

海浪、地震对于轴对称海工建筑物的作用

M. 艾萨克逊 吴宋仁

(加拿大不列颠哥伦比亚大学土木系) (重庆交通学院水港系)

(王志忠推荐, 1983年8月29日收到)。

摘 要

当今海洋工程中广泛采用各种竖直轴对称结构, 诸如贮油罐、采油平台等等。本文论述一种计算上述结构物与其周围的海洋相互作用的极其有效的计算方法, 着重讨论如下几个问题的数值计算:

1. 作用在固定建筑物上的波浪荷载和爬高;
2. 作用在浮式建筑物上的附加质量、阻尼系数以及激荡力(扰动力);
3. 因地震荷载作用而产生的基面剪切力和转动力矩;
4. 浮式建筑物在波浪作用下的运动状态。

本文所述方法是一种以轴对称格林函数为基础的边界单元法, 并利用结构物本身的轴对称性提出了适用于小型计算机上进行快速有效计算的计算程序。最后, 作者给出了不同荷载对于伸出水面的截圆锥式建筑物的作用的计算结果。

符 号 说 明

A 矩阵系数, 见方程 (2.14)	n 物体表面单位外法向量
a 附加质量系数; 柱体或球体的半径	R 波浪爬高
B 见方程 (2.13)	r 径向坐标
b 阻尼系数	S_b 平衡状态物体表面
C 矩阵系数, 见方程 (2.15)	t 时间
d 静水水深	z 竖直坐标, 由静水表面铅直向上
F 波浪力	α 见图1和图4所示
f 源强度分布函数	$\beta_m = 1$ 当 $m=0$, $2i^m$ 当 $m \geq 1$
G 格林函数	$\zeta = z + d$
g 重力常数	θ 极坐标
H 波高	ξ 物体运动模量
$i = \sqrt{-1}$	ρ 水体密度
k 波数	ϕ 速度势
L 单元线段长度	ω 波浪角频率
m 质量矩阵系数	

一、概 述

利用线性绕射理论计算作用在大型的刚性结构物上的波浪力为当今世界各国近海工程设计中标准方法之一（见沙甫卡亚 (Sarpkaya) 和艾萨克逊 (Isaacson) 合著 1981)，而作用在此类结构物上的地震荷载问题可直接和作用在浮式结构物上的波浪荷载问题相联系，因为无论是在波浪还是地震作用下，海工建筑物与其海洋水体的相互作用的计算均要求首先计算出其附加质量和阻尼系数。

鉴于用于计算任意形状的结构物的计算程序计算时间长、费用高昂，因而有必要寻求另外一些适用于计算特殊形式的结构物，特别是对于某些广泛采用的竖直轴对称结构物诸如贮油罐、采油平台等计算费用便宜得多的计算方法。已有一些学者如方顿 (Fenton 1978)、艾萨克逊 (1982) 等对于作用在此类建筑物上的波浪作用力等问题进行过若干探讨。本文除综述这一问题外并论述了地震荷载作用问题。应当指出，本文所述仅仅涉及地基运动的问题，至于结构物和基础之间接触问题则未予研究。

本文以一种轴对称格林函数的边界单元法为基础，并利用结构物本身的对称性，提出一个适于小型计算机上进行快速有效计算的计算方法和程序。这一方法所要求的计算机功能大大低于用于计算任意形状物体所需要的计算功能。这是因为在理论分析中我们采用了富里哀展式，把求解面积分方程组的问题化简成为求解线积分方程组问题，同时在该方程组中只有两个方程需要求解，所以使计算工作大大简化。

已用本方法计算了若干特殊形式的结构物，计算结果和可能得到的一些前人成果进行了比较。文末附有用本法计算的伸出水面的截圆锥型结构物的计算成果，其中包括：激荡力和力矩、附加质量和阻尼系数以及地震作用下的地基剪切力和转动力矩谱与地基运动加速度谱之间的转换函数值等。

二、理 论 推 导

在地震荷载作用下地基面上的剪切力和转动力矩的计算问题和波浪作用下作用力计算问题相类似，首先在于求算附加质量和阻力系数，进而求算结构物与海洋水体的相互作用。而在地震对于海工建筑物作用问题中，可视为入射波波高为零，只保留地震所导致的建筑物基础运动的作用。

