

文章编号: 1000-0887(2004) 03-0271-08

矩形永磁体磁场分布的解析表达式^{*}

苟晓凡, 杨 勇, 郑晓静

(兰州大学 物理科学与技术学院 力学系, 兰州 730000)

(陈山林推荐)

摘要: 从分子环流模型出发, 利用毕奥·萨伐尔定理, 对于仅在一个方向均匀完全充磁的矩形永磁体, 导出了其外部空间磁场分布的解析表达式。该解析式能精确描述一块至多块按极性相反并列放置时矩形永磁体外部空间的磁场分布。针对单块永磁体, 还分析了磁场分布与永磁体几何尺寸之间的依赖关系, 以及磁场大小随外部空间点离开永磁体表面距离之间的关系; 定量分析了横向磁场的强度均匀度和分布均匀度随永磁体几何尺寸和离开永磁体表面距离的变化规律。

关键词: 永磁体; 磁场分布; 解析公式

中图分类号: O441.6 文献标识码: A

引 言

永磁材料是工程实际中应用比较广泛的材料之一。它的用途之一是形成磁场, 如磁悬浮列车^[1]系统中的轨道就是由块状永磁体制成以产生悬浮力, 又如高温超导悬浮系统中的磁场也是由永磁体形成的^[2, 3]。在这些应用中, 准确获得永磁体所形成的磁场在外部空间的分布是一个十分重要的问题。然而, 往往由于不易准确测量永磁体外部空间的磁场分布, 尤其对于复杂结构更是如此^[4], 因此, 借助理论分析, 从数值上对永磁结构外部空间的磁场分布进行定量模拟, 不失为一条较理想的途径。

目前工程中对永磁体外部空间的磁场分布进行数值模拟所采用的计算方法主要有两种, 即: 标量磁位方法和向量磁位方法^[5, 6]。前者是从描述磁介质的磁荷观点出发, 而后者则是从束缚电流(包括面电流和体电流)的观点出发。总体来看, 这两种方法都是从 Maxwell 方程组出发, 通过引入磁标量势或磁矢量势, 导出有关磁标量势或磁矢量势的微分方程组, 然后采用有限元或边界元法进行数值求解^[7, 8]。在用这两种方法确定永磁体外部磁场分布时, 除计算量较大外, 还需要已知永磁体在磁化方向的磁导率(线性磁化情形)或磁化曲线(非线性磁化情形)。而这些参数的准确确定, 一般比较麻烦。文[9]试图从分子环流模型出发, 导出矩形块状永磁体的磁场分布, 但一方面由于只考虑了永磁体表面上的磁场分布使得其推导结果有很大局限性; 另一方面其中部分结论经本文验证与实际不符^[10]。

本文从描述磁介质的分子环流假设出发, 计算对在一个方向均匀完全充磁的矩形永磁块

* 收稿日期: 2002_04_09; 修订日期: 2003_10_31

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(10132010); 国家杰出青年科学基金资助项目(10025208); 科技部重点基础研究预研项目; 教育部优秀教师基金资助项目

作者简介: 苟晓凡(1971—), 男, 陕西人, 博士(E-mail: xfgou@163.com);

郑晓静(联系人), Tel: 86_931_8912112, Fax: 86_931_8625576; E-mail: xjzheng@lzu.edu.cn

体,利用毕奥-萨伐尔定理,导出了其外部空间磁场分布的解析表达式,并将这一解析表达式推广到 n 块矩形永磁体按极性相反并列放置时的情形。利用此方法只需知道永磁体外部空间任意一点的某一磁场分量,即可推出永磁体的等效电流密度 J (解析式中的唯一未知参数),进而就可得到单块及多块组合矩形永磁体外部空间的磁场分布。利用本文得到的磁场分布解析表达式,定量模拟了永磁体外部空间磁场分量 B_x , B_y 及 B_z 的空间分布,同时还给出了磁场分布与永磁体几何尺寸以及与离开永磁体表面距离的依赖关系。

