

# 加肋双曲冷却塔动力响应的渐近分 析法——摄动有限元解\*

李龙元 卢文达

(上海市应用数学和力学研究所, 1986年6月17日收到)

## 摘 要

加肋壳体与光滑面壳相比, 一般它具有较好的动力特性与较好的稳定性. 本文通过对作者关于加肋双曲冷却塔自由振动及阵风响应计算结果的文献[1, 2]的综合分析, 认为目前工程中一般仅加几根环肋的双曲冷却塔, 可以把肋的质量、刚度矩阵作为在原光滑塔壳的质量、刚度矩阵基础上的一个增量矩阵, 从而可采用一般的奇异渐近分析法来统一求解. 文中我们首先给出了轴对称环向加强肋及非轴对称一般加强肋的质量、刚度矩阵, 并根据渐近分析原理给出了由于肋的刚度、质量矩阵所引起的塔固有频率、塔振型的一般增量表达式. 由此增量表达式, 我们还进一步给出了使最小基频达到最大值的加肋位置参数和加肋截面尺寸(肋的宽高比)参数并对实际工程中的双曲冷却塔给出了具体的数值结果.

其次, 在阵风响应的分析中, 本文用渐近方法也相应给出了由于肋的刚度、质量矩阵所引起的响应增量及阵风响应因子增量的计算表达式.

渐近分析结果同一般数值结果的比较表明, 对塔的固有频率前者能给出较精确的结果, 而对塔的振型一般误差较大. 针对这一情形, 文中还建议了一种修正了的振型算法.

## 一、引 言

目前在许多加筋肋板壳的动力分析中, 通常都是将壳面板和加筋肋离散, 并各自计算它们的应变能, 最后将面壳板和加筋肋的质量阵、刚度阵直接叠加来求解其频率、振型和响应<sup>[1, 2]</sup>. 这种直接法的优点是得到的结果比较精确; 缺点是不能给出加筋肋对结构固有频率、振型和响应的直接影响分析表达式. 尤其是在对加筋肋的尺寸、位置的动力(包括频率和响应)优化时, 虽然在每次重分析中, 壳面板的总刚度阵、总质量阵并不改变, 但由于直接法是对叠加后的总刚度阵、总质量阵进行运算, 因而他们仍然参加每次的重分析运算.

在本文, 我们通过对加肋旋转壳自由振动、动力响应计算结果的综合分析<sup>[1, 2, 3]</sup>, 认为对于一般稀加筋肋的壳体结构, 可以把肋的质量、刚度矩阵作为在原光滑壳的质量、刚度矩阵基础上的一个增量矩阵, 从而可采用一般的奇异渐近分析法来给出由于加筋肋而引起的结构固有频率、振型和响应的增量渐近表达式. 按此表达式我们还进一步讨论了加筋肋尺寸、位置的动力优化问题.

\* 本文曾在第二届全国计算力学会议上宣读 (1986.8, 上海)

## 二、方法的基本原理

设加筋壳体结构中对应壳面板的刚度和质量矩阵分别为  $\mathbf{K}_0$  和  $\mathbf{M}_0$ , 而加筋肋的质量和刚度矩阵为  $\varepsilon\mathbf{M}_1$  和  $\varepsilon\mathbf{K}_1$ , 其中  $\varepsilon$  为广义小参数<sup>[6]</sup>. 则结构的总刚度及总质量矩阵为

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_0 + \varepsilon\mathbf{K}_1, \quad \mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \varepsilon\mathbf{M}_1 \quad (2.1)$$

由奇异渐近分析原理<sup>[7,8]</sup>知, 加筋壳体结构的固有频率、振型各有如下展开式

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 + \varepsilon\mathbf{U}_1 + \varepsilon^2\mathbf{U}_2 + \dots, \quad \lambda = \lambda_0 + \varepsilon\lambda_1 + \varepsilon^2\lambda_2 + \dots \quad (2.2)$$

其中,  $\lambda$  是与固有频率有关的频率因子.