为了讨论方便起见，我们设想有一列波高为 H ，波动角频率为 ω 的规则微幅波在恒定水深 d 中推进通过一个竖直轴对称的物体，如图 1 所示。

令 (r, θ, z) 构成一柱坐标系， z 从海底沿建筑物中轴竖直向上， r 从中轴向外， θ 由波动方向起算（见图 1）。设水流为不可压缩、无粘性的无旋水流，其水流运动因而可用流域内满足拉普拉斯方程的速度势来描述。此外，假定波高以及（或者）物体运动的幅度均很小，自由水表面和物体表面的

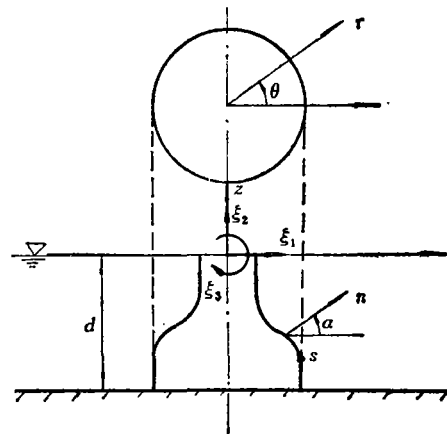


图 1 计算示意图

边界条件均可视为线性的。这样，速度势便为水底、建筑物表面、自由水表面以及远处流场的线性边界条件所规定。

物体表面边界条件为

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = V_n \quad \text{在物体表面 } S_b \text{ 上} \quad (2.1)$$

式中：\$S_b\$ 为处于平衡状态时的物体表面，\$n\$ 为物体表面 \$S_b\$ 的外法线方向，\$V_n\$ 为物体在法线方向的运动速度。

由于物体是轴对称的，因而只需研究图 1 中所绘示的三种形式的运动，设每一运动都是调和运动，即可表示为 \$\xi_k \exp(-i\omega t)\$，其中 \$t\$ 为时间，\$\xi_k\$ 为每一个运动分量的复模。运动速度 \$V_n\$ 可用 \$\xi_k\$ 来表示，即

$$V_n = \sum_{k=1}^3 -i\omega \xi_k n_k \exp(-i\omega t) \quad (2.2)$$

式中：

$$n_1 = \cos \alpha \cos \theta, \quad n_2 = \sin \alpha, \quad n_3 = (z \cos \alpha - r \sin \alpha) \cos \theta \quad (2.3)$$

速度势 \$\phi\$ 本身也是一个调和函数，由入射波势（脚标为 0）、散射波势（脚标为 4）以及物体各个方向运动而产生的与运动幅度成正比的强制波势（脚标为 1, 2 和 3）组合而成。通常 \$\phi\$ 可表示为

$$\phi = (\phi_0 + \phi_4 + \sum_{k=1}^3 \phi_k \xi_k) \exp(-i\omega t) \quad (2.4)$$

式中：\$\phi_k\$ (\$k=0, 1, \dots, 4\$) 为一般的复数。其中入射波 \$\phi_0\$ 是已知的，在 \$(r, \theta, z)\$ 柱坐标系中可写成为

$$\phi_0 = -\frac{igH}{2\omega} \frac{\cosh[k(z+d)]}{\cosh(kd)} \sum_{m=0}^{\infty} \beta_m J_m(kr) \cos(m\theta) \quad (2.5)$$

式中：\$g\$ 为重力加速度；\$k\$ 为波数；\$J_m\$ 为 \$m\$ 阶一类贝塞尔函数；\$\beta_0=1\$ 及 \$\beta_m=2i^m\$ 当 \$m \geq 1\$。

将方程式(2.2)和(2.4)代入到方程式(2.1)并分解出相应的有关项，得

$$\frac{\partial \phi_k}{\partial n} = \begin{cases} -i\omega n_k & (k=1, 2, 3) \\ -\frac{\partial \phi_0}{\partial r} \cos \alpha - \frac{\partial \phi_0}{\partial z} \sin \alpha & (k=4) \end{cases} \quad (2.6)$$

