

# 人体体动脉脉搏波和输入 阻抗的计算机模拟

柳兆荣 周永生

(复旦大学应用力学系, 1987年1月8日收到)

## 摘 要

本文通过对具有连续出流的分支、锥削管的一维非线性瞬态流分析, 研究了人体体动脉中压力和流量脉搏波的传输和血管输入阻抗的变化规律。通过耦合支配着动脉中脉搏波传播的连续性方程和运动方程, 文章导得了一组可以用特征线法求解的拟线性双曲型偏微分方程组。同时, 对血管系统中常见的几种边界条件进行了适当的处理。

文章利用血管几何参数和物理参数的生理实验数据, 对血管系统的脉搏波传播和输入阻抗进行了计算机模拟。结果表明, 从本文提出的分析模型得到的压力和流量波形以及输入阻抗与有关文献公布的实验结果吻合得相当好。

## 一、前 言

在心脏收缩期, 血液从心脏射出, 主动脉及其它动脉中的血液压力将升高; 在心脏舒张期, 心脏停止射血, 动脉中的血液压力又将下降。血液压力的上升将使血管壁扩张, 然后随着压力的下降, 由于管壁的弹性作用, 将使血管壁恢复到原先的状态。上述过程在每个心动周期内都将重复进行。与此同时, 血管壁也作周期等于心动周期的振荡。相应于压力的脉动, 血液的流量也是脉动的。事实上, 如众所知, 脉搏波是沿动脉树传播的。动脉管的几何性质以及动脉管和血液的物理性质, 均将影响由左心室引起的动脉中压力和流量的脉动以及脉搏波的传播。由于高龄和血管疾病会改变这些性质, 因而也就会改变脉搏波的特征。表征脉动压力和脉动流量之间关系的血管输入阻抗, 是这些性质最适当的描述<sup>[8]</sup>。这是因为输入阻抗不仅包括了平均压力和平均流量之间的关系(即外周阻力), 同时还包括了血液的惯性、血管的弹性以及动脉系统中的波反射。

到目前为止, 要无创伤地测量人体体动脉中血液的脉动流仍是一件十分困难的事情。因此, 建立动脉系统的理论模型或实验模型就是十分必要的了。要建立理论模型, 就必须在不失动脉系统血液流动真实性的前提下, 对复杂的动脉系统中血液的运动方程加以简化, 以便能求得所需要的变量。在不同的简化假定下, 已有了各种不同的解析和数值的求解方法。Womersley<sup>[10]</sup>对圆柱管中的线性化的模型, 作了完全解析的研究。数值解法能允许方程包

\* 吴望一推荐。

含有非线性项,并能获得同时依赖于时间和沿动脉管距离的解。Lambert<sup>[2]</sup>、Streeter et al<sup>[7]</sup> 和 Anliker et al<sup>[1]</sup> 以及其他的一些作者,用了同一个一维管流方程对血液流动进行数值计算。在大多数已发表的,对动脉脉搏波传播的含有非线性的数学模型的研究中,都仅限于研究脉搏波的传播特性。在本文中,我们的血液循环系统的数学分析模型,将着重考察脉搏波沿动脉树的不同分支传播时,脉搏波波形的变化规律和所对应的血管输入阻抗。通过对非均匀管分支系统的一维非线性瞬态流的分析,来模拟人体动脉系统中压力与流量脉搏波的传播。通过耦合动量方程和连续性方程,导出了可由特征线法,并用计算机求解的拟线性双曲型方程组。采用类似于文献[1]所给出的人体动脉模型,即在标准情况下人体从心脏至胫骨动脉之间有八个分支,其中动脉的几何尺寸采用已发表的数据,并事先给定从心脏射出的流量波形。文章算得了脉搏波形和输入阻抗以及它们沿着动脉管的变化规律。所得结果展示了正常人体所观察到的特性。

## 二、假定与基本方程

为了对所研究的问题进行数学描述,我们有必要作如下的简化假定:

