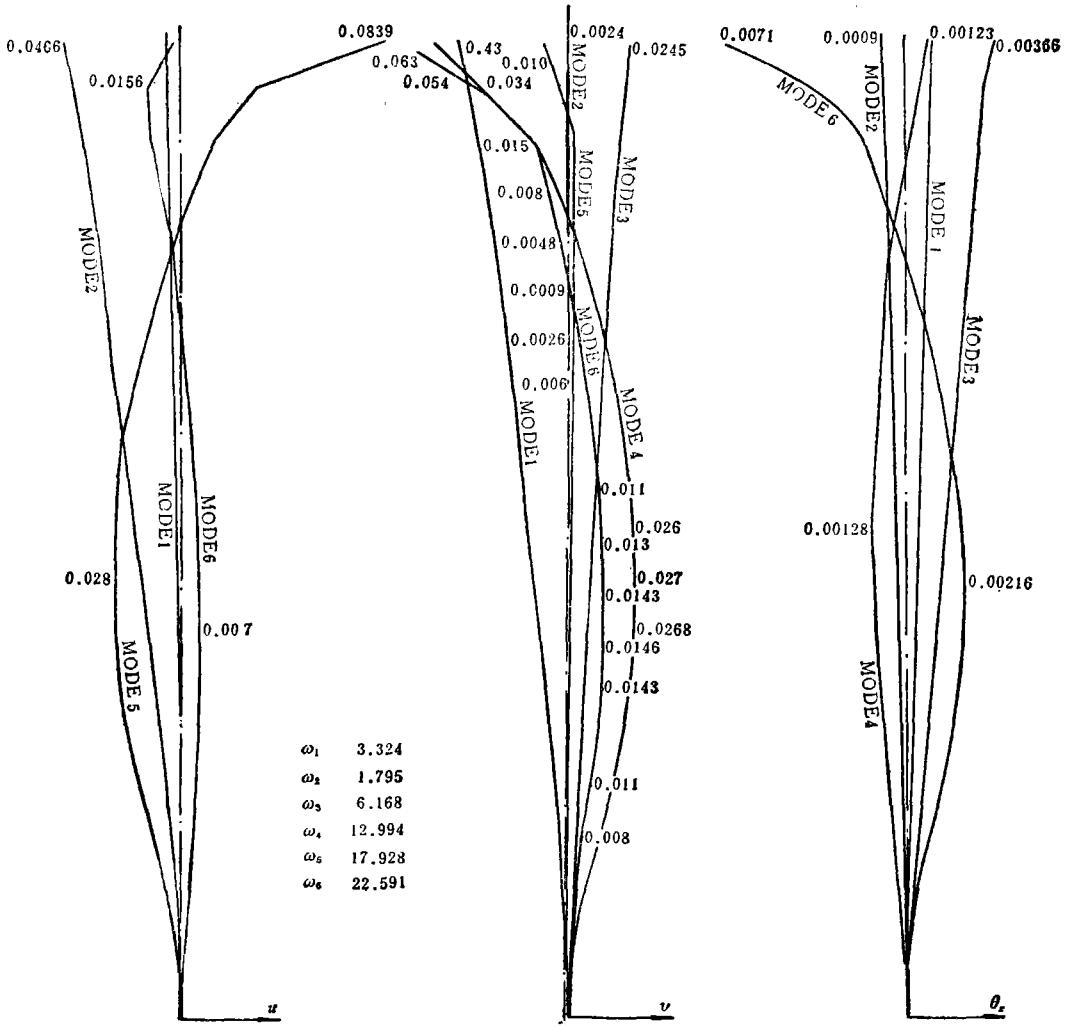


图 5a

图 5b

图 5c

图 5 注: 图示振型对出口点而言

2. 地震力和地震扭矩计算

至此, 空间振型和反映结构惯性的参数已均对质心而言. 对于这种复杂的空间振型, 应怎样求出水平地震力和地震扭矩呢? 我国抗震设计规范 TJ-78 尚无确切规定, 在此先简略介绍一下我们的作法.