1 磁场磁感应强度的解析表达式

当尺寸为 a, b, h (如图 1) 的矩形永磁体沿一个方向均匀充分磁化且达到饱和状态后,其磁体内部磁化矢量 M 可视为常矢量。由安培分子电流假设知:此时外部空间中任意一点的磁场由永磁体内排列整齐的所有分子电流共同激发。而由于是均匀磁化,体内分子电流的效应相互抵消,因此,永磁体在宏观上表现为只有表面电流而无体电流存在。这样,可以认为,外部空间中任意一点的磁场仅由永磁体表面闭合电流环路 $ABCD$ 所激发。设环路内电流强度为 I ,则在与平面 xOy 平行的任一平面上的面电流密度 $J = I/h$ 。

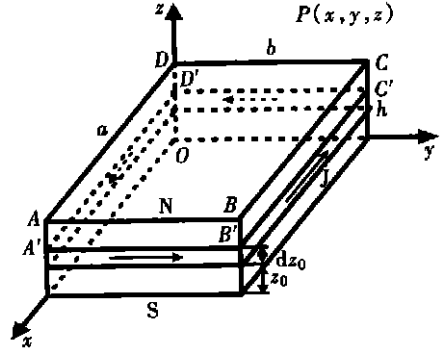


图 1 单块矩形永磁体

用 (x_0, y_0, z_0) 表示位于永磁体内部的点。考虑由平面 z_0 与 $z_0 + dz_0$ 构成的薄层在其外部空间任一点 $P(x, y, z)$ 处,由强度为 Jdz_0 的电流环 $A'B'C'D'$ 产生的磁场为 dB ,则总磁场为:

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k} = \int_0^h (dB_x \mathbf{i} + dB_y \mathbf{j} + dB_z \mathbf{k}), \quad (1)$$

这里 dB_x, dB_y 和 dB_z 是薄层电流环 $A'B'C'D'$ 在 $P(x, y, z)$ 产生的磁场分别在 x, y 和 z 方向的分量。它们分别又是由四个电流段,即 $A'B'$ 段, $B'C'$ 段, $C'D'$ 段和 $D'A'$ 段的电流作用迭加而成。下面我们以 $A'B'$ 段,即 $x_0 = a$ 为例,给出 dB_x, dB_y 和 dB_z 的计算公式。

由毕奥-萨伐尔定律

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^2}, \quad (2)$$

这里 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$, 为真空中的磁导率。 \mathbf{r} 为从源点(即电流元所在位置)指向场点 P 的矢径。则有

$$dB_{x_1} = \frac{\mu_0 J dz_0}{4\pi} \int_0^b \frac{(z - z_0) dy_0}{[(x - a)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{3/2}}, \quad (3)$$

$$dB_{y_1} = 0, \quad (4)$$

$$dB_{z_1} = \frac{\mu_0 J dz_0}{4\pi} \int_0^b \frac{(a - x) dy_0}{[(x - a)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{3/2}}. \quad (5)$$

依同理,可分别得到 $B'C'$ 段, $C'D'$ 段和 $D'A'$ 段的 dB_{x_i}, dB_{y_i} 和 dB_{z_i} ($i = 2, 3, 4$)。为表述简单,记

$$K = \frac{\mu_0 J}{4\pi}, \quad \Psi_i(\phi_1, \phi_2, \phi_3) = \frac{\phi_i}{(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2)^{3/2}} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (6)$$

式中 Ψ_i 是以 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 为自变量一个函数记号。这样,

$$dB_x = dB_{x_1} + dB_{x_2} + dB_{x_3} + dB_{x_4} =$$

$$K \int_0^b \Psi_3(x - a, y - y_0, z - z_0) dy_0 + 0 - K \int_0^b \Psi_3(x, y - y_0, z - z_0) dy_0 + 0 =$$

$$K \int_0^b [\Psi_3(x - a, y - y_0, z - z_0) - \Psi_3(x, y - y_0, z - z_0)] dy_0 \quad (7)$$

$$dB_y = dB_{y_1} + dB_{y_2} + dB_{y_3} + dB_{y_4} =$$

$$K \int_0^a \Psi_3(x - x_0, y - b, z - z_0) dx_0 + 0 - K \int_0^a \Psi_3(x - x_0, y, z - z_0) dx_0 + 0 =$$

$$K \int_0^a [\Psi_3(x - x_0, y - b, z - z_0) - \Psi_3(x - x_0, y, z - z_0)] dx_0 \quad (8)$$