[i] 血液为不可压缩的牛顿流体。

[ii] 血液流动是锥削长圆管中的一维层流流动,由血液粘度  $\mu$  引起的单位管长上的粘性力  $f$  近似地表示为  $f = -8\pi\mu v$  (其中  $v$  是关于管截面的平均速度)。

[iii] 设血管壁可扩张,管壁的变形由作为平均压力  $p$  和沿血管离心脏的距离  $z$  的函数的小扰动波波速来表征。并认为在参考压  $p = p_0$  下,位置  $z$  处的血管横截面积  $S(p, z) = S_0(z)$ ,  $S_0(z)$  的选取可见 Westerhof et al<sup>[8]</sup>。

[iv] 从血管的旁侧小分支流出的血液,可由一个依赖于血管内压力和流量的连续泄漏函数  $\psi$  表示。

众所周知,小扰动波波速公式可表示为:

$$c^2(p, z) = \frac{S(p, z)}{\rho \cdot \partial S / \partial p} \quad (2.1)$$

其中  $\rho$  为血液的密度,  $p$  为血液压力,  $z$  为沿动脉管离心脏的距离,  $S(p, z)$  为血管横截面积,  $c(p, z)$  为波速。由于脉搏波波速既随离心脏距离  $z$  而变化,也随当地压力  $p$  而变化,正如 Stettler et al<sup>[9]</sup> 所指出的,动脉管各位置处的脉搏波波速可近似地表示为:

$$c(p, z) = (c_0 + B \cdot p) \cdot (\alpha + \beta \cdot z) \quad (2.2)$$

式中  $c_0$ ,  $B$ ,  $\alpha$  和  $\beta$  是由实验确定的常数, Stettler et al 给出  $B=2$ ,  $\alpha=1$ , 式中  $c_0$  和  $\beta$  的值将在本文后面给出。

将关系式(2.2)代入关系式(2.1),可得动脉管横截面积的表达式为:

$$S(p, z) = S_0(z) \cdot \exp\left[\frac{p - p_0}{p \cdot c(p_0, z) \cdot c(p, z)}\right] \quad (2.3)$$

下面考虑描述血管中血液流动的一维管流方程。显然有连续性方程

$$\frac{\partial S \cdot v}{\partial z} + \frac{\partial S}{\partial t} + \psi = 0 \quad (2.4)$$

运动方程

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho S v^2) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot S \cdot v) + \rho \psi v = -S \cdot \frac{\partial p}{\partial z} + f \quad (2.5)$$

其中  $\psi = \psi(p, z)$  表示单位管长中, 在单位时间内从管壁泄漏出的血液量. Anliker et al<sup>[1]</sup> 给出

$$\psi = \phi_r(z) \cdot (p - p_c) + \phi_q(z) \cdot S \cdot v \quad (2.6)$$

式中  $\phi_r(z)$  和  $\phi_q(z)$  是连续泄漏参数, 其数值将在后面给出.  $p_c$  表示毛细血管内的血液压力. 当将方程(2.4)代入方程(2.5), 并经整理后可得:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = f \quad (2.5)'$$

同时方程(2.4)还可进一步改写为:

$$\frac{\partial S}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \cdot v + \frac{\partial S}{\partial z} \cdot v + S \cdot \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial S}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + \psi = 0 \quad (2.4)'$$

### 三、特征方程

我们知道, 描述动脉中血液脉动流特性的基本方程(2.4)', 和(2.5)'是一组一阶拟线性双曲型偏微分方程. 下面用特征线法来对这组方程进行求解. 为此, 首先在方程(2.4)'两边分别同除以  $\rho \cdot c$  和  $-\rho \cdot c$  后, 再与方程(2.5)'相加, 同时注意到关系式(2.1), 并经整理后, 可得如下的特征线方程:

$$C^+: \begin{cases} \frac{dz}{dt} = v + c \\ \frac{dv}{dt} + \frac{1}{\rho c} \frac{dp}{dt} = -\frac{c \cdot \psi}{S} - \frac{vc}{S} \cdot \frac{\partial S}{\partial z} + f' \end{cases} \quad (3.1)$$

$$C^-: \begin{cases} \frac{dz}{dt} = v - c \\ \frac{dv}{dt} - \frac{1}{\rho c} \frac{dp}{dt} = \frac{c \cdot \psi}{S} + \frac{vc}{S} \cdot \frac{\partial S}{\partial z} + f' \end{cases} \quad (3.2)$$

上式中  $f' = f/\rho S$ .