将(2.1)、(2.2)式代入自由振动基本方程

$$(\mathbf{K} - \lambda\mathbf{M})\mathbf{U} = 0 \quad (2.3)$$

得

$$(\mathbf{K}_0 - \lambda_0\mathbf{M}_0)\mathbf{U}_0 = 0 \quad (2.4)$$

$$(\mathbf{K}_0 - \lambda_0\mathbf{M}_0)\mathbf{U}_1 = \mathbf{f}_1 \quad (2.5)$$

.....

其中  $\mathbf{f}_1 = \lambda_1\mathbf{M}_0\mathbf{U}_0 - (\mathbf{K}_1 - \lambda_0\mathbf{M}_1)\mathbf{U}_0$

显然, (2.4)式代表了无肋光滑面壳的自由振动方程,  $\lambda_0$  和  $\mathbf{U}_0$  为相应的频率因子和振型. 由文献[6~8]知, 当方程(2.5)中的频率因子增量  $\lambda_1$  在  $\lambda_0$  为非重特征值的情况下, 具有如下的表达式

$$\lambda_1 = \frac{\mathbf{U}_0^T (\mathbf{K}_1 - \lambda_0\mathbf{M}_1) \mathbf{U}_0}{\mathbf{U}_0^T \mathbf{M}_0 \mathbf{U}_0} \quad (2.6)$$

而相应的振型增量为<sup>[9]</sup>

$$\mathbf{U}_1^i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{1}{\lambda_0^j - \lambda_1^j} \left\{ \lambda_0^j \frac{\mathbf{U}_0^{i,T} \mathbf{K}_1 \mathbf{U}_0^j}{\mathbf{U}_0^{i,T} \mathbf{K}_0 \mathbf{U}_0^j} - \lambda_0^j \frac{\mathbf{U}_0^{i,T} \mathbf{M}_1 \mathbf{U}_0^j}{\mathbf{U}_0^{i,T} \mathbf{M}_0 \mathbf{U}_0^j} \right\} \mathbf{U}_0^j \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2.7)$$

其中,  $\lambda$  和  $\mathbf{U}$  的右上角指标表示振型的阶数.

由(2.6)、(2.7)式, 若已求得光面壳的频率和振型, 则根据肋的刚度、质量阵, 不难得到所对应的频率和振型的增量. 而且, 对于不同的肋的尺寸、位置, 仅需对(2.6)、(2.7)式进行重分析, 而无需再去直接对(2.3)式进行重新运算.

## 三、轴对称环向加肋双曲冷却塔自由振动分析的摄动有限元解

由文献[5]和[1]知, 对于加肋壳体, 其面壳和肋的质量和刚度矩阵分别为

$$[\mathbf{M}_e]_s = \pi l_i \int_{-1}^1 [\mathbf{A}]^T [\mathbf{r}_x]^T [\mathbf{r}_x] [\mathbf{A}] \rho h r dx \quad (\text{单元质量阵})$$

$$[\mathbf{K}_e]_s = \pi l_i \int_{-1}^1 [\mathbf{A}]^T [\beta_K]^T [\mathbf{D}] [\beta_K] [\mathbf{A}] r ax \quad (\text{单元刚度阵})$$

$$[\mathbf{M}_q]_r = [\mathbf{T}^*]^T ([\mathbf{G}]^T [\mathbf{N}_M] [\mathbf{G}] + [\mathbf{Q}]^T [\mathbf{D}_M] [\mathbf{Q}]) [\mathbf{T}^*] r_e$$

$$[\mathbf{K}_q]_r = [\mathbf{T}^*]^T [\mathbf{L}]^T [\mathbf{D}_K] [\mathbf{L}] [\mathbf{T}^*] r_e$$

相应地, 有

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}_0 = \mathbf{M}_s &= \sum_{e=1}^N [M_e]_s, \quad \mathbf{K}_0 = \mathbf{K}_s = \sum_{e=1}^N [K_e]_s, \\ \mathbf{M}_1 = \mathbf{M}_r &= \sum_{q=1}^M [M_q]_r, \quad \mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_r = \sum_{q=1}^M [K_q]_r \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

其中,  $N$ 为单元数目,  $M$ 为加肋数目.

