

服从二次曲线型莫尔准则的塑性 平面应变滑移线场理论*

陈 强

(国家地震局分析预报中心, 1987年1月6日收到)

摘 要

本文初步建立了服从二次曲线型莫尔准则的塑性平面应变滑移线场理论, 它以经典的滑移线场理论作为其特例, 它可用于金属加工、岩土力学和构造力学平面应变问题的分析. 作为初步应用, 用数值解确定了半无限体受刚模压入问题的滑移线场及极限载荷, 还确定和分析了斜坡层状介质重力滑动问题的滑移线场.

一、引 言

塑性平面应变滑移线场理论在岩土力学和构造力学等方面的应用有着重要的意义, 但由于所处理的介质扩大到岩土介质, 需要考虑静水压的影响, 并且岩土的非均质性和各向异性在某些尺度范围内相当显著, 因此岩土介质的破坏准则相当复杂.

库仑准则能初步描述静水压的影响, 对于服从库仑准则的均质体和非均质体滑移线场理论, Sobotka(1959)^[1]、Salencon(1977)^[2]、王仁等(1982)^[3]和 Michalowski(1983)^[4]进行了研究并应用于岩土力学等方面. 近年来, 在构造力学和岩土力学中经常使用二次抛物线型、双曲线型和其它曲线型的莫尔准则^[5, 6, 7]; 对于这些破坏准则, 如薛大为等(1983)^[8]指出, 现有的塑性平面应变滑移线场理论是不适用的.

本文首先分析莫尔准则的几种极限曲线, 然后运用特征线方法导出服从二次曲线型莫尔准则的非均质体滑移线场理论的一般方程, 并分析滑移线的变化规律及其力学含义, 根据导出的方程, 确定了半无限体受刚模压入和层状介质重力滑动两个问题的滑移线场及其极限载荷.

二、二次曲线型莫尔准则

一般认为, 莫尔强度理论能较好地描述岩土介质在复杂应力作用下的破坏. 莫尔准则可用剪应力 τ_n 和正应力 σ_n 表示为:

* 潘立宙、薛大为推荐.

本文为1986年11月杭州全国塑性力学学术会议宣读论文.

$$\tau_n = f(\sigma_n) \quad (2.1)$$

也可用主应力 σ_1 和 σ_3 表示为:

$$R = g(P) \quad (2.2)$$

其中 $R = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$, $P = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$, 并规定压应力为正。

在 τ_n , σ_n 坐标平面上, (2.1)式的图形是一系列极限应力圆的包络线即极限曲线。作者认为, 二次曲线型的极限曲线, 既与大量岩土试验结果比较相符, 又易于描述不同阶段岩土介质的破坏特征¹⁾。二次曲线型莫尔准则的具体表达式为:

1. 抛物线型准则。据文献[5]有

$$R^2 = (\sigma_o - 2K)P + \sigma_o \left(K - \frac{\sigma_o}{4} \right) \quad (2.3)$$

其中 K 为介质的粘聚强度, σ_o 为介质的单向抗压强度, 并可推出单向抗拉强度 $\sigma_t = K^2/(\sigma_o - 2K)$ 。

2. 双曲线型准则。据文献[6]有

$$R^2 = \frac{\sigma_o - 3\sigma_t}{\sigma_o + \sigma_t} P^2 + \frac{2\sigma_t(\sigma_o - \sigma_t)}{\sigma_o + \sigma_t} P + \frac{\sigma_o \cdot \sigma_t^2}{\sigma_o + \sigma_t} \quad (2.4)$$