在边界积分法中，任意一点 \$\mathbf{x}=(r, \theta, z)\$ 处的未知速度势 \$\phi_k(\mathbf{x})\$ 可用分布在物体表面 \$S_b\$ 上的源函数来确定，即为

$$\phi_k(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_b} f_k(\mathbf{X}) G(\mathbf{x}, \mathbf{X}) dS \quad (k=1, \dots, 4) \quad (2.7)$$

式中：\$f(\mathbf{X})\$ 为源强度分布函数；\$G(\mathbf{x}, \mathbf{X})\$ 为由 \$\mathbf{X}\$ 点处的单位强度的源点在任意一点 \$\mathbf{x}\$ 处产生的格林函数（或称影响函数）。积分范围为整个 \$S_b\$ 面上的全部源点 \$\mathbf{X}\$。

为保证所求的速度势 \$\phi\$ 能满足拉普拉斯方程，满足水底和线性自由表面边界条件以及辐射条件，必须使格林函数本身也能满足所有这些条件。至于源强度分布函数 \$f\$ 则应使之满足物体表面边界条件。将 \$\phi_k\$ 的表达式(2.7)代入到方程式(2.6)便得到一组以 \$f_k\$ 为变量的四元联立积分方程组。

$$-\frac{1}{2}f_k(\mathbf{x}) + \frac{1}{4\pi} \int_{s_b} f_k(\mathbf{X}) \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x}, \mathbf{X}) dS = \frac{\partial \phi_k}{\partial n}(\mathbf{x}) \quad (k=1, \dots, 4) \quad (2.8)$$

式中: n 为从 \mathbf{x} 点起算; 积分是对所有 \mathbf{X} 点施积; \mathbf{x} 为物体表面上的一点, 由坐标 (s, θ) 所确定, 其中 s 如图 1 中所示; \mathbf{X} 则由相应的坐标 (s', θ') 所规定.

由于物体本身具有轴对称性, 物体表面各个点的函数 ϕ , f 及 G 均可展开成富里哀级数如下:

$$\phi_k(s, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \phi_{km}(s) \cos m\theta \quad (2.9)$$

$$G(s, \theta, s', \theta') = \sum_{m=0}^{\infty} G_m(s, s') \cos m(\theta - \theta') \quad (2.10)$$

$$f_k(s, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} f_{km}(s) \cos m\theta \quad (2.11)$$

其中仅相应于 $m=0$ 和 1 的有关项是所需的 (但在求算波浪在物体表面上的爬高时则例外).

将方程(2.10)和(2.11)代入到方程式(2.8)并作代数运算归纳后, 我们得到如下一组积分方程组:

$$-f_{km}(s) + \frac{1}{2} \int_{s_0} f_{km}(s') r' \frac{\partial G_m}{\partial n}(s, s') ds' = B_{km}(s) \quad (m=0, 1, \dots; k=1, \dots, 4) \quad (2.12)$$

式中: r' 为 s' 点处的 r 值, s_0 为 s 所示的物体表面轮廓线. 由方程式(2.3), (2.6), (2.8)和(2.9), B_{km} 为

$$B_{km} = 2 \frac{\partial \phi_{km}}{\partial n} = \begin{cases} -2i\omega \cos \alpha & (k=1, m=1) \\ -2i\omega \sin \alpha & (k=2, m=0) \\ -2i\omega(z \cos \alpha - r \sin \alpha) & (k=3, m=1) \\ \frac{igH}{\omega} \frac{\beta_m}{\cosh(kd)} [S \sin \alpha J_m(kr) - C \cos \alpha J'_m(kr)] & (k=4; m=0, 1, \dots) \\ 0 & \text{其它情况} \end{cases} \quad (2.13)$$

式中: $S = \sinh[k(z+d)]$, $C = \cosh[k(z+d)]$

在进行方程式(2.12)的数值计算时, 通常将轮廓线 s_0 离散为 N 段短直线段, 在每一小线段上视源强度分布函数 f_{km} 为常数, 将方程式(2.12)施于线段中点, 这样该方程便可近似地用下列矩阵方程式表示.

$$\sum_{j=1}^N A_{ij}^{(m)} f_j^{(km)} = B_i^{(km)} \quad (i=1, \dots, N; k=1, \dots, 4; m=0, 1, \dots) \quad (2.14)$$