显然, 由于环向加肋所引起的塔壳固有频率增量为

$$\omega_i^2 = \lambda_i = \mathbf{U}_i^T (\mathbf{K}_r - \lambda_0^i \mathbf{M}_r) \mathbf{U}_i \quad (3.2)$$

其中,  $\mathbf{U}_i$ 为对应光塔壳固有频率 $\lambda_0^i$ 的振型向量, 且它已满足下列的归一化条件

$$\mathbf{U}_i^T \mathbf{M}_s \mathbf{U}_i = 1 \quad (3.3)$$

对于仅要求满足摄动一阶近似的加肋双曲塔壳的固有频率为

$$\omega_i = \sqrt{\lambda_0^i + \lambda_i^i} = \sqrt{\omega_{0i}^2 + \omega_i^2} \quad (3.4)$$

这里须要指出的是, 对于仅由于加肋而引起的增量刚度和质量矩阵, 就 $\mathbf{K}_r$ 和 $\mathbf{M}_r$ 中的某一个元素而言, 它们有可能在数值上并不小于或者甚至也有可能大于它们所对应 $\mathbf{K}_s$ 和 $\mathbf{M}_s$ 中的相应元素. 但实际上对于稀加肋问题, 肋刚度和质量矩阵 $\mathbf{K}_r$ 和 $\mathbf{M}_r$ 的阶数要比 $\mathbf{K}_s$ 和 $\mathbf{M}_s$ 的阶数要小得多, 从它们的行列式的值来看, 一般有

$$\|\mathbf{K}_r\| \ll \|\mathbf{K}_s\|, \quad \|\mathbf{M}_r\| \ll \|\mathbf{M}_s\|$$

因而上述摄动分析在渐近意义上是可行的. 而且, 很多实际计算结果表明, 摄动一阶近似就能达到较好的精度<sup>[6]</sup>.

采用上述的摄动有限元法, 我们分析了如图1所示的钢筋混凝土加肋双曲冷却塔的自由

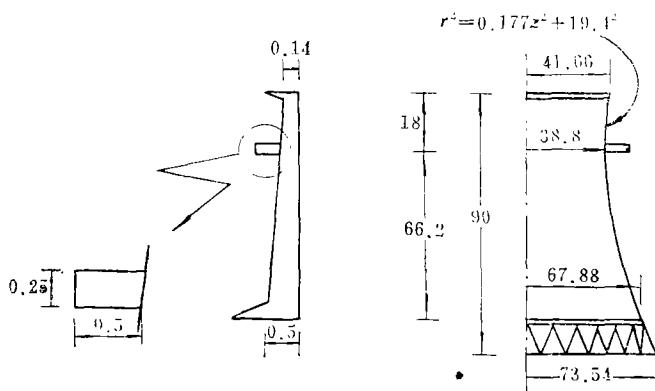


图1 双曲冷却塔示意图(单位:米)

振动问题, 其结果在图2表示.

图2的频率计算结果清楚地表明, 对于谐波数 $sk=0, 1, 2$ 的塔固有频率, 采用摄动分析法和采用一般有限元分析所得的计算结果基本上落在同一条曲线上. 而对于 $sk=3$ 的塔固有频率, 摄动值略高于有限元值. 其主要原因在于此时塔的固有频率是对应了塔的最小频率, 而加肋对塔最小固有频率将有较大的影响, 因而此时的摄动结果所产生的误差也就能显示出来. 对于振型的计算, 在加肋情况中, 一般采用(2.7)式误差较大, 为满足精度要求, 可直接根据已求得的频率 $(\lambda_0 + \lambda_1)$ 来求得总的振型 $(\mathbf{U}_0 + \mathbf{U}_1)$ .