(1) 振型参与系数计算

我国抗震规范规定:

$$v_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ji} W_i}{\sum_{i=1}^n X_{ji}^2 W_i} \quad (5.2)$$

我们引入了特征长度的概念（见（4.3）式），并用之对空间振型进行修正，即各层转角分量乘以本层的特征长度。同时各层的转动惯量应蜕化为本层重量。最后应用（5.2）式求出各振型的参与系数。

(2) 地震力计算

我国抗震规范规定：

$$P_{ji} = ca_j v_j X_{ji} W_i \quad (5.3)$$

我们采用两种方法进行计算：

①（参阅 JZ 102-79-19）

$$Q_0 = ca_1 W$$

$$P_i = \frac{H_i W_i}{\sum_{i=1}^n H_i W_i} (1 - \xi) Q_0 \quad (5.4)$$

② 采用特征长度修改后的空间振型，应用（5.3）式计算地震力。

计算结果表明，两种方法求得的地震力，其规律均为近似的倒三角形，误差较小。参阅表 3。

(3) 地震扭矩计算

对于非对称结构，尤其是质心和扭转中心偏离较远、且质量较大时，是不能忽略地震扭矩的。然而，抗震规范目前尚未规定。因工程需要，我们进行了初步分析和研究，建议采用

下式计算地震扭矩：

$$M_{ji} = ca_j v_j \theta_{ji} J_{mi} \quad (5.5)$$

其中 M_{ji} 表示第 j 振型第 i 层的地震扭矩。

θ_{ji} 表示第 j 振型第 i 层楼板的转角。

J_{mi} 表示第 i 层对质心的转动惯量。

v_j 表示第 j 振型的参与系数，由（5.2）式计算，其余符号同抗震规范。

现将考虑地震扭矩与不考虑地震扭矩最大相对误差列入表 4。

表 4 中 θ_z 为顶层楼板转角的相对误差。考虑地震扭矩时转角为 4.927° ，不考虑地震扭矩时转角为 1.547° 。

按上述原理，我们在 JIGFEX-Ⅱ 动力分析程序基础上增添了地震力和地震扭矩计算，结果如下：

表 3

	x 向地震力			x 向地震力	
	规范	程序		规范	程序
1	1.16	0.06	11	16.59	17.32
2	3.13	0.95	12	18.15	19.43
3	5.32	2.31	13	19.41	21.55
4	7.20	4.07	14	20.97	23.65
5	9.08	6.16	15	22.22	25.74
6	10.96	8.51	16	23.79	27.80
7	11.89	10.21	17	26.61	31.40
8	11.89	10.56	18	29.11	35.41
9	13.77	13.15	19	23.79	27.69
10	15.34	15.22	20	22.22	25.33

表 4

		最大相对误差
四 点 元 角	轴力 N	9.09%
	剪力 Q	30.67%
	弯矩 M	14.96%
柱	轴力 N	9.71%
	剪力 Q	28.00%
	弯矩 M	25.81%
出 口 点	位移 u	0.36%
	位移 v	3.03%
	转角 θ_z	218.49%

表 5

楼 层	1			2			4			5			7			8		
	P_x	P_y	M_z	P_x	P_y	M_z	P_x	P_y	M_z	P_x	P_y	M_z	P_x	P_y	M_z	P_x	P_y	M_z
1	0.01	0.05	-0.17	0.05	-0.02	0.18	0.01	0.19	-0.57	0.29	-0.03	-0.03	0.12	-0.10	-0.25	0.09	1.20	-3.29
2	0.06	0.36	-1.73	0.95	-0.10	2.15	0.11	1.13	-6.29	3.69	-0.18	-1.13	1.41	-0.58	-3.47	0.68	6.51	-25.58
3	0.15	0.87	-4.20	2.31	-0.19	5.79	0.25	2.45	-14.45	8.10	-0.33	-1.47	2.97	-1.14	-7.20	1.35	12.79	-53.34
4	0.27	1.55	-7.43	4.07	-0.30	10.88	0.40	3.97	-24.06	12.96	-0.48	-1.11	4.51	-1.68	-10.91	2.00	18.61	-79.42
5	0.41	2.38	-11.27	6.16	-0.41	17.17	0.56	5.50	-33.98	17.73	-0.53	-0.32	5.80	-2.11	-14.23	2.43	22.65	-97.22
6	0.57	3.33	-15.58	8.51	-0.52	24.41	0.69	6.90	-43.17	21.92	-0.80	0.54	6.64	-2.37	-16.90	2.56	23.99	-102.3
7	0.69	3.99	-18.49	10.12	-0.58	29.59	0.72	7.31	-46.38	22.97	-0.90	1.01	6.32	-2.21	-17.05	2.14	20.3	-84.61
8	0.71	4.18	-19.19	10.56	-0.58	31.08	0.65	6.97	-44.56	21.71	-0.92	0.96	5.50	-1.90	-15.72	1.60	15.80	-63.7
9	0.89	5.22	-23.84	13.15	-0.66	33.09	0.71	7.61	-49.51	23.62	-1.14	0.60	5.24	-1.78	-16.51	1.17	12.00	-44.65
10	1.03	6.08	-27.49	15.22	-0.72	45.55	0.69	7.58	-50.19	23.35	-1.31	-0.45	4.31	-1.43	-15.64	0.53	6.22	-17.07
11	1.18	6.95	-31.17	17.31	-0.79	52.10	0.64	7.22	-48.66	22.08	-1.47	-2.22	3.06	-0.99	-13.94	-0.16	-0.13	12.33
12	1.34	7.84	-34.84	19.43	-0.85	58.70	0.56	6.52	-45.19	19.80	-1.63	-4.75	1.56	-0.48	-11.40	-0.84	-6.37	40.11
13	1.49	8.74	-38.50	21.55	-0.92	65.29	0.45	5.51	-39.72	16.59	-1.75	-8.02	-0.11	0.05	-8.03	-1.44	-11.85	62.90
14	1.65	9.64	-42.11	23.65	-0.98	71.84	0.31	4.19	-32.38	12.51	-1.8	-12.00	-1.84	0.57	-3.92	-1.89	-15.97	77.76
15	1.79	10.54	-45.68	25.74	-1.04	78.33	0.14	2.61	-23.34	7.69	-1.81	-16.61	-3.55	1.05	0.86	-2.15	-18.27	82.53
16	1.95	11.44	-49.19	27.80	-1.10	84.75	-0.04	0.78	-12.83	2.25	-1.71	-21.73	-5.14	1.45	6.16	-2.19	-18.46	76.08
17	2.21	12.99	-55.42	31.40	-1.23	95.90	-0.24	-1.29	-1.14	-3.84	-1.57	-28.66	-6.91	1.84	12.48	-2.14	-17.30	61.49
18	2.41	15.38	-62.06	35.41	-2.62	107.9	-0.49	-4.39	15.55	-12.24	-0.66	-37.26	-8.71	1.91	20.86	-1.71	-12.56	26.85
19	2.94	14.50	-31.31	27.69	-5.13	54.69	-1.09	-8.53	16.19	-19.91	2.89	-11.41	-7.88	0.38	18.25	-1.12	9.35	40.14
20	2.55	14.21	-26.92	25.33	-5.70	50.50	-0.71	-12.24	20.79	-49.85	6.07	-0.91	15.68	-1.20	23.79	7.51	33.41	86.65