3. 椭圆型准则。大量岩石强度试验表明, 随围压或正应力 σ_n 增大, 极限曲线斜率不仅逐渐变小, 而且当 σ_n 达到某一有限值时, 极限曲线斜率为零, 此时的应力状态是介质进入无塑性体积变化的临界状态。对于这类试验结果, 作者建议采用极限曲线为半个椭圆曲线的准则:

$$R^2 = \frac{K^2}{K^2 - \sigma_t(2\sigma_f + \sigma_t)} P^2 - \frac{2K^2\sigma_f}{K^2 - \sigma_t(2\sigma_f + \sigma_t)} P + K^2 \left(1 + \frac{K^2\sigma_f^2}{\sigma_t(2\sigma_f + \sigma_t)[K^2 - \sigma_t(2\sigma_f + \sigma_t)]} \right) \quad (2.5)$$

其中 σ_f 为介质达到无塑性体积变化的正应力。当 σ_f 相对很大时, 可处理为 $\sigma_f \rightarrow \infty$, 于是(2.5)式简化为(2.3)式, 即简化为抛物线型准则。

与Tresca准则、库仑准则不同, 二次曲线型莫尔准则能够统一描述介质的张破裂和剪切破坏。以抛物线型准则为例, 破坏角 μ 可求得:

$$\mu = \frac{1}{2} \arctan \left[\frac{\sqrt{2}}{\sigma_o - 2K} \sqrt{2K^2 + 2(\sigma_o - 2K)P - (\sigma_o - 2K)^2} \right] \quad (2.6)$$

上式表明介质的破坏角不仅与各种强度有关, 而且与所处的应力状态有关。因此破坏角是介质发生不同性质破坏的重要判据。根据抛物线型准则可以确定以下各类性质破坏的应力和破坏角的变化范围:

张破裂:

$$-\frac{\sigma_t}{2} \leq P \leq \frac{\sigma_o - 2K - 2\sigma_t}{2}, \quad \mu = 0^\circ, \quad \tau_n = 0, \quad \sigma_n = -\sigma_t \quad (2.7)$$

张剪性破坏:

$$\frac{\sigma_o - 2K - 2\sigma_t}{2} < P < \frac{\sigma_o - 2K}{2}, \quad \mu < \mu_0, \quad |\tau_n| < K, \quad \sigma_n < 0 \quad (2.8)$$

纯剪性破坏:

$$P = \frac{\sigma_o - 2K}{2}, \quad \mu = \mu_0, \quad |\tau_n| = K, \quad \sigma_n = 0 \quad (2.9)$$

1) 陈强, 非均质体极限平衡理论(1984)。

压剪性破坏:

$$P > \frac{\sigma_0 - 2K}{2}, \mu > \mu_0, |\tau_n| > K, \sigma_n > 0 \quad (2.10)$$

其中
$$\mu_0 = \frac{1}{2} \arctan \frac{2K}{\sigma_0 - 2K}$$

为纯剪性破坏的破坏角。

三、破坏准则与滑移线的关系

在 τ_n, σ_n 坐标系中, 应力圆与极限曲线相切就表示介质将发生破坏, 该切点指示出介质破坏面的方位, 同时指示出破坏面上的极限应力状态. 对于 Tresca 准则, 该破坏是剪切滑移, 破坏面就是最大剪应力作用的截面. 因此, 在经典的滑移线场理论中, 滑移线定义为塑性变形区内连接各点的最大剪应力方向的曲线, 因而滑移线是两族正交曲线.

对于库仑准则, 该破坏同样是剪切滑移, 但破坏面是与最大主应力 σ_1 夹角为 μ_0 的一对共轭截面. 因此, 在服从库仑准则的滑移线场理论中, 滑移线是两族非正交曲线, 滑移线的共轭角 $2\mu_0$ 处处不变.