式中: $f_j^{(km)}$ 代表 $f_{km}(s_j)$, 其它符号同前. 艾萨克逊(1982)在方顿(1978)研究工作的基础上求得了矩阵系数 $A_{ij}^{(m)}$ 的表达式; 该系数与 k 无关, 因而上列矩阵方程是单值矩阵方程,

不难求解当相应于不同 k 值时的 f 值。

在源强度分布函数 f 确定之后, 速度势便可由方程式 (2.7) 的离散形式来求算。第 i 线段中心点处的富里哀级数的系数 ϕ_{km} 可近似地表示为

$$\phi_{km}(s_i) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N f_j^{(km)} C_{ij} \quad (i=1, \dots, N; k=1, \dots, 4; m=0, 1, \dots) \quad (2.15)$$

艾萨克逊(1982)同样在方顿(1978)研究的基础上求得了系数 C_{ij} 的表达式。

由于源强度 f 已确定, 水流运动图景基本上也确定了, 水流运动的各种有关量, 诸如波浪作用力、附加质量、阻尼系数、波浪爬高, 结构物本身的位移、转角以及地震作用时地基面上产生的剪切力和转动力矩等均可一一求解了。下面依次阐述上述各量的计算:

1. 波浪作用力, 附加质量和阻尼系数

波浪作用在物体表面上的动水压力 p 可用线性伯诺里方程计算, 即 $p = -\rho(\partial\phi/\partial t)$ 。若以 F_1 , F_2 和 F_3 分别表示作用在坐标原点处的水平力、垂直力和力矩, 由方程式 (2.4), F_j 可表示成如下形式

$$F_j = \left[F_j^{(e)} + \sum_{k=1}^3 F_{jk}^{(f)} \xi_k \right] \exp(-i\omega t) \quad (2.16)$$

式中:

$$F_j^{(e)} = -i\omega\rho \int_{S_b} (\phi_0 + \phi_s) n_j dS \quad (2.17)$$

$$F_{jk}^{(f)} = -i\omega\rho \int_{S_b} \phi_k n_j dS \quad (2.18)$$

其中 $F_j^{(e)}$ 为激荡力分量, 相当于作用在固定物体上的波浪压力; $F_{jk}^{(f)}$ 为由物体本身运动而产生的强制力, 常用附加质量系数 a_{jk} 和阻尼系数 b_{jk} 表示, 即

$$F_{jk}^{(f)} = \omega^2 a_{jk} + i\omega b_{jk} \quad (2.19)$$

式中 a_{jk} 和 b_{jk} 均为实数。

将方程式 (2.9) 代入到方程式 (2.17) 和 (2.18) 并对 θ 进行积分, 然后用数值离散式表示得

$$F_{1k}^{(f)} = -\pi i \omega \rho \sum_{j=1}^N L_j r_j \cos(\alpha_j) \phi_{k1}(s_j) \quad (2.20a)$$

$$F_{2k}^{(f)} = -2\pi i \omega \rho \sum_{j=1}^N L_j r_j \sin(\alpha_j) \phi_{k0}(s_j) \quad (2.20b)$$

$$F_{3k}^{(f)} = -\pi i \omega \rho \sum_{j=1}^N L_j [z_j \cos(\alpha_j) - r_j \sin(\alpha_j)] \phi_{k1}(s_j) \quad (2.20c)$$

式中脚标 j 表示第 j 线段中心点处的值。由方程式 (2.19), 附加质量和阻尼系数可写为

$$a_{jk} = \frac{1}{\omega^2} \operatorname{Re} (F_{jk}^{(f)}) \quad (2.21a)$$

$$b_{jk} = \frac{1}{\omega} \operatorname{Im} (F_{jk}^{(f)}) \quad (2.21b)$$

其中 $\text{Re}(\quad)$ 和 $\text{Im}(\quad)$ 分别表示为实部和虚部。由求 $F_{j\theta}^{(j)}$ 相同的表达式但用 $(\phi_{0m} + \phi_{4m})$ 替换方程式 (2.20) 各式中的 ϕ_{km} 可得到激荡力分量 $F_j^{(e)}$ 。