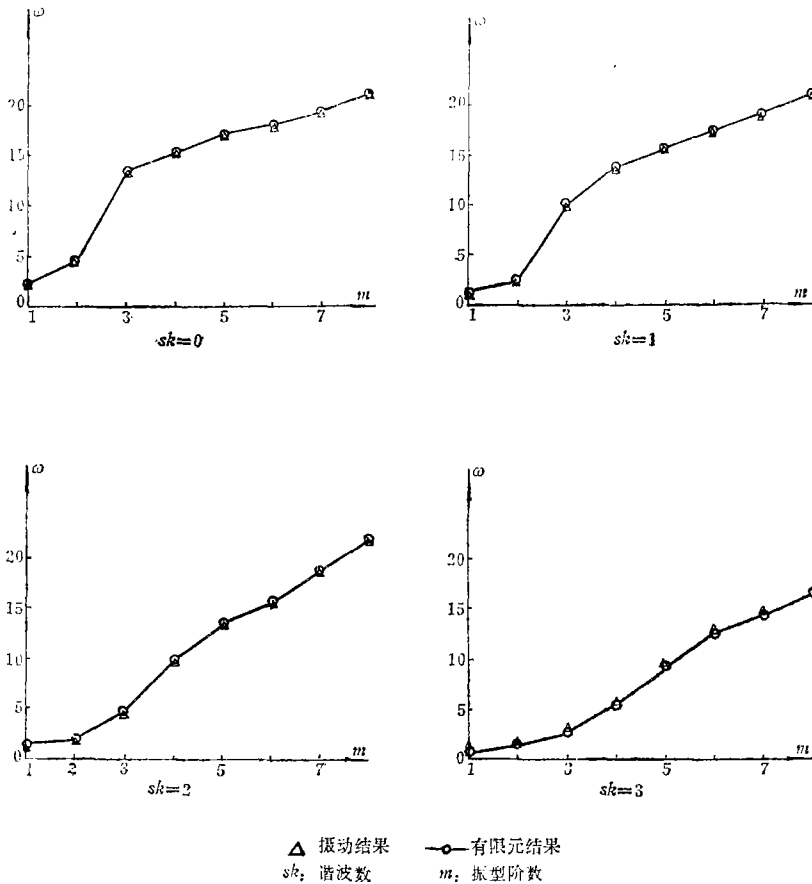


图 2 加肋双曲冷却塔的固有频率计算结果

### 四、加肋双曲塔的阵风响应分析

在加肋双曲冷却塔的动力特性及阵风响应的分析中<sup>[1,2]</sup>，我们发现，对塔的固有频率而言，加肋能使塔的低频有所提高和低频有所降低。因而对防止塔的共振来说，加肋将是有利的。对塔的阵风响应来说，不管是内力还是位移阵风响应因子，加肋并不总是提高或降低塔内各点的响应因子。换句话说，加肋一方面提高（或降低）了塔内部分点上的响应因子，但另一方面又降低（或提高）了另一部分点上的响应因子。因而，从阵风响应的角度分析，很难判断加肋的合理性。本节的目的在于用摄动渐近方法去定性地分析由于加肋而引起的频率和振型增量各自对阵风响应因子的影响。

由文献[10,11]知，频率响应函数和平均风速引起的法向位移响应分别为：

$$H_{1A}(jf) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} r_{rn}^{A33} (X_{rn} - jY_{rn}) \tag{4.1}$$

其中 
$$r_{rn}^{A33} = \frac{U_{3r}^n(s_1)U_{3r}^n(s_A) \cos n \theta_1 \cos n \theta_A}{M_r^n}$$

$$X_{rn} = \frac{f_{rn}^2 - f^2}{4\pi^2 [(f_{rn}^2 - f^2)^2 + 4f^2 f_{rn}^2 \xi_{rn}^2]}$$

$$\begin{aligned}
 Y_{rn} &= \frac{2f_{rn}\xi_{rn}}{4\pi^2[(f_{rn}^2 - f^2)^2 + 4f^2f_{rn}^2\xi_{rn}^2]} \\
 M_{rn}^n &= \rho\pi \int_0^{s_0} h[U_{1r}^{2n} + U_{2r}^{2n} + U_{3r}^{2n}]r(s)ds \\
 \bar{W}(s, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{r=1}^3 \frac{P_{rn}U_{3r}^n \cos n\theta}{4\pi^2 f_{rn}^2 M_{rn}^n}
 \end{aligned} \quad (4.2)$$