3. 地震方向的判断

至此，已分别求出九个振型的地震力和地震扭矩。尚需判断各组地震力的方向。我们按能量准则判断。

设用特征长度修改后的第 j 振型为：

$$X_j = (x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n, \theta_{z1}l_1, \theta_{z2}l_2, \dots, \theta_{zn}l_n)^T$$

其中 n 为楼层数。则 $\sum_{i=1}^n x_i^2 W_i$ ， $\sum_{i=1}^n y_i^2 W_i$ ， $\sum_{i=1}^n \theta_{zi}^2 l_i^2 W_i$ 分别代表地震时 x 向、 y 向、

转动振型分量对结构机械能的贡献。贡献最大者所指出的方向即第 j 振型地震力的主要方向。

当 $\sum_{i=1}^n \theta_{zi}^2 l_i^2 W_i$ 最大时，表明第 j 振型是以楼板转动为主的振型，我们认为这在客观上是不易激起的振型。其计算尚待进一步研究。

六、静力计算

求得各振型地震力和相应的地震扭矩后，本应分别求出各振型结构的内力，然后应用

$$S = \sqrt{\sum_j S_j^2} \tag{6.1}$$

求出结构由地震荷载引起的内力。但为尊重工程界的习惯算法，而将地震力按下式组合

(1) x 向产生地震时

$$\left. \begin{aligned} P_{xi} &= \sqrt{P_{xi2}^2 + P_{xi5}^2 + P_{xi8}^2} \\ P_{yi} &= \sqrt{P_{yi2}^2 + P_{yi5}^2 + P_{yi8}^2} \\ M_{zi} &= \sqrt{M_{zi2}^2 + M_{zi5}^2 + M_{zi8}^2} \end{aligned} \right\} \tag{6.2}$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

其中 P_{xij} ， P_{yij} ， M_{zij} 分别表示第 j 振型第 i 层的 x 向地震力、 y 向地震力和地震扭矩。

(2) y 向产生地震时

将 (6.2) 式中的 2, 5, 8 分别换成 1, 4, 7 即可。

最后将组合后的地震力、地震扭矩和静载同时加到结构上进行静力分析，乃至配筋计算，目前程序已全部实现。应该指出：静力分析时应将地震力和地震扭矩按静力等效原则由质心移到出口点。计算结果见图 6。

七 结 束 语

JIGFEX 程序系统早在 1976 年就已问世，它已在船舶、桥梁、原子能等工程中发挥了重要作用，计算了一些重大工程。虽然在土建工程中应用时间较短，但从本文可以看到，在国产中小型 TQ-16 机上（内存 32K、四台磁鼓、11 万次/秒）竟能精确分析具有 6456 个未知位

