

蠕动流中连续奇点线分布法的 分段线性近似

吴望一 何青

(北京大学力学系, 1983年9月19日收到)

摘 要

本文考虑了连续奇点线分布法分段线性近似去处理任意形状长轴对称体的 Stokes 流动, 成功地得到了流场的封闭形式的分析表达式. 通过长球和卡西尼卵形体的数值计算表明此法改进了分段等强度近似的收敛性和精度并具有更大的细长比的适用范围. 文中还给出实例说明分段线性近似还可用来计算任意形状尖头长轴对称体的 Stokes 流动.

一、引 言

近十余年来, 求解任意形状物体 Stokes 流动的数值方法有了一定的进展. Gluckman 等人^[1]和 Youngren, Acrivos^[2]利用环形奇点和 Stokes 流子的面分布法研究了这一问题. 但在他们的方法中, 为了计算矩阵中的系数值必须对有关积分进行数值计算从而显著地增加了计算时间. 此外他们的方法也难于推广到有界流动中去.

最近, 吴望一^[3]提出了离散奇点线分布法和分段等强度近似的连续奇点线分布法去计算任意形状长轴对称体的 Stokes 流动. 此法不仅具有很高的计算精度而且由于流场的表达式可写成封闭的分析形式, 所以计算的工作量很小. 利用 Weinbaum^[4]等人提出的强干扰理论, 这种方法还能较容易地推广到有界 Stokes 流动中去. 虽然如此, 上述方法在计算尖头轴对称体和细长轴对称体时碰到了收敛性变慢, 方法不很有效的困难, 这是因为分段等强度近似的近似程度还不够高的原因. 因此在连续奇点线分布法中研究高级近似是十分必要的.

本文研究连续奇点线分布法分段线性近似. 首先推导有关公式, 其次用它来计算长球和卡西尼卵形体的 Stokes 流动并和分段等强度近似的结果进行比较. 最后计算透镜形轴对称体的 Stokes 流动作为计算任意形状尖头长轴对称体 Stokes 流动的一个例子.

二、计 算 公 式

设一速度为 U 的均匀来流绕一任意形状的长轴对称体作 Stokes 流动. 选取柱坐标系 ZOR, 使 Z 轴与对称轴重合. 在物体内部对称轴上取一线段 $(-d, d)$, 其中 $2d$ 是线段的长度. 如果物体的两端是圆的, 则 A, B 可取为头部的曲率中心. 在 AB 上连续地分布 Stokes 流

动中的 Sampson 球形奇点, 得流场的表达式为 (参看文[3])

$$\left. \begin{aligned} v_z &= 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left[\int_{-d}^d C_n(\xi) F_n^{(1)}(R, Z-\xi) d\xi + \int_{-d}^d D_n(\xi) F_n^{(2)}(R, Z-\xi) d\xi \right] \\ v_R &= \sum_{n=2}^{\infty} \left[\int_{-d}^d C_n(\xi) F_n^{(3)}(R, Z-\xi) d\xi + \int_{-d}^d D_n(\xi) F_n^{(4)}(R, Z-\xi) d\xi \right] \\ \psi &= \frac{R^2}{2} + \sum_{n=2}^{\infty} \left[\int_{-d}^d C_n(\xi) F_n^{(3)}(R, Z-\xi) d\xi + \int_{-d}^d D_n(\xi) F_n^{(4)}(R, Z-\xi) d\xi \right] \\ p &= p_{\infty} + \sum_{n=2}^{\infty} \int_{-d}^d D_n(\xi) \frac{4n-6}{n} F_n^{(5)}(R, Z-\xi) d\xi \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