在考虑血管壁的泄漏时, 我们参考 Stettler et al<sup>[6]</sup> 的做法, 对我们所研究的动脉管道(见图2)中大的血管分支引起的血液的集中泄漏, 用一个分支区域(见图3)来模拟, 而对小的血管分支引起的血液泄漏则用适当选取的连续泄漏来模拟. 因而整个血管系统将被分成若干个连续管段(图2中的  $A_1$ 、 $A_2$  等)和联接各连续管段的分支区域(图2中的  $B_1$ 、 $B_2$  等). 在进行数值计算时, 对于连续管段可直接应用特征方程(3.1), (3.2), 各连续管段上的流动参量之间的联接, 可通过在分支区域处的边界条件所提供的方程来实现.

在连续管段上, 可由特征方程(3.1), (3.2)通过有限差分  $\Delta p$ ,  $\Delta v$ ,  $\Delta z$  和  $\Delta t$  分别代替微分  $dp$ ,  $dv$ ,  $dz$  和  $dt$  来进行数值求解. 为使计算稳定, 必须满足稳定性条件  $\Delta z/\Delta t \geq \max\{|v| + c\}$ , 在具体计算中, 我们取  $\Delta z = 2.5\text{cm}$ ,  $\Delta t = 0.001333\text{sec}$ , 因而  $\Delta z/\Delta t = 1875\text{cm/sec}$ . 由于本模型中波速不超过  $1500\text{cm/sec}$ ,  $|v|$  不超过  $150\text{cm/sec}$ , 因而上述稳定性条件总能满足.

下面首先介绍连续管段上, 由已知  $t-\Delta t$  时刻的流动参量求  $t$  时刻流动参量的计算过程。

在每一连续管段上, 对空间位置  $z$  以等间隔  $\Delta z$  为步长进行分割, 第  $j$  个分割点记为  $z_j$ ; 同样, 对于时间  $t$  也以等间隔  $\Delta t$  为步长进行分割, 第  $n$  个分割点记为  $t_n$ 。在  $z-t$  平面上 (如图 1 所示), 过  $t=t_{n-1}$  作垂直于  $t$  轴的直线, 分别与过  $z$  轴上  $z=z_{j-1}$ ,  $z_j$  和  $z_{j+1}$  点并垂直于  $z$  轴的各直线相交于  $B$ 、 $C$ 、 $D$  点, 又过  $t=t_n$  作垂直于  $t$  轴的直线, 与过点  $z=z_j$  并垂直于  $z$  轴的直线相交于  $A$  点。在已知  $t_{n-1}=t_n-\Delta t$  时刻血液的压力和速度  $p_j^{n-1}$  和  $v_j^{n-1}$  的情况下, 可由特征方程 (3.1)、(3.2) 求得  $t_n$  时刻血液的压力和速度  $p_j^n$ 、 $v_j^n$  (这儿上标  $n$  表示  $t_n$  时刻, 下标  $j$  表示  $z_j$  位置)。过  $A$  点作以  $C$  点的  $v_j^{n-1} \pm c_j^{n-1}$  值为斜率的直线, 分别交  $t=t_{n-1}$  直线于  $E$ 、 $F$  点, 由于  $\Delta z/\Delta t > \max\{|v \pm c|\}$ , 故  $E$ 、 $F$  点必分别落于  $B$ 、 $C$  点之间和  $C$ 、 $D$  点之间 (见图 1)。  $E$ 、 $F$  点处的血液压力  $p_E$ 、 $p_F$  和血液速度  $v_E$ 、 $v_F$  分别取关于  $B$ 、 $C$  点的线性插值和关于  $C$ 、 $D$  点的线性插值。即