对于二次曲线型莫尔准则, 该破坏既可以是剪切滑移, 又可以是张破裂. 若采用抛物线型准则, 破坏面与最大主应力 σ_1 夹角为 μ , μ 的取值如(2.7)至(2.10)式所示. 当 $\mu = 0^\circ$ 时, 只有一个破坏面, 即张裂面; 当 $\mu > 0^\circ$ 时, 有一对共轭破坏面, 为剪切滑移面. 因此, 在图1的坐标系中, 定义滑移线的微分方程为:

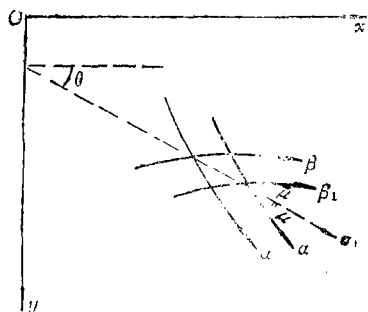


图 1 滑移线的定义

$$\alpha \text{ 线} \quad \frac{dy}{dx} = \tan(\theta + \mu) \quad (3.1)$$

$$\beta \text{ 线} \quad \frac{dy}{dx} = \tan(\theta - \mu) \quad (3.2)$$

其中 θ 为最大主应力 σ_1 方向与 Ox 轴的夹角. 一般情形下, 滑移线是两族非正交曲线, 其共轭角 2μ 随极限应力状态和物性而变化; 特殊情形下, $\mu = 0^\circ$, 两族滑移线退化为一族, 其微分方程为:

$$\frac{dy}{dx} = \tan\theta \quad (3.3)$$

于是这族滑移线也就是最大主应力 σ_1 的轨迹线.

四、应力方程

参考图 1 的直角坐标系, 非均质理想刚塑性体平面应变问题的平衡方程为:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \gamma \sin \delta \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = \gamma \cos \delta \quad (4.2)$$

其中 γ 为体力, $\gamma = \gamma(x, y)$; δ 为体力方向与 y 轴的夹角. 对于非均质体, 前述二次曲线型莫尔准则中的物性参数均为位置坐标的函数, 非均质体的破坏准则可统一表示为:

$$R = F(P, x, y) \quad (4.3)$$

利用极限应力圆上应力分量的关系式:

$$\sigma_x = P + R \cos 2\theta \quad (4.4)$$

$$\sigma_y = P - R \cos 2\theta \quad (4.5)$$

$$\tau_{xy} = R \sin 2\theta \quad (4.6)$$

将(4.3)式代入(4.4)至(4.6)式, 然后对各个应力分量求偏导, 并代入(4.1)和(4.2)式得:

$$\begin{aligned} (1 + \sin\varphi \cos 2\theta) \frac{\partial P}{\partial x} + \sin\varphi \sin 2\theta \frac{\partial P}{\partial y} - 2F \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + 2F \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial y} \\ = \gamma \sin \delta - \cos 2\theta \frac{\partial F}{\partial x} - \sin 2\theta \frac{\partial F}{\partial y} \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \sin\varphi \sin 2\theta \frac{\partial P}{\partial x} + (1 - \sin\varphi \cos 2\theta) \frac{\partial P}{\partial y} + 2F \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + 2F \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial y} \\ = \gamma \cos \delta - \sin 2\theta \frac{\partial F}{\partial x} + \cos 2\theta \frac{\partial F}{\partial y} \end{aligned} \quad (4.8)$$

其中 $\sin\varphi = \partial F / \partial P$ 可从二次曲线型极限曲线上导出, $\varphi = \varphi(P, x, y)$, 而且有:

$$\mu(P, x, y) = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \varphi(P, x, y) \quad (4.9)$$

(4.7)和(4.8)式是关于未知函数 $P(x, y)$, $\theta(x, y)$ 的一阶非线性偏微分方程组, 运用特征线方法求出其特征线的微分方程为:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin 2\theta \pm \sin 2\mu}{\cos 2\theta + \cos 2\mu} \quad (4.10)$$

当 $\mu > 0^\circ$ 时, 则在该区域的每一点上有两个不同的特征方向, 于是两族特征线的微分方程为:

$$\alpha \text{ 线} \quad \frac{dy}{dx} = \tan(\theta + \mu) \quad (4.11)$$

$$\beta \text{ 线} \quad \frac{dy}{dx} = \tan(\theta - \mu) \quad (4.12)$$

因此在该区域中, 方程组(4.7)和(4.8)是双曲型的($\mu > 0^\circ$).