2. 波浪爬高

作用在固定建筑上的波浪爬高 R 可由下式计算

$$R = (\omega/g) |\phi_0 + \phi_4|_{z=0} \quad (2.22)$$

将方程式 (2.9) 代入上式, 便得作用在物体周围的爬高分布 $R(\theta)$

$$\frac{R(\theta)}{H} = \frac{\omega}{gH} \left| \sum_{m=0}^{\infty} (\phi_{0m} + \phi_{4m})_{z=0} \cos m\theta \right| \quad (2.23)$$

这时, 源强度分布函数 f 的计算与计算作用力时仅取 $m=0, 1$ 有所不同, 需要多取几个 m 值。在实际计算中一般取合理的若干项, 通常不多于八项, 但要使略去的项不会对计算成果有显著的影响。

3. 结构物的运动

若结构物是漂浮的并承受入射波作用时, 物体的运动方程式可写成如下形式

$$\sum_{k=1}^3 [-\omega^2(m_{jk} + a_{jk}) - i\omega b_{jk} + c_{jk}] \xi_k = F_j^{(e)} \quad (j=1, 2, 3) \quad (2.24)$$

对于一个给定的物体来说其质量和刚度系数 m_{jk} 和 c_{jk} 都是已知的。刚度系数通常由静水压力刚度组成, 但对于受锚物体则还包括锚固刚度项。由于附加质量、阻尼系数和激荡力等各项都已求得, 于是由方程 (2.24) 便可求出物体的运动量 ξ_k 。

方程式 (2.24) 的解可被直接推广用于随机波作用下的运动响应计算。由该式可求得每一种运动型式的运动响应幅度系数 RAO——定义为单位波高作用下的运动模量。由一组不同频率组成的波可求算出一组单位波高作用下的运动模量或称响应系数, 因而各运动分量谱 $S_{\xi_k}(f)$ 可用入射波谱 $S_\eta(f)$ 来表示

$$S_{\xi_k}(f) = |\text{RAO}_k(f)|^2 S_\eta(f) \quad (k=1, 2, 3) \quad (2.25)$$

积分这些运动谱即得各均方运动模量 σ_{ξ_k}

$$\sigma_{\xi_k} = \int_0^\infty S_{\xi_k}(f) df \quad (k=1, 2, 3) \quad (2.26)$$

在线性分析中, 运动量的最大期望值与均方根值之比可认为等于自由水表面变化的最大期望值与均方根值之比, 这一比值与所给定的波况的历时有关, 并可表示为 (详见沙甫卡亚和艾萨克逊合著1981)

$$\frac{\max(\xi)}{\sigma_{\xi}} = \left[2 \ln \left(\frac{\tau}{T_z} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.27)$$

式中 τ 为某波况历时, T_z 为上跨零点波周期。当波况历时为12小时, 上述比值约等于4.0, 这表明这一比值对于 τ 和 T_z 的精确程度并不敏感。

4. 地震荷载

在地震荷载问题中, 结构物的基础运动情况是给定的, 稍作变换便可得物体本身的运动

ξ_k 。作用在结构物的基础面上的剪切力和转动力矩 $F_k \exp(-i\omega t)$ ($k=1, 2, 3$) 则可由结构物的运动方程式求得, 该运动方程为

$$F_k + \delta_{jk} F_j d = \sum_{j=1}^3 [-\omega^2(m_{jk} + a_{jk}) - i\omega b_{jk}] \xi_j \quad (k=1, 2, 3) \quad (2.28)$$

式中插入的克洛内克 (Kronecker) δ 项是为了用于计算 F_3 时加上 F_1 所产生的附加力矩, 因其计算点 (在基础面上) 比所设坐标原点低了一个水深 d 。