其中 
$$P_{rn} = \frac{1}{2} \bar{\rho} \bar{V}_{10}^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{s_0} \left( \frac{Z(s) + H_d}{10} \right)^{2\alpha} C_r(\theta) U_{3r}^n(s) \cdot \cos n\theta \cdot r(s) ds d\theta$$

在(4.1)和(4.2)式令:

$$f_{rn} = \bar{f}_{rn} + \hat{f}_{rn}, \quad U_{ir}^n = \bar{U}_{ir}^n + \hat{U}_{ir}^n \quad (i=1, 2, 3) \quad (4.3)$$

其中,  $\bar{f}_{rn}$ 和 $\bar{U}_{ir}^n$ 分别为由于加肋而引起的固有频率和振型的增量。将(4.3)式代入(4.1)和(4.2)式, 得相应由于 $\hat{f}_{rn}$ 和 $\hat{U}_{ir}^n$ 所引起的频率响应函数增量和平均风速引起的法向位移响应增量

$$\hat{H}_{1A} = \hat{H}_{1A}^f + \hat{H}_{1A}^U, \quad \hat{W} = \hat{W}^f + \hat{W}^U \quad (4.4)$$

$\hat{H}_{1A}^f$ 、 $\hat{W}^f$ 和 $\hat{H}_{1A}^U$ 、 $\hat{W}^U$ 为分别仅由于频率增量 $\hat{f}$ 和振型增量 $\hat{U}$ 所引起的频率响应和法向位移响应增量, 它们的表达式分别为

$$\hat{H}_{1A}^f = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{r=1}^3 r_{rn}^{A33} (\hat{X}_{rn} - j\hat{Y}_{rn}), \quad \hat{H}_{1A}^U = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{r=1}^3 \hat{r}_{rn}^{A33} (X_{rn} - jY_{rn}) \quad (4.5)$$

其中

$$\begin{aligned}
 \hat{X}_{rn} &= \frac{2f_{rn}\hat{f}_{rn}}{4\pi^2[(f_{rn}^2 - f^2) + 4f^2f_{rn}^2\xi_{rn}^2]} - X_{rn} \frac{4f^2f_{rn}\hat{f}_{rn}(1 + 2\xi_{rn}^2)}{(f_{rn}^2 - f^2)^2 + 4f^2f_{rn}^2\xi_{rn}^2} \\
 \hat{Y}_{rn} &= \frac{2f_{rn}\hat{f}_{rn}\xi_{rn}}{4\pi^2[(f_{rn}^2 - f^2)^2 + 4f^2f_{rn}^2\xi_{rn}^2]} - Y_{rn} \frac{4f^2f_{rn}\hat{f}_{rn}(1 + 2\xi_{rn}^2)}{(f_{rn}^2 - f^2)^2 + 4f^2f_{rn}^2\xi_{rn}^2} \\
 \hat{r}_{rn}^{A33} &= \frac{[U_{3r}^n(s_1)\hat{U}_{3r}^n(s_A) + \hat{U}_{3r}^n(s_1)U_{3r}^n(s_A)]\cos n\theta_1 \cos n\theta_A - \hat{M}_{rn}^n r_{rn}^{A33}}{M_{rn}^n} \\
 \hat{M}_{rn}^n &= \rho\pi \int_0^{s_0} 2h[U_{1r}^n \hat{U}_{1r}^n + U_{2r}^n \hat{U}_{2r}^n + U_{3r}^n \hat{U}_{3r}^n]r(s)ds \\
 \hat{W}^f &= - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{r=1}^3 \frac{P_{rn}U_{3r}^n \cos n\theta}{4\pi^2 f_{rn}^2 M_{rn}^n} \cdot \frac{2\hat{f}_{rn}}{f_{rn}} \\
 \hat{W}^U &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{r=1}^3 \frac{(\hat{P}_{rn}U_{3r}^n + P_{rn}\hat{U}_{3r}^n)\cos n\theta - P_{rn}U_{3r}^n \cos n\theta \cdot \hat{M}_{rn}^n/M_{rn}^n}{4\pi^2 f_{rn}^2 M_{rn}^n}
 \end{aligned} \quad (4.6)$$