$$dB_z = dB_{z_1} + dB_{z_2} + dB_{z_3} + dB_{z_4} =$$

$$K \int_0^a \Psi_2(x - x_0, y, z - z_0) dx_0 - K \int_0^a \Psi_2(x - x_0, y - b, z - z_0) dx_0 +$$

$$K \int_0^b \Psi_1(x, y - y_0, z - z_0) dy_0 - K \int_0^b \Psi_1(x - a, y - y_0, z - z_0) dy_0 =$$

$$K \int_0^a [\Psi_2(x - x_0, y, z - z_0) - \Psi_2(x - x_0, y - b, z - z_0)] dx_0 +$$

$$K \int_0^b [\Psi_1(x, y - y_0, z - z_0) - \Psi_1(x - a, y - y_0, z - z_0)] dy_0 \quad (9)$$

将(7)~(9)式代入(1)式, 整理后, 并引入如下函数记号:

$$\Gamma(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) = \ln \frac{\sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + (\gamma_3 - z_0)^2} - \gamma_2}{\sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + (\gamma_3 - z_0)^2} + \gamma_2} \quad (10)$$

$$\phi(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) = \begin{cases} \arctan \left[\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \frac{\varphi_3 - z_0}{\sqrt{\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + (\varphi_3 - z_0)^2}} \right] & (y \neq 0), \\ 0 & (y = 0), \end{cases} \quad (11)$$

其中 Γ 是以 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 为自变量一个函数记号; 而 ϕ 是以 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 为自变量一个函数记号。

于是永磁体 ABCDA 在其外部空间任一点 $P(x, y, z)$ 产生的总磁场为:

$$B_x = \int_0^h dB_x = - \frac{K}{2} [\Gamma(a - x, y, z) + \Gamma(a - x, b - y, z) -$$

$$\Gamma(x, y, z) - \Gamma(x, b - y, z)] \Big|_0^h, \quad (12)$$

$$B_y = \int_0^h dB_y = - \frac{K}{2} [\Gamma(b - y, x, z) + \Gamma(b - y, a - x, z)$$

$$- \Gamma(y, x, z) - \Gamma(y, a - x, z)] \Big|_0^h, \quad (13)$$

$$B_z = \int_0^h dB_z = - K [\phi(y, a - x, z) + \phi(b - y, a - x, z) +$$

$$\phi(x, b - y, z) + \phi(a - x, b - y, z) + \phi(b - y, x, z) +$$

$$\phi(y, x, z) + \phi(a - x, y, z) + \phi(x, y, z)] \Big|_0^h, \quad (14)$$

这里“ $[\cdot] \Big|_0^h$ ”表示方括号 $[\cdot]$ 内的函数在 $z_0 = h$ 的值与 $z_0 = 0$ 的值之差。这样,(12)~(14)式即为充分磁化后的永磁体在其外部空间任意点产生的磁场的解析表达式。

2 n 块永磁体情形

当有 n 块尺寸相同的永磁体极性相反并列放置时, 见图 2, 设距离 x 轴最远的一块永磁体总是 N 极向上, 在图 2 所示坐标系下, 作如下坐标变换:

$$x = x, y = y - (m - 1)b, z = z, \quad (15)$$

则可由前节公式(12)~(14)得到每一永磁体外部空间的磁场分布,在此基础上叠加即可得到 n 块永磁体在其外部空间任一点 $P(x, y, z)$ 产生的磁场的计算式:

当 n 奇数时,即 $n = 2k - 1, k = 1, 2, \dots$

$$B_x = -\frac{K}{2} \left\{ \sum_{k=1} \Gamma(a - x, y + 2(k-1)b, z) + \Gamma(a - x, (2k-1)b - y, z) - \Gamma(x, y + 2(k-1)b, z) - \Gamma(x, (2k-1)b - y, z) \right\} - \sum_{k=2} \left[\Gamma(a - x, y - (2k-3)b, z) + \Gamma(a - x, 2(k-1)b - y, z) - \Gamma(x, y - (2k-3)b, z) - \Gamma(x, 2(k-1)b - y, z) \right] \Big|_0^h, \quad (16)$$