当 $\mu = 0^\circ$ 时, 则在该区域的每一点上只有一个特征方向, 该族特征线的微分方程为:

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta \quad (4.13)$$

因此在该区域中, 方程组(4.7)和(4.8)是抛物型的($\mu = 0^\circ$).

注意到(4.11)、(4.12)式与(3.1)、(3.2)式完全一致, (4.13)式与(3.3)式完全一致.

因此, 应力特征线与滑移线相重合.

当方程组(4.7)和(4.8)为双曲型时, 用特征线方法可进一步求出应力方程为:

$$\begin{aligned} \alpha \text{ 线} \quad \frac{dy}{dx} = \tan(\theta + \mu) \\ \sin 2\mu \frac{\partial P}{\partial s_a} + 2F \frac{\partial \theta}{\partial s_a} + \left(\frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial s_a} - \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial x}{\partial s_a} \right) \\ = \gamma \left[\cos(2\mu - \delta) \frac{\partial x}{\partial s_a} + \sin(2\mu - \delta) \frac{\partial y}{\partial s_a} \right] \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\beta \text{ 线} \quad \frac{dy}{dx} = \tan(\theta - \mu)$$

$$\sin 2\mu \frac{\partial P}{\partial s_\beta} - 2F \frac{\partial \theta}{\partial s_\beta} - \left(\frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial s_\beta} - \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial x}{\partial s_\beta} \right)$$

$$= \gamma \left[-\cos(2\mu + \delta) \frac{\partial x}{\partial s_\beta} + \sin(2\mu + \delta) \frac{\partial y}{\partial s_\beta} \right] \quad (4.15)$$

其中 $\partial/\partial s_\alpha$, $\partial/\partial s_\beta$ 分别为沿 α , β 线的弧长微分。

如果只考虑均质和服从 Tresca 准则的情形, 则有:

$$F = K, \quad \mu = \frac{\pi}{4} \quad (4.16)$$

把(4.16)式代入(4.14)和(4.15)式, 即得到经典滑移线场理论的应力方程。

当方程组(4.7)和(4.8)为抛物型时, 用特征线方法可求出应力方程为:

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta$$

$$2F \frac{\partial \theta}{\partial s} + \left(\frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial s} - \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial x}{\partial s} \right) = \gamma \left(\cos \delta \frac{\partial x}{\partial s} - \sin \delta \frac{\partial y}{\partial s} \right) \quad (4.17)$$

其中 $\partial/\partial s$ 为沿该滑移线的弧长微分。

五、速度方程

对于(4.3)式, 当采用关联流动法则时, 有:

$$\dot{\epsilon}_1 = \dot{\lambda} \frac{\partial}{\partial \sigma_1} [R - F(P, x, y)] = \frac{\dot{\lambda}}{2} (1 - \sin \varphi) \quad (5.1)$$

$$\dot{\epsilon}_2 = 0 \quad (5.2)$$

$$\dot{\epsilon}_3 = \dot{\lambda} \frac{\partial}{\partial \sigma_3} [R - F(P, x, y)] = -\frac{\dot{\lambda}}{2} (1 + \sin \varphi) \quad (5.3)$$