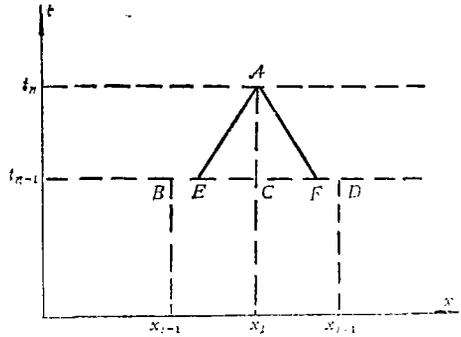


图 1  $x-t$  平面上从  $t_{n-1}$  时刻到  $t_n$  时刻的特征线

$$\left. \begin{aligned} p_E &= \frac{\Delta t}{\Delta z} (v_j^{n-1} + c_j^{n-1}) \cdot p_j^{n-1} + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\Delta z} (v_j^{n-1} + c_j^{n-1}) \right] \cdot p_{j-1}^{n-1} \\ v_E &= \frac{\Delta t}{\Delta z} (v_j^{n-1} + c_j^{n-1}) \cdot v_j^{n-1} + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\Delta z} (v_j^{n-1} + c_j^{n-1}) \right] \cdot v_{j-1}^{n-1} \\ p_F &= \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\Delta z} (c_j^{n-1} - v_j^{n-1}) \right] \cdot p_j^{n-1} + \frac{\Delta t}{\Delta z} (c_j^{n-1} - v_j^{n-1}) \cdot p_{j+1}^{n-1} \\ v_F &= \left[ 1 - \frac{\Delta t}{\Delta z} (c_j^{n-1} - v_j^{n-1}) \right] \cdot v_j^{n-1} + \frac{\Delta t}{\Delta z} (c_j^{n-1} - v_j^{n-1}) \cdot v_{j+1}^{n-1} \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

在方程(3.1)中, 沿右特征线, 我们取有限差分  $\Delta p = p_j^n - p_E$ ,  $\Delta v = v_j^n - v_E$ ; 在方程(3.2)中, 沿左特征线, 我们取有限差分  $\Delta p = p_j^n - p_F$ ,  $\Delta v = v_j^n - v_F$ , 而  $\Delta p$  和  $\Delta v$  前面的系数以及等号右边的各项皆在  $C$  点取值。这样, 由  $t_{n-1}$  时刻血液在连续管段上各位置的压力和速度求  $t_n$  时刻的压力和速度的公式将为:

$$v_j^n - v_E + \frac{1}{\rho c_j^{n-1}} (p_j^n - p_E) = \left[ f - \frac{vc}{S} \cdot \frac{\partial S}{\partial z} - \frac{c}{S} \cdot \psi \right]_j^{n-1} \cdot \Delta t \quad (3.4)$$

$$v_j^n - v_F - \frac{1}{\rho c_j^{n-1}} (p_j^n - p_F) = \left[ f + \frac{vc}{S} \cdot \frac{\partial S}{\partial z} + \frac{c}{S} \cdot \psi \right]_j^{n-1} \cdot \Delta t \quad (3.5)$$

上两式中  $\left( \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial z} \right)_j^{n-1}$  为

$$\left( \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial z} \right)_j^{n-1} = \left( \frac{\partial \ln S}{\partial z} \right)_j^{n-1} = \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p - p_0}{\rho \cdot c(p_0, z) \cdot c(p, z)} + \ln S_0 \right) \right]_j^{n-1} \quad (3.6)$$

这儿已用到了关系式(2.3)。

在已知  $t_{n-1}$  时刻每个连续管段各节点血液的压力和速度的情况下, 由方程(3.4)和方程(3.5)可算得  $t_n$  时刻在连续管段各内点上的血液压力和速度  $p_j^n$ 、 $v_j^n$ 。对每一连续管段而言,