上述处理随机波况的办法可类似地推广用于地基随机振动问题。由方程式(2.28)的解可求得基础上剪切力谱和转动力矩谱 $S_{F_j}(f)$ 与地基运动加速度谱 $S_{\xi_j}(f)$ 之间的转换关系如下:

$$S_{F_j}(f) = |H_j(f)|^2 S_{\xi_j}(f) \quad (j=1, 2, 3) \quad (2.29)$$

同理, 由下式

$$H_j(f) = (m_j + a_j) + ib_j/\omega \quad (2.30)$$

根据地基运动的历时记录便可确定地基面上的剪切力及转动力矩。

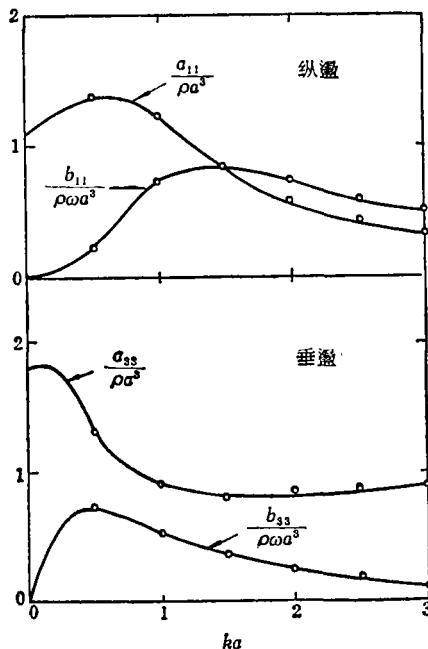
三、计算成果分析

根据本文所述理论而编制的计算程序我们计算了波浪对于若干不同型式结构的作用力, 如伸出水面的竖直圆柱、置于水底的半球体、伸出水面的截圆柱体、置于水底的截圆柱体以及漂浮于水面的球体等等。

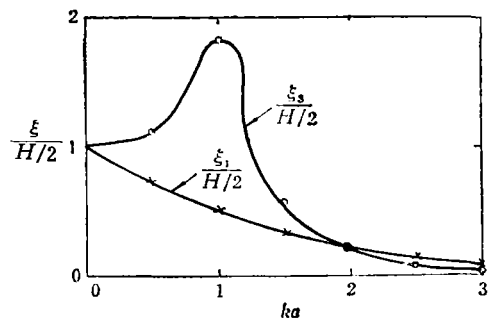
本文给出了中心位于静水表面处 $a/d=0.1$ 的球体在波浪作用下的附加质量和阻尼系数的计算成果, 这里 a 为球体半径。本计算结果与金 (Kim 1966) 所作的深水情况的计算结果作了对比 (见图2), 比较表明两者甚为相近。

设球体在其中心位于静水表面时处于平衡状态, 这时球体的质量和静水压力刚度易于求得, 根据运动方程可求得波浪激荡力作用下的运动幅度。将所算出的垂荡和纵荡方向的运动幅度和金的成果亦进行了比较, 见图3。

本文所述程序亦曾用于计算伸出自由水面的截圆锥体 (如图4中的插图所示), 计算情况为 $\alpha=45^\circ$ 和 60° , 相应的 a/d 分别为 1.0, 1.5及2.0, 其中 a 为物体基底半径。图4绘出上述计算情况下激荡力系数随 ka 的变化情况。



— 金(1966), ○ 本文方法计算结果($a/d=0.1$)
图2 漂浮球体纵荡、垂荡方向的附加质量和阻尼系数与 ka 的函数关系



— 金(1966), ○, × 本文方法计算结果
图3 漂浮球体纵荡、垂荡运动幅度与 ka 的函数关系

用本程序计算了图 5 所示的截圆锥体作为应用于地震荷载的一例。附加质量和阻尼系数随地震频率的变化情况示于图 6。计算中采用了 10 个不同频率并取 $N=15$ 。在该计算中, 每计算一个频率只需求解 15×15 的矩阵方程, 但是若应用通用于计算任意非对称形状物体的计算程序来计算, 所需求解的矩阵方程势将大得多。显然, 用本程序作这类问题的计算将大大缩短计算时间, 从而大大降低了计算费用。

图 7 给出了各个运动量相应的转换函数与频率的相互关系, 利用这一转换函数便可求得任何地基运动的加速度谱对应的地基剪切力谱和转动力矩谱。

四、结 语

本文阐述了波浪或是某种特殊的地基运动(例如地震)对于刚性的轴对称海工建筑物的作用问题。本文所述方法是一种以轴对称格林函数为基础的边界积分法。利用本法计算作用在轴对称物体上的波浪压力、附加质量、阻尼系数以及地震荷载下的地基剪切力和转动力矩等, 比之运用适于计算任意形状物体的一般计算方法来要有效和快速得多, 且有利于在小型计算机上进行计算。