其中 $\dot{\epsilon}_1, \dot{\epsilon}_2, \dot{\epsilon}_3$ 是应变速度, $\dot{\lambda}$ 是比例参数 ($\dot{\lambda} > 0$)。把(5.1)至(5.3)式变换到 xy 坐标系上, 可得

$$\dot{\epsilon}_x = \dot{\lambda} (\cos 2\theta - \sin \varphi) / 2 \quad (5.4)$$

$$\dot{\epsilon}_y = -\dot{\lambda} (\cos 2\theta + \sin \varphi) / 2 \quad (5.5)$$

$$\dot{\gamma}_{xy} = \dot{\lambda} \sin 2\theta \quad (5.6)$$

把(5.4)至(5.6)式的 $\dot{\lambda}$ 消去, 得到

$$(\sin \varphi + \cos 2\theta) \frac{\partial V_x}{\partial x} - (\sin \varphi - \cos 2\theta) \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0 \quad (5.7)$$

$$\sin 2\theta \frac{\partial V_x}{\partial x} - \cos 2\theta \frac{\partial V_x}{\partial y} - \cos 2\theta \frac{\partial V_y}{\partial x} - \sin 2\theta \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0 \quad (5.8)$$

其中 V_x, V_y 为位移速度。

运用特征线方法求出, 当 $\mu > 0^\circ$ 时, 方程组(5.7)和(5.8)式是双曲型的, 其速度方程为:

$$\alpha \text{ 线} \quad \frac{dy}{dx} = \tan(\theta + \mu), \quad \frac{\partial V_x}{\partial s_\alpha} + \tan(\theta + \mu) \frac{\partial V_y}{\partial s_\alpha} = 0 \quad (5.9)$$

$$\beta \text{ 线} \quad \frac{dy}{dx} = \tan(\theta - \mu), \quad \frac{\partial V_x}{\partial s_\beta} + \tan(\theta - \mu) \frac{\partial V_y}{\partial s_\beta} = 0 \quad (5.10)$$

当 $\mu=0^\circ$ 时, 方程组(5.7)和(5.8)式是抛物型的, 其速度方程为:

$$\frac{dy}{dx} = \tan\theta, \quad \frac{\partial V_x}{\partial s} + \tan\theta \frac{\partial V_y}{\partial s} = 0 \quad (5.11)$$

从上可知, 速度特征线与滑移线重合。

在方程组(5.7)和(5.8)式为双曲型的区域上, 任何一点的位移速度分量 V_x, V_y 与速度特征线上的位移速度分量 V_α, V_β 有如下关系:

$$V_x = V_\alpha \cos(\theta + \mu) + V_\beta \cos(\theta - \mu) \quad (5.12)$$

$$V_y = V_\alpha \sin(\theta + \mu) + V_\beta \sin(\theta - \mu) \quad (5.13)$$

把(5.12)、(5.13)式代入(5.9)、(5.10)式, 经整理得:

$$\alpha \text{ 线} \quad dV_\alpha + V_\beta \sin 2\mu d(\theta - \mu) + \cos 2\mu dV_\beta = 0 \quad (5.14)$$

$$\beta \text{ 线} \quad \cos 2\mu dV_\alpha - V_\alpha \sin 2\mu d(\theta + \mu) + dV_\beta = 0 \quad (5.15)$$

对于Tresca准则, $\mu = \pi/4$, 代入上二式得:

$$dV_\alpha + V_\beta d\theta = 0 \quad (5.16)$$

$$dV_\beta - V_\alpha d\theta = 0 \quad (5.17)$$

这就是Geiringer方程。

在方程组(5.7)和(5.8)为抛物型的区域上, 任何一点的位移速度分量 V_x, V_y 与速度特征线上的位移速度 V_s 有如下关系:

$$V_x = V_s \cos\theta, \quad V_y = V_s \sin\theta \quad (5.18)$$

把(5.18)式代入(5.11)式得到速度方程为:

$$dV_s = 0 \quad (5.19)$$

(5.14)、(5.15)和(5.19)式都表示沿速度特征线(滑移线)的相对位移速度变化为零。

表 1 不同强度比值 σ_c/K 的极限载荷分布

$K=1.0$ $\sigma_c=2K$	$\frac{\gamma B}{2K}$	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0
	$\frac{P_c}{K}$	5.1416	5.1416	5.1416	5.1416	5.1416	5.1416	5.1416
$K=1.0$ $\sigma_c=3K$	$\frac{\gamma B}{2K}$	0.0	0.5566	1.2739	2.0839	2.9719	3.9272	4.9173
	$\frac{P_c}{K}$	12.2830	13.2461	14.3196	15.3046	16.2211	17.0827	17.8911
$K=1.0$ $\sigma_c=4K$	$\frac{\gamma B}{2K}$	0.0	0.4446	1.0259	1.6870	2.4146	3.2029	4.0185
	$\frac{P_c}{K}$	19.7264	21.1141	22.6674	24.0747	25.3732	26.6207	27.7244
$K=1.0$ $\sigma_c=5K$	$\frac{\gamma B}{2K}$	0.0	0.3877	0.8945	1.4697	2.1068	2.7898	3.5131
	$\frac{P_c}{K}$	27.2031	28.9555	30.8594	32.4889	34.0372	35.4659	36.7938
$K=1.0$ $\sigma_c=6K$	$\frac{\gamma B}{2K}$	0.0	0.3518	0.8100	1.3350	1.9125	2.5366	3.1984
	$\frac{P_c}{K}$	35.0008	36.7989	38.8286	40.7412	42.4686	44.0956	45.6012

六、半无限平面受刚模压入问题

作为初步的应用计算,作者采用均质体的二次抛物线型莫尔准则(2.3)式,编制了滑移线场三类基本边值问题的电算程序.对于半无限体受刚模压入问题,参考比较符合实际的Hill解^[9],编制了源程序,输出结果包括数值计算数据和计算的滑移线场图形.由于滑移线场和极限载荷分布是关于冲模中轴线对称,所以计算时只考虑其右侧.极限载荷 P_0 的分布以无量纲量 P_0/K 表示,主要计算结果见表1、图2和图3.

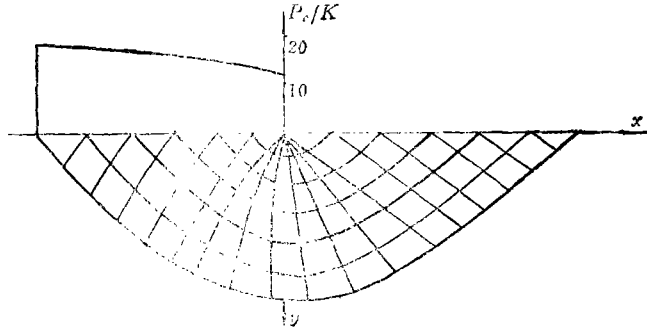


图2 $\sigma_0/K=3$ 的滑移线场和极限载荷分布

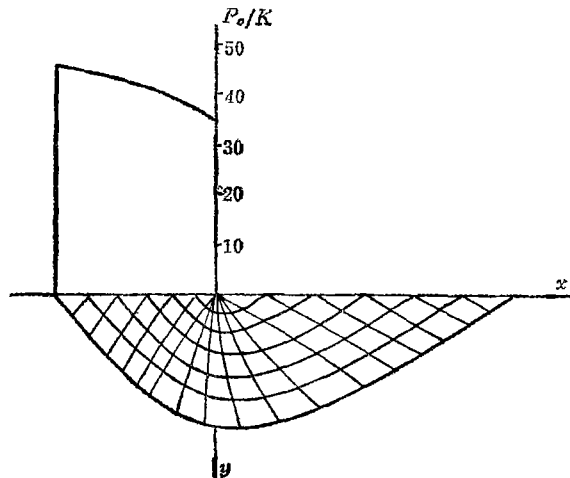


图3 $\sigma_0/K=6$ 的滑移线场和极限载荷分布

表1的 $B/2$ 为冲模的半宽度, σ_0/K 增大表示介质强度增大和脆性显著.计算和分析结果表明,当 $\sigma_0/K=2$ 时,抛物线型准则(2.3)式简化为Tresca准则,因而得到的就是Hill解,极限载荷均匀分布,如表1所示.随 σ_0/K 增大,极限载荷迅速增大并呈非线性分布,同时,进入塑性变形的区域变宽.