其中长度, 速度, 压力和流函数皆为相对于特征参考量 $L, U, \mu U/L, UL^2$ 的无量纲量. 这里 L 是物体的特征长度, μ 是流体的粘性系数, $C_n(\xi), D_n(\xi)$ 是特定的强度分布函数, p_{∞} 是无穷远处压力, 函数 $F_n^{(k)}$ 具有下列表达式 ($\xi = Z(R^2 + Z^2)^{-1/2}$)

$$\left. \begin{aligned} F_n^{(1)}(R, Z) &= (R^2 + Z^2)^{-\frac{n+1}{2}} P_n(\xi), & F_n^{(2)}(R, Z) &= (R^2 + Z^2)^{-\frac{n-1}{2}} [P_n(\xi) + 2J_n(\xi)] \\ F_n^{(3)}(R, Z) &= (R^2 + Z^2)^{-\frac{n-1}{2}} J_n(\xi), & F_n^{(4)}(R, Z) &= (R^2 + Z^2)^{-\frac{n-3}{2}} J_n(\xi) \\ F_n^{(5)}(R, Z) &= (n+1)(R^2 + Z^2)^{-\frac{n}{2}} \frac{1}{R} J_{n+1}(\xi) \\ F_n^{(6)}(R, Z) &= (n+1)(R^2 + Z^2)^{-\frac{n-2}{2}} \frac{1}{R} J_{n+1}(\xi) - 2Z(R^2 + Z^2)^{-\frac{n-1}{2}} \frac{1}{R} J_n(\xi) \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

其中 P_n, J_n 分别为 n 阶 Legendre 多项式和 Gegenbauer 多项式 ($-1/2$ 次).

将 AB 分成 $(M-1)$ 段, 每一段上的强度分布用线性函数

$$\frac{c_{nj_2} d_{j_1} - c_{nj_1} d_{j_2}}{d_{j_2} - d_{j_1}} + \frac{c_{nj_2} - c_{nj_1}}{d_{j_2} - d_{j_1}} \xi$$

代替, 其中 $d_{j_1}, d_{j_2}, c_{nj_1}, c_{nj_2}$ 分别是每一小段两端点的坐标及其上的奇点强度值. 将无穷级数在 N 项上截断, 经过冗长的积分和代数运算最后得到下列结果

$$\left. \begin{aligned} v_z &= 1 + \sum_{n=2}^N \sum_{j=1}^{M-1} [S_n^{(1)}(R, Z) C_{n,j} + T_n^{(1)}(R, Z) C_{n,j+1} + S_n^{(2)}(R, Z) D_{n,j} \\ &\quad + T_n^{(2)}(R, Z) D_{n,j+1}] \\ v_R &= \sum_{n=2}^N \sum_{j=1}^{M-1} [S_n^{(3)}(R, Z) C_{n,j} + T_n^{(3)}(R, Z) C_{n,j+1} + S_n^{(4)}(R, Z) D_{n,j} \\ &\quad + T_n^{(4)}(R, Z) D_{n,j+1}] \\ \psi &= \frac{R^2}{2} + \sum_{n=2}^N \sum_{j=1}^{M-1} [S_n^{(3)}(R, Z) C_{n,j} + T_n^{(3)}(R, Z) C_{n,j+1} + S_n^{(4)}(R, Z) D_{n,j} \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned}
 & + T_n^{(4)}(R, Z)D_{n, j+1}] \\
 p = p_\infty + \sum_{n=2}^N \sum_{j=1}^{M-1} \frac{4n-6}{n} [S_n^{(1)}(R, Z)D_{n, j} + T_n^{(1)}(R, Z)D_{n, j+1}]
 \end{aligned}$$