文中给出了作用在伸出自由水面的截圆锥体、漂浮球体等轴对称体上的各种系数的计算结果作为运用本法之实例。

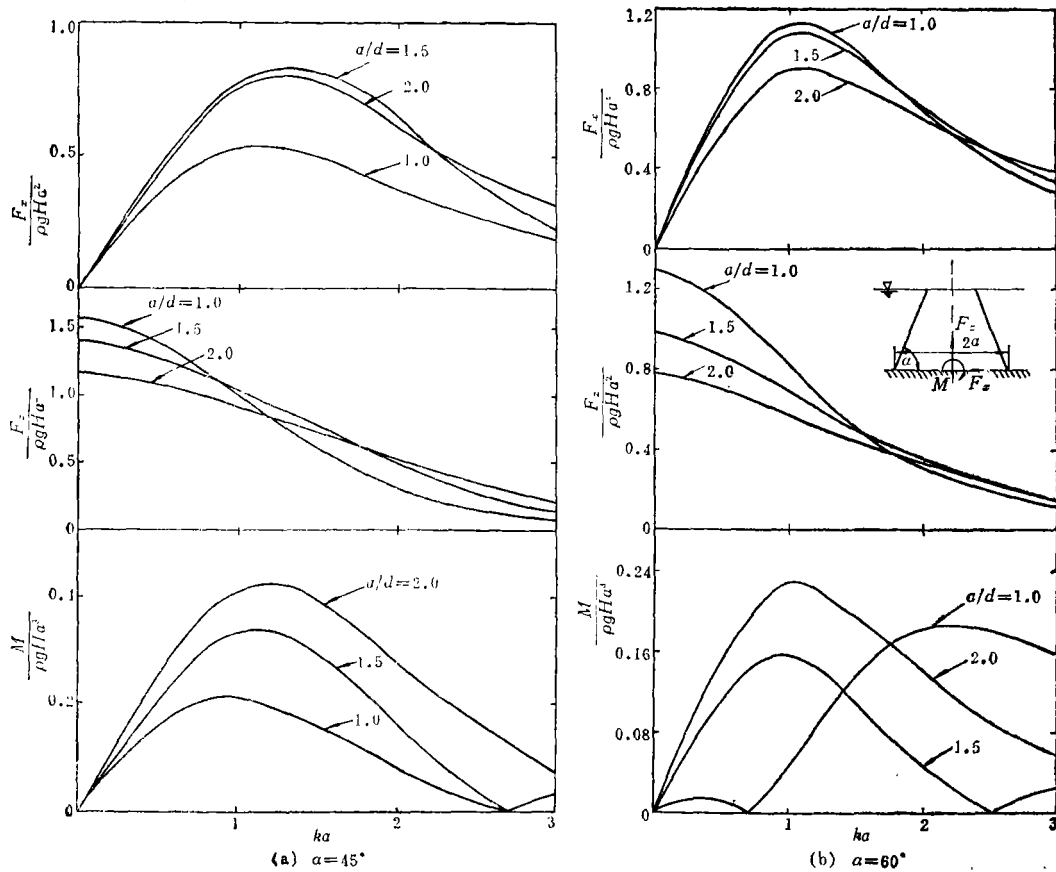


图 4 截圆锥体上的波压力和力矩与 ka 的函数关系

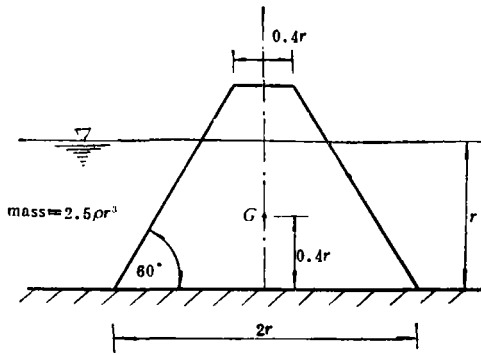
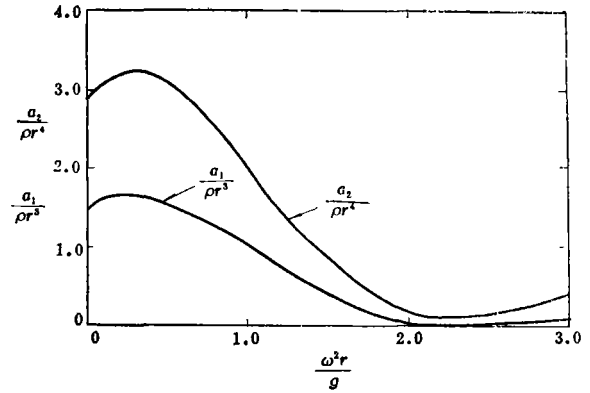