$$B_y = -\frac{K}{2} \left[\Gamma((2k-1)b - y, x, z) + \Gamma((2k-1)b - y, a - x, z) - \Gamma(y, x, z) - \Gamma(y, a - x, z) \right] \Big|_0^h, \quad (17)$$

$$B_z = -K \left[\Phi(y, x, z) + \Phi(x, y, z) + \Phi(x, (2k-1)b - y, z) + \Phi((2k-1)b - y, x, z) + \sum_{k=1} \Phi(y + 2(k-1)b, a - x, z) + \Phi((2k-1)b - y, a - x, z) + \Phi(a - x, (2k-1)b - y, z) + \Phi(a - x, y + 2(k-1)b, z) \right] - \sum_{k=2} \left[\Phi(y - (2k-3)b, a - x, z) + \Phi(2(k-1)b - y, a - x, z) + \Phi(a - x, 2(k-1)b - y, z) + \Phi(a - x, y - (2k-3)b, z) \right] + \Phi(x, 2kb - y, z) + \Phi(2kb - y, x, z) \Big|_0^h. \quad (18)$$

当 n 为偶数时,即 $n = 2k, k = 1, 2, \dots$

$$B_x = -\frac{K}{2} \left[\sum_{k=1} \Gamma(a - x, y - (2k-1)b, z) + \Gamma(a - x, 2kb - y, z) - \Gamma(x, y - (2k-1)b, z) - \Gamma(x, 2kb - y, z) \right] - \sum_{k=2} \left[\Gamma(a - x, y - 2(k-1)b, z) + \Gamma(a - x, (2k-1)b - y, z) - \Gamma(x, y - 2(k-1)b, z) - \Gamma(x, (2k-1)b - y, z) \right] \Big|_0^h, \quad (19)$$

$$B_y = -\frac{K}{2} \left[\Gamma(2kb - y, x, z) + \Gamma(2kb - y, a - x, z) + \Gamma(y, x, z) + \Gamma(y, a - x, z) \right] \Big|_0^h, \quad (20)$$

$$B_z = -K \left[-\Phi(y, x, z) - \Phi(x, y, z) + \Phi(x, 2kb - y, z) + \Phi(2kb - y, x, z) + \sum_{k=1} \Phi(y - (2k-1)b, a - x, z) + \Phi(a - x, y - (2k-1)b, z) + \Phi(2kb - y, a - x, z) + \Phi(a - x, 2kb - y, z) \right] - \sum_{k=2} \left[\Phi(y - 2(k-1)b, a - x, z) + \Phi(a - x, (2k-1)b - y, z) + \Phi((2k-1)b - y, a - x, z) + \Phi(a - x, y - 2(k-1)b, z) \right] \Big|_0^h. \quad (21)$$

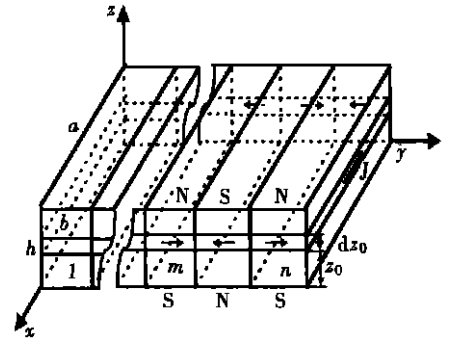


图2 n 块矩形永磁体

3 结果与讨论

由本文推导得到的计算矩形永磁体外部空间磁场分布的解析式可以看出,在利用这些解析式定量计算磁场时,仅需要首先确定该永磁体的等效电流密度 J , 即解析式中所含的常数 $K \cdot$ 为此,可先测出永磁体表面或其外部空间任意一点的某一磁感应强度分量,如 B_z , 然后,利用本文导出的相应公式确定其等效电流密度 $J \cdot$ 如:对单块矩形永磁体,当测得 $P(a/2, b/2, z)$ 处的磁场 B_z 后,便可由(14)式得到

$$J = - \frac{B_z \pi}{\mu_0 [\phi(b/2, a/2, z) + \phi(a/2, b/2, z)]} \quad (22)$$