其中

$$S_n^{(k)}(R, Z) = G_n^{(k)}(R, Z-d_{j_1}) + [H_n^{(k)}(R, Z-d_{j_2}) - H_n^{(k)}(R, Z-d_{j_1})]/(d_{j_2}-d_{j_1})$$

$$T_n^{(k)}(R, Z) = -G_n^{(k)}(R, Z-d_{j_2}) - [H_n^{(k)}(R, Z-d_{j_2}) - H_n^{(k)}(R, Z-d_{j_1})]/(d_{j_2}-d_{j_1})$$

$$G_n^{(k)}(R, Z) = \int F_n^{(k)}(R, Z)dZ, \quad L_n^{(k)}(R, Z) = \int Z F_n^{(k)}(R, Z)dZ$$

$$H_n^{(k)}(R, Z) = ZG_n^{(k)}(R, Z) - L_n^{(k)}(R, Z)$$

$$H_n^{(k)}(R, Z) = \frac{1}{n(n-1)} F_n^{(k)}(R, Z) \quad (k=1, 3, 5)$$

$$H_n^{(2)}(R, Z) = \begin{cases} \frac{1}{n(n-1)} F_n^{(2)}(R, Z) + \frac{4}{n(n-1)(n-2)} Z F_n^{(2)}(R, Z) \\ \quad + \frac{6}{n(n-1)(n-2)(n-3)} F_n^{(2)}(R, Z) & (n \geq 4) \\ \frac{Z}{2\sqrt{R^2+Z^2}} - \frac{\sinh^{-1} Z}{R} & (n=3) \\ -\frac{3}{2}\sqrt{R^2+Z^2} + Z \sinh^{-1} \frac{Z}{R} & (n=2) \end{cases}$$

$$H_n^{(4)}(R, Z) = \begin{cases} \frac{1}{n(n-1)} F_n^{(4)}(R, Z) + \frac{4}{n(n-1)(n-2)} Z F_n^{(4)}(R, Z) \\ \quad + \frac{6}{n(n-1)(n-2)(n-3)} F_n^{(4)}(R, Z) & (n \geq 4) \\ -\frac{R^2}{2} \sinh^{-1} \frac{Z}{R} & (n=3) \\ \frac{R^2 Z}{2} \sinh^{-1} \frac{Z}{R} - \frac{R^2}{2} (R^2 + Z^2)^{\frac{1}{2}} & (n=2) \end{cases}$$

$$H_n^{(6)}(R, Z) = \begin{cases} \frac{1}{n(n-1)} F_n^{(6)}(R, Z) + \frac{4}{n(n-1)(n-2)} Z F_n^{(6)}(R, Z) \\ \quad + \frac{2}{n(n-1)(n-2)(n-3)} F_n^{(6)}(R, Z) & (n \geq 4) \\ \frac{R}{2} \frac{1}{\sqrt{R^2+Z^2}} & (n=3) \\ -\frac{R}{2} \sinh^{-1} \frac{Z}{R} & (n=2) \end{cases}$$

$$G_n^{(k)}(R, Z) = -\frac{1}{n} F_{n-1}^{(k)}(R, Z) \quad (k=1, 3, 5)$$

$$G_n^{(2)}(R, Z) = \begin{cases} -\frac{1}{n} F_{n-1}^{(2)}(R, Z) - \frac{2}{n(n-1)} Z F_{n-2}^{(1)}(R, Z) - \frac{2}{n(n-1)(n-2)} F_{n-3}^{(1)}(R, Z) & (n \neq 2) \\ -\frac{1}{2} \frac{Z}{(R^2 + Z^2)^{\frac{1}{2}}} + \sinh^{-1} \frac{Z}{R} & (n=2) \end{cases}$$

$$G_n^{(4)}(R, Z) = \begin{cases} -\frac{1}{n} F_{n-1}^{(4)}(R, Z) - \frac{2}{n(n-1)} Z F_{n-2}^{(3)}(R, Z) - \frac{2}{n(n-1)(n-2)} F_{n-3}^{(3)}(R, Z) & (n \neq 2) \\ -\frac{R^2}{2} \sinh^{-1} \frac{Z}{R} & (n=2) \end{cases}$$

$$G_n^{(6)}(R, Z) = -\frac{1}{n} F_{n-1}^{(6)}(R, Z) - \frac{2}{n(n-1)} Z F_{n-2}^{(5)}(R, Z)$$