其中 
$$\hat{P}_{rn} = \frac{1}{2} \bar{\rho} \bar{V}_{10}^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{s_0} \left( \frac{Z(s) + H_d}{10} \right)^{2\alpha} C_r(\theta) \hat{U}_{3r}^n \cos n\theta \cdot r(s) ds d\theta$$

进一步, 根据法向位移响应谱计算公式

$$\begin{aligned}
 S_{\bar{w}}(r_A, f) &= \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{s_0} \int_0^{s_0} H_{1A}^*(jf) H_{1B}(jf) S_r(r_A, r_B, f) \\
 &\quad \cdot r(s_A) r(s_B) ds_A ds_B d\theta_A d\theta_B
 \end{aligned} \quad (4.7)$$

不难得到它所对应的响应谱增量为

$$\hat{S}_w(r_1, f) = \hat{S}_w^f + \hat{S}_w^u \quad (4.8)$$

其中

$$\hat{S}_w^f = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{s_0} \int_0^{s_0} [H_{1B} \hat{H}_{1A}^{*f} + H_{1A}^* \hat{H}_{1B}^f] S_{\varphi} r_A r_B ds_A ds_B d\theta_A d\theta_B$$

$$\hat{S}_w^u = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{s_0} \int_0^{s_0} [H_{1B} \hat{H}_{1A}^{*u} + H_{1A}^* \hat{H}_{1B}^u] S_{\varphi} r_A r_B ds_A ds_B d\theta_A d\theta_B$$

令

$$\sigma_w = \left[ 2 \int_0^{\infty} S_w(s, \theta, f) df \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.9)$$

则对应的增量表达式为

$$\hat{\sigma}_w = \hat{\sigma}_w^f + \hat{\sigma}_w^u \quad (4.10)$$

其中,

$$\hat{\sigma}_w^f = \int_0^{\infty} \hat{S}_w^f(s, \theta, f) df \cdot \left[ 2 \int_0^{\infty} S_w(s, \theta, f) df \right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\hat{\sigma}_w^u = \int_0^{\infty} \hat{S}_w^u(s, \theta, f) df \cdot \left[ 2 \int_0^{\infty} S_w(s, \theta, f) df \right]^{-\frac{1}{2}}$$

同理, 由阵风响应因子的计算公式

$$G_w = 1 + g \frac{\sigma_w(s, \theta)}{\bar{W}(s, \theta)} \quad (4.11)$$

我们可得到分别由频率增量和振型增量所引起的增量响应因子为

$$\hat{G}_w = \hat{G}_w^f + \hat{G}_w^u \quad (4.12)$$

其中

$$\hat{G}_w^f = g \frac{\hat{\sigma}_w^f}{\bar{W}} - \frac{\sigma_w}{\bar{W}} \cdot \frac{\hat{W}^f}{\bar{W}} g, \quad \hat{G}_w^u = g \frac{\hat{\sigma}_w^u}{\bar{W}} - \frac{\sigma_w}{\bar{W}} \frac{\hat{W}^u}{\bar{W}} g$$

采用公式(4.4)~(4.12)和根据文献[11]对双曲冷却塔的风压实测数据, 我们得到图1双曲冷却塔尺寸的阵风响应因子计算结果, 其值分别在表1和表2给出。

表 1

位移 $W$ 的阵风响应因子

$h$ (米)	80	55	20	10	8
a	2.2703	2.2633	2.8037	3.9003	4.9848
b	2.6567	2.2619	2.7992	3.9223	5.0514
c	2.7150	2.2654	2.7998	3.8414	4.8464
d	2.6684	2.2638	2.7953	3.8626	4.9089