图5 地震对于截圆锥体作用算例图



(a) 附加质量系数

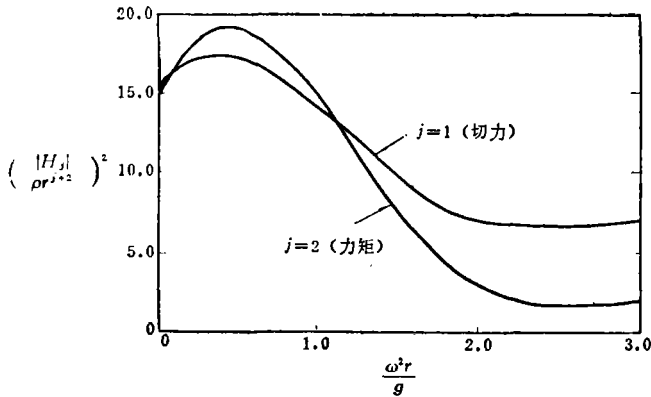
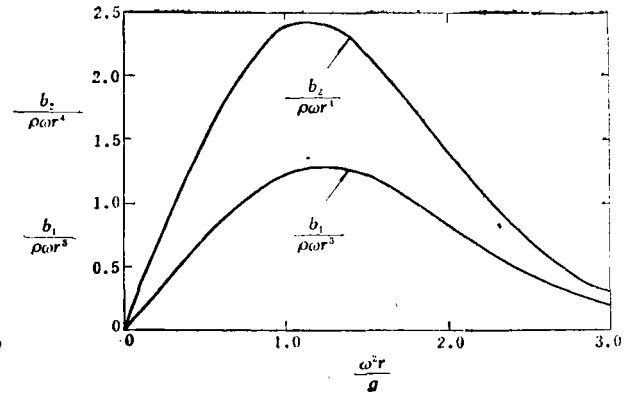


图7 地震作用下载圆锥体上的基面剪力力和转动力矩谱与地基运动加速度谱间的转换函数



(b) 阻尼系数

图6 地震作用下载圆锥体的附加质量和阻尼系数与振动频率的函数关系

参 考 文 献

- [1] Fenton, J. D., Wave forces on vertical bodies of revolution, *Journal of Fluid Mechanics*, 85 (1978), 241—255.
- [2] Isaacson, M. de St. Q., Fixed and floating axisymmetric structures in waves, *Journal of the Waterway, port, Coastal and Ocean Division, ASCE*, 108, WW2, (1982), 180—199.
- [3] Kim, W. D., On a free-floating ship in waves, *Journal of Ship Research*, 10, (1966), 182—191, 200.
- [4] Sarpkaya, T. and M. Isaacson, *Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures*, Van Nostrand Reinhold, New York(1981).

Wave and Earthquake Effects on Axisymmetric Offshore Structures

Professor Michael Isaacson

*(Department of Civil Engineering, University of British Columbia,
Vancouver, B. C., Canada)*

Wu Song-ren

(Chongqing Jiaotong Institute, Chongqing)

Abstract

Vertical axisymmetric structures have found a variety of applications in offshore engineering, including oil storage tanks, production platforms and so on. The present paper describes an efficient calculation procedure for determining the interaction of such structures with the surrounding ocean. In particular, numerical calculations are explicated for,

- wave forces and runup for a fixed structure,
- added-mass and damping coefficients for an oscillating structure,
- earthquake loading in terms of base shear and overturning moment,
- motions of a floating structure.

The approach used is based on a boundary element method involving an axisymmetric Green's function, and it exploits the structure's axisymmetry to provide a highly efficient computational procedure suitable for carrying out on a desk-top computer. Results are presented for surface-piercing conical structures under various loading conditions.