令(2.3)式中的前两式满足物面上的无滑移条件得到下列确定 $C_{n,j}$, $D_{n,j}$ 的 $2MN$ 阶线性代数方程组。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^{M-1} [S_n^{(1)}(\bar{R}, \bar{Z}) C_{n,j} + T_n^{(1)}(\bar{R}, \bar{Z}) C_{n,j+1} + S_n^{(2)}(\bar{R}, \bar{Z}) D_{n,j} \\ + T_n^{(2)}(\bar{R}, \bar{Z}) D_{n,j+1}] = -1 \\ \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^{M-1} [S_n^{(5)}(\bar{R}, \bar{Z}) C_{n,j} + T_n^{(5)}(\bar{R}, \bar{Z}) C_{n,j+1} + S_n^{(6)}(\bar{R}, \bar{Z}) D_{n,j} \\ + T_n^{(6)}(\bar{R}, \bar{Z}) D_{n,j+1}] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

其中 \bar{R}, \bar{Z} 是物面上各点的坐标。解出 $C_{n,j}$, $D_{n,j}$ 代入(2.3)式即得速度, 压力及流函数的近似表达式。

计算阻力系数的公式为

$$\lambda = \frac{\sum_{j=1}^{M-1} (D_{2,j+1} - D_{2,j}) (d_{j2} - d_{j1})}{3LU}$$

三、长球和卡西尼卵形体的 Stokes 流动

长球的方程为

$$Z = a \cos \theta, \quad R = b \sin \theta, \quad c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

其中 a , b 分别为半长轴和半短轴, θ 为极角。取 b 为特征长度, $(-c, 0)$, $(c, 0)$ 为 A, B 点, c 为焦距。

卡西尼卵形体极坐标形式的方程为

$$\rho^2 = c^2 \cos 2\phi + \sqrt{a^4 - c^4 \sin^2 2\phi} \quad (c > 0, a > c)$$

其中 ρ , ϕ 分别为极坐标系中的矢径及极角。 c 是焦距, a 是常数, $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ 是卵形体与 R 轴的交点到原点的距离。取 b 为特征长度, $(-c, 0)$, $(c, 0)$ 为 A, B 点。

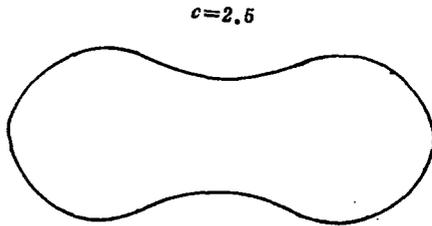


图 1

在这两种情形中，分段及配置点的选取均采用等分原则。关于配置点的讨论和文[3]中完全一样，不再赘述。

表 1 列出了 M 和 N 取不同值时，长球的阻力系数，精确到小数点后面第六位数，同表列出了准确解以资比较。 $b/a=1.25$ 和 1.5 时长球表面上的压力分布列在表 2 上。表 3 列出了 MN 取不同值时卡西尼卵形体的阻力系数，精确到小数点后第六位数。

$c=0.8$ 和 1.5 时卡西尼卵形体表面上的压力分布列在表 4 上。

从表 1 到表 4 可以看出，连续奇点线分布法中的分段线性近似对于阻力系数（总体量）和压力分布（局部量）而言，不仅保持了收敛快，精度高的优点，而且和分段等强度近似相比，其收敛速度更快， b/a 或 c 的适用范围更宽。但是对于很大的 b/a 或 c 值，收敛的 MN 仍将取相当大的数值，致使方法的优点不能充分发挥。