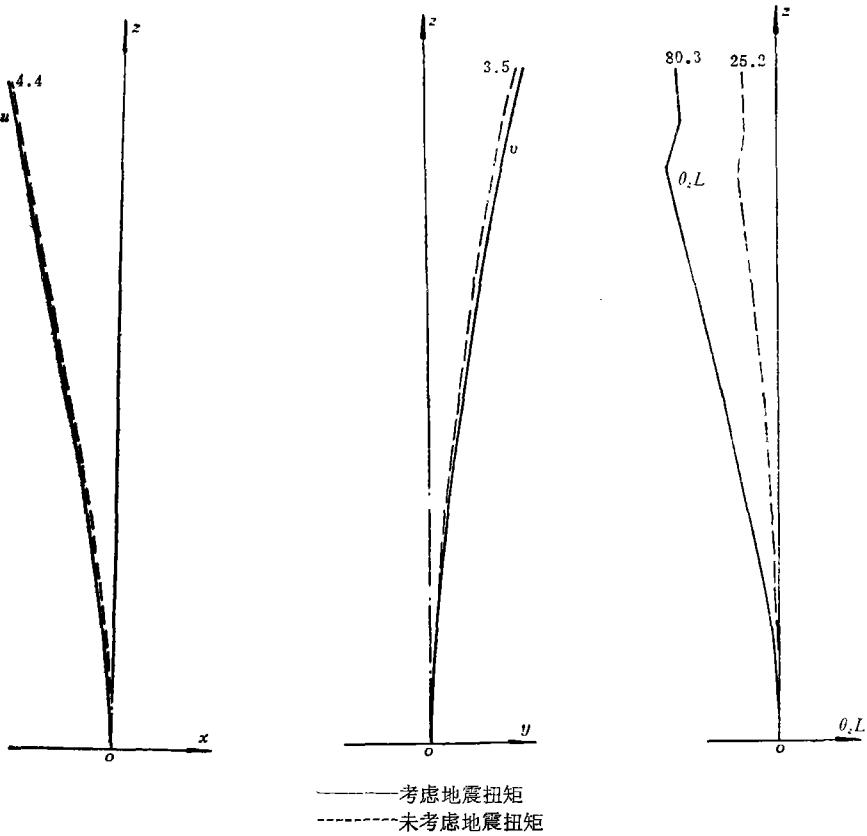


图 6

移的大型复杂结构，可以预料它必将对土建大型复杂结构的分析和研究产生重要影响。可贵的是它立足于国产中小型机器，但在功能方面却胜于 SAP-5 程序系统。可见，具有很现实的推广价值。

在我国将高层建筑结构作为空间体系，进行较精确的空间静力、动力分析还刚刚开始，很多问题尚需深入研究，本文只想把问题展开，今后拟发表一些文章，对一些重要问题深入讨论一下。

本文虽然结合框架剪力墙体系进行讨论，但基本方法和有关算式并不失一般性。文内部分问题有待深入探讨，望指正。

本文曾得到徐柄华、钟万勰、徐景贤、邓子林等专家指导，刘启太等同志提出了宝贵意见，在此致谢。

参 考 文 献

- [1] 钟万勰, 一个多用途的结构分析程序 JIGFEX, 大连工学院学报, 4, 3 (1977).
- [2] 钟万勰、林少培, 关于计算机化结构分析的模型问题, 1978 年教育部高等学校计算结构力学学术交流会议论文集 (三) (1978).
- [3] 钟万勰、林少培, 组合结构程序的功能与应用, 大连工学院工程力学研究所 科 研 报 告 (1978) 78-116.
- [4] 沈为平、杨思政、钟万勰, 等价膜模型在空间高层建筑静力、动力分析中的应用, 1981 年全国土木工程学会计算机应用学会论文, 大连工学院工程力学研究所 科 研 报 告, 编号 81-3050-20.
- [5] 铁木申柯, 《高等材料力学》, (1956).
- [6] Cook, D. Robert, 中译本, 《有限元分析的概念和应用》.
- [7] 抗震设计规范 TJ 11-78.

The Spatial Static and Dynamic Analyses of Tall Building Structures

Wang Xing-xiang

(Northeast Architectural Design Institute, Shenyang)

Che Wei-yi

(Liaoning University)

Yu Yong-sheng

*(Research Institute of Engineering Mechanics, Dailian
Institute of Technology, Dailian)*

Abstract

In this paper, the static and dynamic analyses of tall Buildings are studied as the space system by the application of "JIGFEX-I" programme. Suggestions have been made for the calculation of earthquake forces and torques. Besides that, a practical approach for realising the analysis of complicated structures on mini-computers or on medium-sized computers. Reference data and charts from practical engineering applications are also presented.