为了验证本文推导的解析表达式,这里以长、宽和高分别为 $a = 30 \text{ mm}$, $b = 40 \text{ mm}$, $h = 5 \text{ mm}$, 且表磁强度 B_z 约为 0.2 T (对应的 $J = 8.550 \times 10^5 \text{ A/m}^2$) 的矩形永磁体为例,利用本文公式(12)~(14),具体计算了离开永磁体上(或下)表面不同距离处的磁场分布。从计算结果看,磁感应强度的三个分量中, B_x 和 B_y 分量的值在永磁体区域($a \times b$)较大范围内远小于相应位置的 B_z 的值。同时 B_x 与 B_y 的分布分别关于 $y = b/2$ 和 $x = a/2$ 轴对称,而横向磁场 B_z 的分布关于永磁体几何中心对称。我们将离开永磁体上(或下)表面不同距离

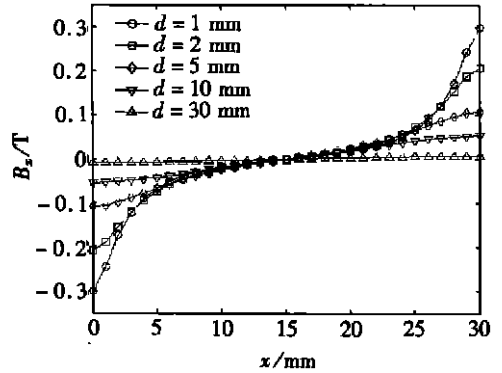


图 3(a) 在 $y = b/2$ 时 B_x 分布

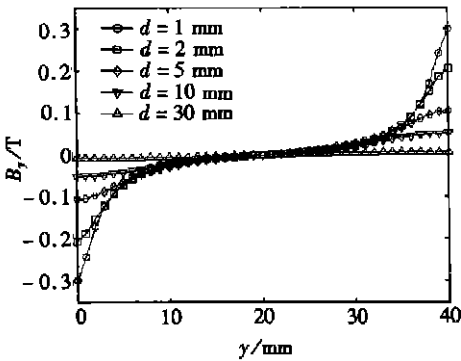


图 3(b) 在 $x = a/2$ 时 B_y 分布

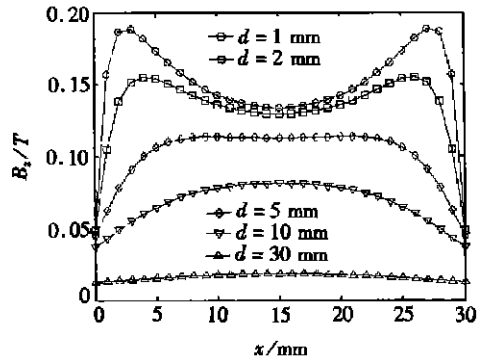


图 3(c) 在 $y = b/2$ 时 B_z 分布

d 处的 $B_x(x, b/2, d)$ 、 $B_y(a/2, y, d)$ 和 $B_z(x, b/2, d)$ 的分布分别绘于图 3(a)、3(b) 和 3(c)。通过对图 3 的分析,不难看出:随着离开永磁体上(或下)表面距离 d 的增加,磁感应强度的每一分量分布趋于均匀,但强度却随之减小。同时,随着 d 的增大, B_z 的分布还将发生变化:由较小距离 d 时中心区域处的值低于靠近边缘区域处的值逐步变化到中心区域处的值高于靠近边缘区域处的值。在 $d = 1 \text{ mm}$ 处时,横向磁场的分布呈现中心区域处的值低于靠近边缘区域处的值,而在边界上接近于零。这一分布特征与实验测试结果^[10]在定性上是一致的。说明本文给出的计算矩形永磁体磁场空间分布的解析表达式是合理可靠的。

根据图 3 反映出的永磁体磁场分布的主要特征,我们可以认为:永磁体所产生的横向磁场是主要磁场。因此,以下我们将主要针对横向磁场进行分析。同时,由于横向磁场在强度和分布上的不均匀性,考虑到在实际应用中,如:磁悬浮系统中,被悬浮的物体往往置于永磁体近处