四、透镜形尖头轴对称体的 Stokes 流动

考虑如图 2 所示的由圆弧组成的透镜形尖头轴对称体，其方程为

$$R = \sqrt{1-Z^2} - 1 + b \quad (-a \leq Z \leq a) \quad (4.1)$$

其中 $a = \sqrt{2b-b^2}$ ， b 是对应于 $Z=0$ 的 R 值。

设联接两角点的连线为 AB ，在 AB 上连续分布 Sampson 奇点，令 A, B 两点上奇点的强度为零。采用本文所发展的分段线性近似，我们计算了细长比 $b/a=2, 2.38, 3, 4.36$ 时的阻力系数值，结果列在表 5 中。可以看出，当级数的项数取 4，并改变线段的个数 M 时，($M=6, 8, 10$)，得到了收敛到四位有效数字的结果。将透镜形尖头体的结果（表 5）和钝头长球的结果（表 1）进行比较，人们发现，在同一细长比条件下，尖头体的阻力系数比钝头体的略低。最后应该指出，对于尖角轴对称体采用离散奇点线分布法或分段等强度近似连续奇点线分布法都得不到好的结果。

$$\frac{b}{a} = 0.2$$

$$\frac{a}{b} = 3$$



图 2

表 1 长球的阻力系数

	N	MN	$a/b=1.01$	$a/b=1.10$	$a/b=1.25$	$a/b=1.50$	$a/b=2.00$	$a/b=2.50$	$a/b=3.00$
两个 线段 ($M=2$)	4	8	1.002003	1.021109	1.050030				
	6	12	1.002001	1.020099	1.050555				
	8	16	1.002001	1.020102	1.050546				
	10	20		1.020102	1.050542				
	12	24			1.050542				
		准确解		1.002001	1.020102	1.050542			
三个 线段 ($M=3$)	2	6	0.996077	1.020028	1.049765	1.099560	1.198931		
	4	12	1.002001	1.020101	1.050544	1.101678	1.203109		
	6	18	1.002001	1.020102	1.050542	1.101665	1.204481		
	8	24		1.020102	1.050542	1.101664	1.204366		
	10	30				1.101664	1.203570		
		准确解		1.002001	1.020102	1.050542	1.101664	1.203941	

续表 1

	<i>N</i>	<i>MN</i>	<i>a/b</i> =1.01	<i>a/b</i> =1.10	<i>a/b</i> =1.25	<i>a/b</i> =1.50	<i>a/b</i> =2.00	<i>a/b</i> =2.50	<i>a/b</i> =3.00
四个 线 段 (<i>M</i> =4)	2	8	1.002001	1.020102	1.050544	1.101659	1.203241	1.304572	
	4	16	1.002001	1.020102	1.050542	1.101664	1.203938	1.305099	
	6	24			1.050542	1.101664	1.203942	1.305090	
	8	32					1.203941	1.305044	
	10	40					1.203941	1.303570	
	12	48						1.305390	
	准确解			1.002001	1.020102	1.050542	1.101664	1.203941	1.305049
五个 线 段 (<i>M</i> =5)	2	10	1.002001	1.020102	1.050541	1.106167	1.203932	1.304962	
	4	20	1.002001	1.020102	1.050542	1.101664	1.203941	1.305054	
	6	30			1.050542	1.101664	1.203941	1.305049	
	8	40						1.305049	
	准确解			1.002001	1.020102	1.050542	1.101664	1.203941	1.305049
六个 线 段 (<i>M</i> =6)	2	12	1.002001	1.020102	1.050542	1.101664	1.203942	1.305029	
	4	24	1.002001	1.020102	1.050542	1.101664	1.203941	1.305049	
	6	36						1.305049	
	准确解			1.002001	1.020102	1.050542	1.101664	1.203941	1.305049
七个 线 段 (<i>M</i> =7)	2	14	1.002001	1.020102	1.050542	1.101664	1.203940	1.305049	1.404327
	4	28	1.002001	1.020102	1.050542	1.101664	1.203941	1.305049	1.404467
	6	42					1.203941	1.305049	1.404464
	8	56							1.404464
	准确解			1.002001	1.020102	1.050542	1.101664	1.203941	1.305049
九个 线 段 (<i>M</i> =9)	4	36		1.502081	1.597969				
	6	54		1.502081	1.597889				
	8	72		1.502081	1.597966				
	准确解			1.502081	1.597943				
	十个 线 段 (<i>M</i> =10)	4	40					1.502081	1.598071
6		60					1.502081	1.597935	
8		80						1.597943	
10		100						1.597943	
准确解							1.502081	1.597943	