表 2

子午向内力 $N_{\varphi}$ 的阵风响应因子

$h$ (米)	80	55	20	10	8
a	2.1358	2.1011	2.1539	2.2775	2.3144
d	2.1312	2.1003	2.1540	2.2754	2.3116
c	2.1388	2.1025	2.1556	2.2800	2.3155
d	2.1353	2.1021	2.1556	2.2777	2.3126

a: 光面塔壳 $G^0$ , b: 计入频率增量影响的 $G^0 + \hat{G}^f$ , c: 计入振型增量影响的 $G^0 + \hat{G}^u$ , d: 加肋壳 $G^{(2)}$

表中的计算结果表明, 对内力 $N_{\varphi}$ 的阵风响应因子, 渐近分析结果与有限元结果比较相近. 但对位移 $W$ 的阵风响应因子, 两者差异较大. 表2的结果说明, 如果加肋仅引起频率的改

变, 而不改变原来的振型, 换句话说, 肋的安排如满足这样的要求, 它使加肋后壳体的振型保持不变, 而仅改变了频率的大小, 则内力  $N_\phi$  的阵风响应因子一般能得到降低。反之, 若加肋后仅改变了振型的分布, 而不改变频率的大小, 则内力  $N_\phi$  的阵风响应因子一般将升高。

### 五、加肋双曲冷却塔的频率优化

由前面的摄动分析结果知道, 加肋能使双曲塔的低频是所提高, 进一步从表达式 (3.2) 式可以发现, 由于  $U_0^i$  和  $\lambda_0^i$  仅是光塔壳的动力特性参数, 它们均与肋的尺寸和位置无关, 而且对仅由于加肋而引起的增量刚度和增量质量矩阵可表示为

$$[K_1] = \begin{vmatrix} & & 0 \\ & K_i & \\ 0 & & \end{vmatrix} \quad [M_1] = \begin{vmatrix} & & 0 \\ & M_i & \\ 0 & & \end{vmatrix} \quad (5.1)$$

因而, (3.2) 式可以展开成

$$\omega_{i,j}^2 = \sum_{i=1}^M U_{0i}^{jT} (K_i - \lambda_0^i M_i) U_{0i}^j \quad (5.2)$$

其中,  $U_{0i}^j$  为与  $K_i$  位置所对应的部分振型向量。

从 (5.2) 式中, 不难看出对  $\omega_i$  有影响的因素有如下几个:

- 加肋的位置——它影响  $U_{0i}^j$  的选择和  $K_r$ 、 $M_r$  的大小
- 加肋的尺寸——它影响  $K_r$ 、 $M_r$  的大小,
- 加肋的根数

以往的分析结果表明<sup>[1,2,13]</sup>, 加肋位置对塔最小固有频率的影响与加肋尺寸相比它是主要的。而且, 对于考虑偏心加肋情况, 肋的尺寸应取“肋的厚度尽可能地小, 和肋的宽度尽可能地大”。所以, 在优化肋的尺寸和位置时, 一般肋的尺寸不作优化, 而直接取为  $h = h_{\max}$  ( $h_{\max}$  为工程中所允许的最大肋宽)。实际上, 当肋宽厚比大到一定程度时, 肋的简化曲梁模型已不再成立, 而必须将它作为一环板模型来处理, 因而“肋的厚度尽可能地小和肋的宽度尽可能地大”的选择原则只具有理论意义。

(5.2) 式在肋的尺寸确定了以后, 存下的只仅是肋的位置优化问题, 根据光壳塔振型函数的连续性, 它实际上是个一维的优化问题。其优化算法和计算量都是及其简单和微小的, 这与传统的通过求解加肋壳总体方程, 而在肋的优化时又采用逐次重分析的算法相比, 其工作量的减少是相当可观的。