七、层状介质重力滑动问题

层状介质重力滑动问题的滑移线场已有不少的研究^[10,11],但其中主动状态的滑移线场没有完全作出.下面用服从均质体二次抛物线型准则的滑移线场理论分析该问题的滑移线

场。

层状介质重力滑动的力学模型如图4所示。分析中考虑了孔隙流体压力 p 的作用。以有效应力 $\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\tau}_{xy}$ 表示的应力平衡方程为:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\tau}_{xy}}{\partial y} = \gamma \sin \delta - \frac{\partial p}{\partial x} \tag{7.1}$$

$$\frac{\partial \bar{\tau}_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\sigma}_y}{\partial y} = \gamma \cos \delta - \frac{\partial p}{\partial y} \tag{7.2}$$

当层状介质内部每一点都处于极限平衡状态时,各点上的应力都满足以有效应力表示的抛物线型准则。于是求出层状介质的极限应力状态为^[12]:

$$\bar{\tau}_{xy} = \gamma y \sin \delta \tag{7.3}$$

$$\bar{\sigma}_y = \gamma(1-\eta)y \cos \delta \tag{7.4}$$

$$\bar{\sigma}_x = (\bar{\sigma}_y + \sigma_o - 2K) \pm 2\sqrt{K^2 + (\sigma_o - 2K)\bar{\sigma}_y - \bar{\tau}_{xy}^2} \tag{7.5}$$

其中 η 为孔隙流体压力与静岩压力之比。

(7.3)至(7.5)式包含了两种极限应力状态,即主动状态和被动状态。具有代表性的极限应力随深度分布如图5所示。

根据图5的极限应力分布,可作出层状介质的滑移线场如图6所示。在图6(a)中,从顶面往下至一定深度只发育一族滑移线即 $\mu=0^\circ$ 的情形。再往深处发育两族滑移线,其共轭角

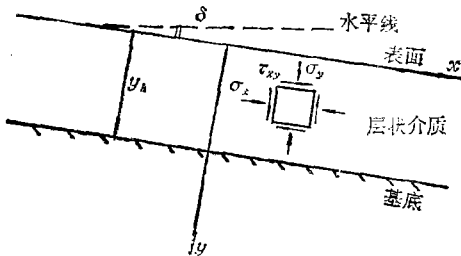


图 4 层状介质重力滑动的力学模型

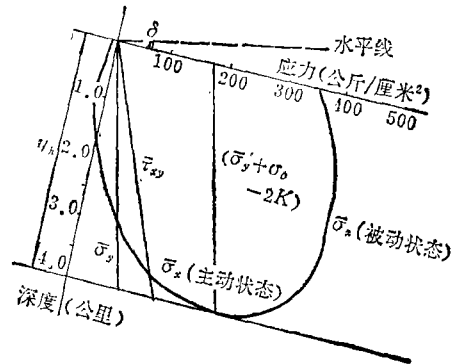


图 5 极限应力随深度的分布

2μ 逐渐增大。在图6(b)中发育两族滑移线,其共轭角 2μ 随深度逐渐增大。

图6(a)中的 β 族滑移线表示滑动断裂。在只发育一族滑移线的深度范围内,断裂的断面力学性质为张破裂($\mu=0^\circ$),可以确定其发育深度为:

$$y_t = \frac{(\sigma_o - 2K - 2\sigma_t)(1-\eta) \cos \delta + \{ (\sigma_o - 2K - 2\sigma_t)^2 (1-\eta)^2 \cos^2 \delta + 4(K^2 - \sigma_t^2) [(1-\eta)^2 \cos^2 \delta + \sin^2 \delta] \}^{1/2}}{2\gamma [(1-\eta)^2 \cos^2 \delta + \sin^2 \delta]} \tag{7.6}$$