表 2

长球表面上的压力分布

<i>M</i> =3 <i>N</i> =6 <i>a/b</i> =1.25					<i>M</i> =4 <i>N</i> =4 <i>a/b</i> =1.50			
<i>I</i>	<i>RN(I)</i>	<i>ZN(I)</i>	<i>p</i> (近似)	<i>p</i> (准确)	<i>RN(I)</i>	<i>ZN(I)</i>	<i>p</i> (近似)	<i>p</i> (准确)
1	0.000175	1.250000	-1.57570	-1.57581	0.000175	1.500000	-1.65249	-1.65250
2	0.142315	1.237277	-1.54225	-1.54220	0.222521	1.462392	-1.51711	-1.51716
3	0.281732	1.199366	-1.44733	-1.44736	0.433884	1.351145	-1.20529	-1.20523
4	0.415415	1.137040	-1.30659	-1.30658	0.623490	1.172747	-0.86942	-0.86948
5	0.540641	1.051570	-1.13847	-1.13848	0.781831	0.935235	-0.58410	-0.58405
6	0.654861	0.944687	-0.95947	-0.95947	0.900969	0.650828	-0.35585	-0.35588
7	0.755750	0.818576	-0.78102	-0.78102	0.974928	0.333781	-0.16807	-0.16805
8	0.841254	0.676801	-0.60937	-0.60937	0.999999	0.000262	-0.00013	-0.00013
9	0.909632	0.519269	-0.44671	-0.44671				
10	0.959493	0.362166	-0.29249	-0.29249				
11	0.989821	0.177894	-0.14458	-0.14458				
12	0.999999	0.000218	-0.00018	-0.00018				

表 3

卡西尼卵形体的阻力系数

	N	MN	$c=0.3$	$c=0.5$	$c=0.8$	$c=1.0$	$c=1.1$	$c=1.5$	$c=2.0$	$c=2.5$
三个 线段 ($M=3$)	2	6	1.018190	1.051238	1.133203	1.208160	1.251203	1.451825	1.747622	2.072026
	4	12	1.018187	1.051182	1.132694	1.206896	1.249195	1.445814	1.732276	2.052233
	6	18	1.018187	1.051182	1.132694	1.206690	1.249206	1.446061	1.734661	2.051433
	8	24				1.206901	1.249206	1.446059	1.735010	2.051408
	10	30				1.206901	1.249206	1.446058	1.735011	2.051403
	12	36						1.446058	1.735011	2.051405
	14	42								2.051406
16	48								2.051406	
五个 线段 ($M=5$)	2	10	1.018187	1.051181	1.132675	1.206904	1.249196	1.446053	1.735168	2.053494
	4	20	1.018187	1.051182	1.132694	1.206901	1.249206	1.446058	1.735011	2.051380
	6	30		1.051182	1.132694	1.206901	1.249206	1.446058	1.735011	2.051406
	8	40								2.051406
七个 线段 ($M=7$)	2	14	1.018187	1.051182	1.132894	1.206901	1.249206	1.446061	1.735140	2.051462
	4	28	1.018187	1.051182	1.132694	1.206901	1.249206	1.446058	1.735011	2.051408
	6	42						1.446058	1.735011	2.051406