在表 3 我们给出了加肋根数分别为 2 和 1 时的加肋位置优化结果 (其中肋、塔尺寸均相同于图 1)。

加肋根数	加肋位置 $h$ ( $h$ 为至塔底的距离, 单位: 米)		$\omega_{m,n}^*$
1	90		0.902749
2	90	72	0.904818

必须指出的是, 对于不同加肋尺寸的肋优化位置也是不同的。例如, 若将肋的尺寸全部增加一倍, 则对单加肋而言, 其对应最佳加肋位置是在双曲塔的喉部<sup>[2]</sup>。

### 六、结 论

本文采用摄动有限元方法分析了轴对称加肋双曲冷却塔的自由振动和阵风响应问题, 并将计算结果与普通有限元方法的数值结果作了对比, 其比较结果表明了文中对加肋所作的摄

动近似分析其方法是合理有效的, 精度也是满意的。

文中建议的摄动有限元分析由于直接地给出了由肋而引起的结构动力特性和动力响应参数的变化关系表达式, 它有利人们利用力学特性去设计结构. 尤其是对于优化肋的位置参数, 上述方法能简化优化问题和避免在优化中对整体结构进行的重分析运算。

文中虽然只仅讨论了轴对称加肋问题, 但方法本身也同样可推广到非轴对称加肋问题中. 而且不难看出, 上述方法用在非轴对称加肋问题中能解除各谐波之间的耦联性。

### 参 考 文 献

- [1] Li Long-yuan and Lu Wen-da, Analyses of free vibration and response to turbulent wind of hyperbolic cooling towers by ring-stiffeners, IASS, Japan (1986.9).
- [2] 李龙元、卢文达, 加肋钢筋混凝土双曲冷却塔的动力分析和计算, 振动与冲击 (待发表).
- [3] 李龙元、卢文达, 轴对称壳体在具有多局部非轴对称缺陷时的自由振动分析——摄动有限元解, 第一次全世界计算力学大会, 美国 (1986.9).
- [4] 卢文达、李龙元, 非均匀弹性双曲冷却塔的动力特性及阵风响应的分析计算, 全国第二届计算力学会议, 上海 (1986.8).
- [5] Lu Wen-da, The finite element solution and model tests of free vibration of hyperbolic cooling towers, *Natural Draught Cooling Towers*, IASS-RUB (1984).
- [6] 李龙元, 加筋圆柱壳自由振动的摄动解, 应用数学和力学, 8, 3 (1987), 277—286.
- [7] Jacobi, C. G. J., *Crelle's Journal für die Reine und Angewandte Mathematick*, 30, 51 (1946).
- [8] 胡海昌, 多自由度结构的固有振动, 北京大学力学系讲义 (1984).
- [9] 张文、侯志坤, 大型广义特征值问题的一个新解法, 全国第一届计算力学会议文集 (1980).
- [10] Lu Wen-da, Wind loading of hyperbolic cooling towers without meridional ribs, IASS-RUB (1984).
- [11] 卢文达等, 双曲冷却塔的阵风响应, 电机工程学报, 1 (1982).
- [12] Pinazzi, F., The effect of structure variations on the dynamic behaviour of a system, *Comput. and Struct.* 20, 4 (1985), 659—669.
- [13] Eckstein, U., Improvement of the structural behaviour of cooling towers by ring-stiffeners, *Natural Draught Cooling Towers*, IASS-RUB (1984).

## Asymptotic Analyses of Dynamic Response of Hyperbolic Cooling Tower Shells with Ring-Stiffeners—— Perturbation Finite Element Solution

Li Long-yuan    Loo Wen-da

(Shanghai Institute of Appl. Math. and Mech., Shanghai)

### Abstract

In this paper, a new analysing method called perturbational finite element is suggested, by means of which we calculate the dynamic behaviour and response to turbulent wind of hyperbolic cooling tower shell with ring-stiffeners. The results are compared with those of finite element numerical method and show that the method has the advantages of clear physical idea and convenience of calculation and the accuracy of results is assured,