(即离开永磁体上(或下)表面的距离在永磁体厚度尺度范围内)上方的中心部位,且总希望获得强度较为均匀且其分布在较大区域内相对均匀的横向磁场。为此,我们定义 $\beta_1 = B_{z_0}/B_{z_1}$ 和 $\beta_2 = S_0/S$ 分别为矩形永磁体横向磁场的强度均匀度和分布均匀度。这里 B_{z_0} 为永磁体中心处横向磁场值,根据图 3 可知,在离永磁体上(或下)表面较近范围(即 d 很小)内,边缘附近横向磁场的值较大。因此, B_{z_1} 取边缘附近的磁场值(例如:对边长为 20 mm 的方形永磁体,可取距离边界 2 mm 处的磁场为 B_{z_1}); S_0 是以永磁体几何中心为中心,横向磁场的值相对于 B_{z_0} 而言,其波动幅度在 5% 以内的点所组成的区域, S 为永磁体的上(或下)表面面积(即 $S = ab$)。显然,永磁体的强度均匀度和分布均匀度越接近 1,表明其中心区域的横向磁场值波动越小,且范围越大。

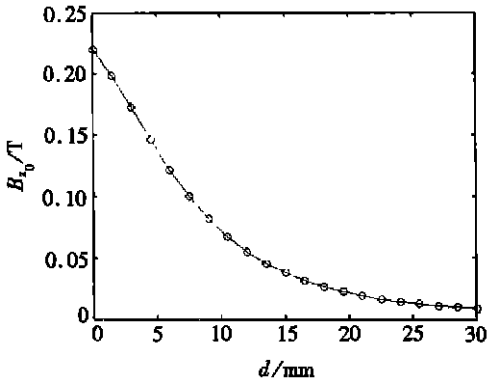


图 4 中心横向磁场 B_{z_0} 随离开永磁体上表面距离 d 的变化曲线

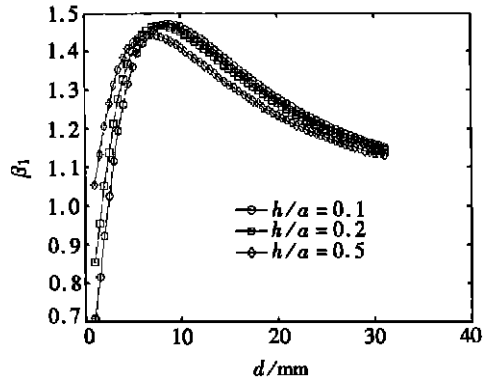


图 5 β_1 随离开永磁体上表面距离 d 的变化曲线

为了定量的分析横向磁场 B_z 以及本文定义的磁场强度均匀度和分布均匀度的变化规律,这里针对 $a = b = 20$ mm 的方形永磁体(对应的 J 仍取 8.550×10^5 A/m²)进行了具体计算。计算结果显示: B_{z_0} 在离开永磁体上(或下)表面不同距离处的值是不同的。图 4 给出了此永磁体当 $h = 5$ mm 时 B_{z_0} 随离开永磁体上(或下)表面距离 d 变化的曲线。由图 4 可见,随着离开永磁体上(或下)表面距离 d 的增大,中心横向磁场值迅速下降。在 $d = 10$ mm 和 $d = 20$ mm 处的 B_{z_0} 值分别为 $d = 1$ mm 处的 32.5% 和 12.6%。这一规律与实验观测得到的现象^[7]吻合。图 5 和图 6 分别给出了不同厚长比下此永磁体强度均匀度 β_1 和分布均匀度 β_2 随离开磁体上(或下)表面距离 d 的变化曲线,由图 5 可以看出:不同厚长比变化情况下永磁体的强度均匀度具有一共同的特点,即随着 d 的增大,永磁体的强度均匀度 β_1 先是增大,然后下降,最终趋于一定值。由强度均匀度的定义可知,当 $\beta_1 \approx 1$ 时,表明磁场值波动较小。这样,对厚长比等于 0.5 的永磁体,由图 5 可知,离开其上(或下)表面距离约为 1 mm 时,磁场的强度分布较均匀;而对于厚长比等于 0.1 的永磁体,在离开其上(或下)表面距离约为 2.5 mm 处,磁场的强度分布较均匀。一般来讲,当距离永磁体较远时,磁场分布渐趋于均匀,但其绝对数值较低。而通过图 6 我们发现,对于不同厚长比的永磁体,其分布均匀度变化规律不同,且最大值的位置也是不同的。对较小厚长比的永磁体,如 $h/a = 0.1$ 、 $h/a = 0.2$,分布均匀度先是由小到大缓慢增加,然后在离开永磁体表面某一距离处突然增大,达到最大值后迅速下降;而对较大厚长比的永磁体,如 $h/a = 0.5$,分布均匀度是在永磁体表面的近处就达到其最大值,然后随着距离的增加(即离表面越远)迅速单调下降。在 $d = 8$ mm 处,其分布均匀度只有 0.1。