在深度大于 y_t 的层状介质下部,滑动断裂呈缓倾角的铲形,其断面力学性质由张剪性、纯剪性向压剪性变化。

层状介质重力滑动滑移线场的确定,在构造力学领域具有重要的实际意义^[12],同时,在工程地质等方面也具有一定的意义。

本文得到王维襄副教授的悉心指导,在此表示感谢。

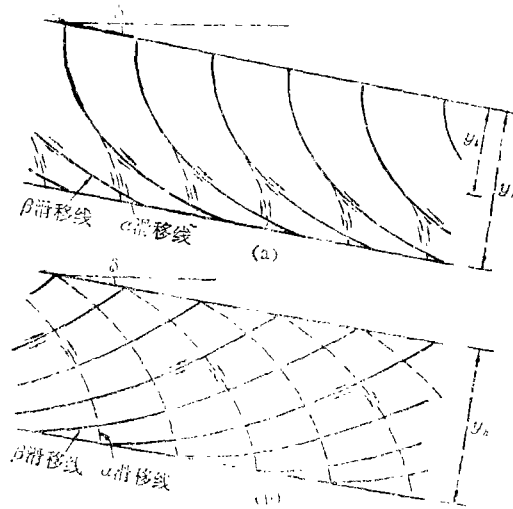


图 6 层状介质重力滑动的滑移线场

参 考 文 献

- [1] Sobotka, Z., The limiting equilibrium of non-homogeneous soils, *Non-Homogeneity in Elasticity and Plasticity*, Olszak, W. (ed.) (1959), 227—240.
- [2] Salençon, J., *Application of the Theory of Plasticity in Soil Mechanics*, John Wiley and Sons, Chichester (1977).
- [3] 王仁、熊祝华、黄文彬, 《塑性力学基础》, 科学出版社 (1982).
- [4] Michalowski, R. L., On the solution of plane flow of granular media for jump non-homogeneity, *Int. J. Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 7 (1983), 485—492.
- [5] 王维襄、韩玉英, 《棋盘格式构造的力学分析》, 地质力学论丛, 第一号, 地质出版社 (1977).
- [6] 李先炜, 《岩块力学性质》, 煤炭工业出版社 (1983).
- [7] 于学馥、郑颖人、刘怀恒、方正昌, 《地下工程围岩稳定分析》, 煤炭工业出版社 (1983).
- [8] 赵家谊、薛大为, 屈服条件由应力张量的二次齐次函数与一次齐次函数之和来表达的极限分析定理, *应用数学和力学*, 4, 4 (1983), 441—452.
- [9] 卡恰诺夫, 《塑性理论基础》, (1971), 周承倜译, 人民教育出版社 (1982).
- [10] 太沙基, K., 《理论土力学》, (1943), 徐志英译, 地质出版社 (1960).
- [11] Crans, W., G. Mandl and J. Haremboure, On the theory of growth faulting: a geomechanical delta model based on gravity sliding, *J. Pet. Geol.*, 2, 3 (1980), 265—307.
- [12] 陈强, 重力构造的力学研究——铲式断层的力学分析, *地震地质*, 3 (1986).

Slip-Line Field Theory of Plane Plastic Strain Dealing with Mohr's Criterion Expressed by Quadratic Limiting Curves

Chen Qiang

(Center for Analysis and Prediction, State Seismological Bureau, Beijing)

Abstract

In this paper, the slip-line field theory of plane plastic strain dealing with Mohr's criterion expressed by quadratic limiting curves is preliminarily established. It takes the classical slip-line field theory as its special case, and it can be applied to the analysis of plane-strain problems in metal processing, rock and soil mechanics and tectonomechanics. As preliminary application, the slip-line field and limiting loads of flat punch indentation problem are determined by numerical solution, and the slip-line field of bedded medium gravity-sliding problem is determined and discussed.