其边界可能是分支区域、心脏出口（即主动脉根部）或动脉末端。在求得  $t_n$  时刻各连续管段内点上血液的压力和速度之后，可利用这些地方的边界条件来进一步求得  $t_n$  时刻各连续管段边界点上血液的压力和速度，从而得到每一个连续管段上各节点处的血液压力和速度。若事先给定  $t=0$  时刻的压力与速度值，则利用上述步骤可逐步计算下去，一直算到所需要的时刻，从而定出该时刻的压力和速度值。

这儿所算的是一根从心脏出口至胫骨动脉的管道（见图 2），各边界条件取法如下：

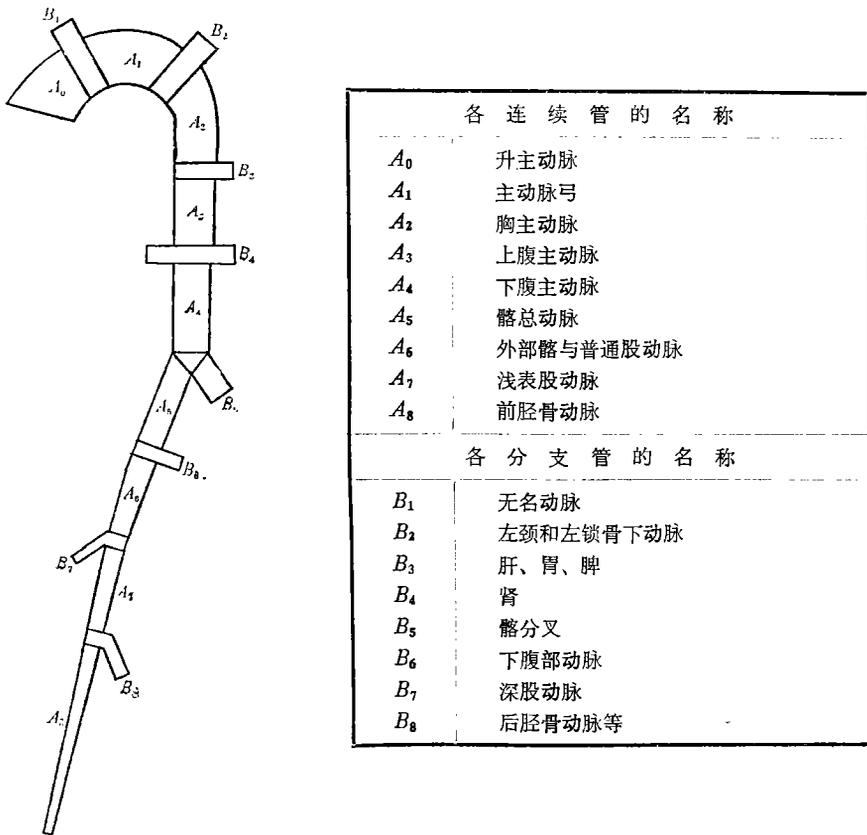


图 2 人体动脉管道模型

（本模型的共有八个分支和九个连续管道的人体动脉管道，有关的几何参数可见后面的表1、表2。）

在主动脉根部 ( $z=0$ )，给出流量波形(可见 Wetterer 和 Kenner<sup>[9]</sup>)。在动脉管的末端(胫骨动脉)处，我们取压力与流量间的关系式为：

$$p=R \cdot v \cdot S \tag{3.7}$$

这儿  $R$  为血管的外周阻力， $v \cdot S$  为血管末端血液的体积流量。

在动脉管道上，有许多大大小小的旁侧分支。若遇到大的分支血管，则必须考虑由这个大分支引起的集中泄漏，其模型为图 3 所示的分支区域。如图 3 所示，在两根连续管段之间夹有一个分支，现在分支邻近取一个区域（图中虚线所围），称此区域为分支区域，以此区域为控制体，则在这个区域标号分别为 1, 2,