图 7、图 8 和图 9 分别给出了不同距离处此方形永磁体中心横向磁场 B_{z_0} 、强度均匀度 β_1

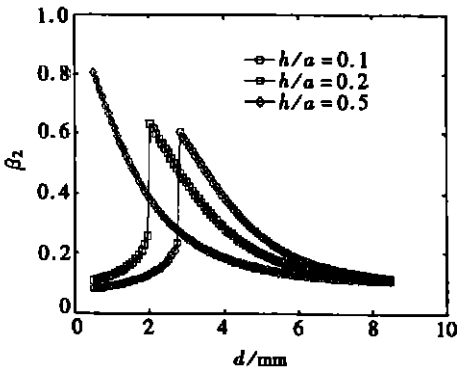


图6 β_2 随离开永磁体上表面距离 d 的变化曲线

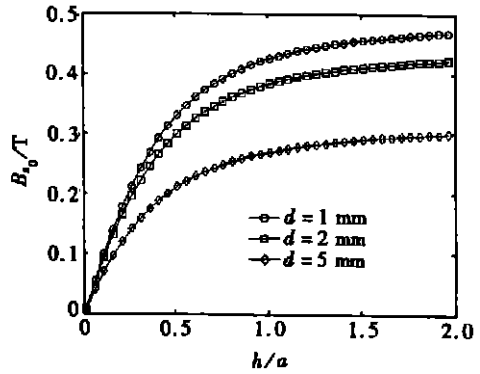


图7 中心横向磁场 B_0 随永磁体厚长比 h/a 的变化曲线

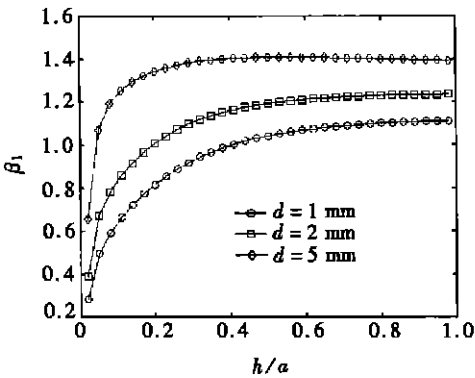


图8 β_1 随永磁体厚长比 h/a 的变化曲线

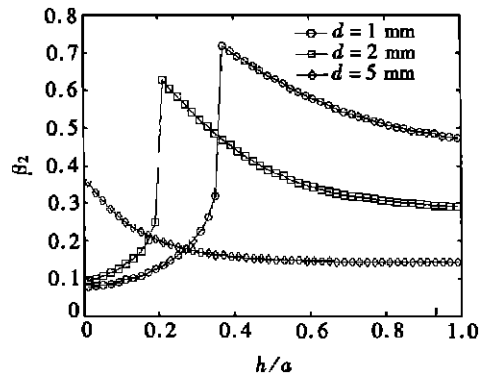


图9 β_2 随永磁体厚长比 h/a 的变化曲线

及分布均匀度 β_2 随厚长比 h/a 的变化曲线。由图7可见,随着厚长比的增加,中心横向磁场 B_0 不断增加,但这种增加当 h/a 接近于2时趋于平缓,而随着离永磁体表面距离的增加其横向磁场值减小。由图8可以看出:随着厚长比的增加,磁场强度均匀度 β_1 随之增加。当 $h/a > 0.6$ 后, β_1 逐渐趋于一稳定值。而图9结果显示:不同距离处的横向磁场分布均匀度随厚长比的变化趋势与图6显示的变化趋势相类似,即随着离开永磁体上(或下)表面距离不同,其分布均匀度变化规律也不同,但随着厚长比的增加,其分布均匀度都降低,当厚长比 $h/a > 0.8$ 后,永磁体磁场分布均匀度的变化趋于平缓。