表 4

卡西尼卵形体上的压力分布

I	$M=5 \quad N=6 \quad c=0.8$				$M=7 \quad N=6 \quad c=1.5$			
	$RN(I)$	$ZN(I)$	$p(\text{分段线性})$	$p(\text{分段常数})$	$RN(I)$	$ZN(I)$	$p(\text{分段线性})$	$p(\text{分段常数})$
1	0.00026	1.60996	-1.52543	-1.52540	0.0004	2.3452	-1.2993	-1.2994
2	0.16824	1.48313	-1.48709	-1.48711	0.1832	2.3280	-1.2709	-1.2710
3	0.32952	1.44372	-1.37754	-1.37752	0.3606	2.2769	-1.1881	-1.1881
4	0.47760	1.36491	-1.21206	-1.21208	0.5266	2.1937	-1.0581	-1.0582
5	0.60756	1.26162	-1.01254	-1.01252	0.6762	2.0812	-0.8922	-0.8923
6	0.71636	1.14008	-0.80288	-0.80289	0.8049	1.9434	-0.7046	-0.7047
7	0.80309	1.00704	-0.60414	-0.60436	0.9096	1.7853	-0.5109	-0.5109
8	0.86890	0.86890	-0.43216	-0.43216	0.9885	1.6131	-0.3265	-0.3267
9	0.91653	0.73090	-0.29372	-0.29372	1.0417	1.4338	-0.1646	-0.1645
10	0.94954	0.59663	-0.18978	-0.18978	1.0717	1.2548	-0.0342	-0.0344
11	0.97153	0.46786	-0.11634	-0.11634	1.0828	1.0828	0.0606	0.0608
12	0.98560	0.34487	-0.06716	-0.06716	1.0806	0.9229	0.1214	0.1215
13	0.99409	0.22689	-0.03552	-0.03552	1.0704	0.7777	0.1533	0.1535
14	0.99859	0.11251	-0.01506	-0.01506	1.0569	0.6476	0.1632	0.1633
15	0.99999	0.00017	-0.00002	-0.00002	1.0428	0.5313	0.1576	0.1576
16					1.0300	0.4266	0.1415	0.1415
17					1.0192	0.3311	0.1187	0.1187
18					1.0107	0.2426	0.0918	0.0918
19					1.0047	0.1591	0.0624	0.0624
20					1.0011	0.0787	0.0314	0.0315
21					1.0000	0.0001	0.0007	0.0001

表 6

透镜形尖角轴对称体的阻力系数

M	$N=4$			
	$b=0.4 \quad a/b=2$	$b=0.3 \quad a/b=2.38$	$b=0.2 \quad a/b=3$	$b=0.1 \quad a/b=4.36$
6	1.146	1.208	1.316	1.568
8	1.141	1.204	1.306	1.538
10	1.141	1.204	1.306	1.538

参 考 文 献

- [1] Gluckman, M. J., S. Weinbaum and R. Pfeffer, *J. Fluid Mech.*, 55, Part 4 (1972), 677—709.
- [2] Youngren, G. K. and A. Acrivos, *J. Fluid Mech.*, 59, Part 2 (1975), 377—403.
- [3] 吴望一, 中国科学, 2 (1974).
- [4] Weinbaum, S., *Lectures on Mathematics in the Life Sciences*, Vol. 114 (1981).

**The Linear Approximation of the Line Continuous
Distribution Method of Singularities
in Creeping Motion**

Wu Wang-yi He Qing

(*Department of Mechanics, Peking University, Beijing*)

Abstract

The linear approximation of the line continuous distribution method of singularities is proposed to treat the creeping motion of the arbitrary prolate axisymmetrical body. The analytic expressions in closed form for the flow field are obtained. The numerical results for the prolate spheroid and Cassini oval demonstrate that the convergence and the accuracy of the proposed method are better than the constant density approximation. Furthermore, it can be applied to greater slender ratio. In this paper the example is yielded to show that the linear approximation of the singularities for the density on the partitioned segments can be utilized to consider the creeping motion of the arbitrary pointed prolate axisymmetrical body.