4 结 论

本文由毕奥-萨伐尔定理出发,导出了计算矩形永磁体所产生的磁场在外部空间分布的解析表达式。依据此解析公式,本文仔细分析了矩形永磁体空间磁场分布的主要特征以及磁场分布随永磁体几何尺寸和离开永磁体表面距离的变化情况。计算结果显示:矩形永磁体几何尺寸、厚长比和离开永磁体上(或下)表面的距离对其横向磁场值以及强度均匀度和分布均匀度的影响是十分明显的。一般来说,随着离开永磁体上(或下)表面距离的增加,在一定范围内,其强度均匀度增加,但分布均匀度情况较为复杂,其变化规律和厚长比关系密切;同时,随着厚长比的增加,强度均匀度增加,而分布均匀度则与离开永磁体的距离有关。因此,为了获得较大磁场值和较高的强度均匀度及分布均匀度,统筹设计永磁体的几何尺寸和悬浮体离开

永磁体上(或下)表面的距离是非常必要的。而永磁体磁场分布的解析表达式为磁场的定量分析和统筹设计提供了可靠便捷的途径。

[参 考 文 献]

- [1] Moon F C. Superconducting Levitation [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1994.
- [2] 王家素,王素玉. 超导技术应用[M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1995.
- [3] 张永,徐善纲. 高温超导磁悬浮模型车[J]. 低温与超导, 1998, 26(4): 35—39.
- [4] Enokizono M, Matsumura K, Mohri F. Magnetic field of anisotropic permanent magnet problems by finite element method[J]. IEEE Transaction on Magnetics, 1997, 33(2): 1612—1615.
- [5] Harrold W J. Calculation of equipotentials and flux lines in axially symmetrical permanent magnet assemblies by computer[J]. IEEE Transaction on Magnetics, 1972, 8(1): 23—29.
- [6] 孙雨施. 关于永磁的计算模型[J]. 电子学报, 1982, (5): 86—89.
- [7] 李景天, 郑勤红, 宋一得, 等. 用边界元法计算永磁体磁场[J]. 电工电能新技术, 1998, (1): 7—9.
- [8] Campbell P, Chari M V K, Angeio J D. Three dimension finite element solution of permanent magnet machines[J]. IEEE Transaction on Magnetics, 1981, 17(6): 2997—2999.
- [9] 林德华, 蔡从中, 董万春. 方型永磁体表面磁感应强度分布的研究[J]. 工科物理, 1999, 9(2): 5—9.
- [10] CHEN In_gann, LIU Jian_xiong, Weintein Roy, et al. Characterization of $YBa_2Cu_3O_7$, including critical current density, by trapped magnetic field[J]. Journal Applied Physics, 1992, 72(3): 1013—1020.

Analytic Expression of Magnetic Field Distribution of Rectangular Permanent Magnets

GOU Xiao_fan, YANG Yong, ZHENG Xiao_jing

(Department of Mechanics, College of Physical Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, P. R. China)

Abstract: From the molecular current viewpoint, an analytic expression exactly describing magnetic field distribution of rectangular permanent magnets magnetized sufficiently in one direction was derived from the Biot-Savart's law. This expression is useful not only for the case of one rectangular permanent magnet bulk, but also for that of several rectangular permanent magnet bulks. By using this expression, the relations between magnetic field distribution and the size of rectangular permanent magnets as well as the magnitude of magnetic field and the distance from the point in the space to the top (or bottom) surface of rectangular permanent magnets were discussed in detail. All the calculating results are consistent with experimental ones. For transverse magnetic field which is a main magnetic field of rectangular permanent magnets, in order to describe its distribution, two quantities, one is the uniformity in magnitude and the other is the uniformity in distribution of magnetic field, were defined. Furthermore, the relations between them and the geometric size of the magnet as well as the distance from the surface of permanent magnets were investigated by these formulas. The numerical results show that the geometric size and the distance have a visible influence on the uniformity in magnitude and the uniformity in distribution of the magnetic field.

Key words: permanent magnet; magnetic field distribution; analytic expression