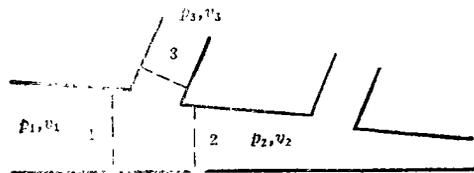


图 3 分支区域

3 的侧面处的流动参量须满足该分支的边界条件, 显然这些边界条件必须与关于该控制体的控制方程相容。至于一些相对细小的分支, 则可用适当选取的连续泄漏来模拟。

分支区域起着联接两个连续管段的作用, 因而是两个连续管段上流动参量的边界条件。分支区域标号为 1, 2, 3 的三个侧面上  $t_n$  时刻的流动参量分别为  $p_1, v_1, p_2, v_2$  和  $p_3, v_3$  (见图 3)。它们满足六个控制方程:

[i] 关于分支区域控制体 (该控制体是由标号分别为 1, 2, 3 的三个侧面和血管壁所围成的 (见图 3 所示)) 的质量守恒方程:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 + v_3 S_3 + \frac{d}{dt} \int_1^2 S(p, z) dz \quad (3.8)$$

上式中取  $\int_1^2 S dz = \frac{h}{3} [S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2}]$ , 其中  $h$  为从侧面 1 至侧面 2 的距离。

[ii] 修正的 Bernoulli 方程:

三个侧面间的能量方程, 过去人们常用的等压模型存在着一定的误差, 下面我们采用两个修正的 Bernoulli 方程:

$$p_1 - p_j = \frac{\rho}{2} (v_j^2 - v_1^2) + \rho \int_{z_1}^{z_j} \frac{\partial v}{\partial t} dz + \Delta p_j \quad (j=2, 3) \quad (3.9)$$

其中  $\Delta p_j$  是在分支处由于血管的弯曲和血液粘性引起的压力损失, 并采用 Stettler et al<sup>[6]</sup> 所给出的近似表达式:

$$\Delta p_j = \lambda_j \cdot \frac{L}{4R_j} \cdot v_1^2 \quad (3.10)$$

其中

$$\lambda_j = \begin{cases} 0.37 \cdot \left( \frac{1}{2} Re_j \cdot \sqrt{\frac{R_j}{r_j}} \right)^{0.36} \cdot \frac{64}{Re_j} & \left( Re_j \cdot \sqrt{\frac{R_j}{r_j}} \geq 40 \right) \\ \frac{64}{Re_j} & \left( Re_j \cdot \sqrt{\frac{R_j}{r_j}} < 40 \right) \end{cases} \quad (3.11)$$

式中  $R_j$  为管半径,  $r_j$  为从侧面 1 沿管轴线至侧面  $j$  的曲率半径,  $Re_j = 2R_j \cdot \rho \cdot v_1 / \mu$ , 为血管雷诺数。

[iii] 集中泄漏方程:

流入分支管的集中泄漏量应该分别与管内血液压力和毛细管内血液压力之差以及当地流量成正比。即:

$$v_3 \cdot S_3 = R_r \cdot (p_1 - p_0) \cdot S_3^2 + R_q \cdot v_1 \cdot S_1 \quad (3.12)$$

其中  $R_r, R_q$  是由实验确定的常参数, 称为集中泄漏系数。(3.10) 式中等号右边  $S_3^2$ , 是受了 Poiseuille 流动中, 流量与截面平方成正比这一事实的启发而引进的。对每个分支管, 可用实测的一个心动周期中两个不同时刻的  $p_1, v_1 \cdot S_1, v_3 \cdot S_3$  和  $S_3$  的值来分别定出  $R_r$  和  $R_q$ 。

[iv] 特征线方程:

在侧面 1 和侧面 2 处分别取两侧面所属之连续管段的右特征线方程和左特征线方程。

在计算时, 我们取  $t=0$  时刻沿动脉管道各位置处的压力皆为 90mmHg, 速度皆为零。在此初始条件下, 由上述步骤一个个周期地算下去, 直到相邻两个周期的结果之间相差很小为止。一般只须算至第三个周期, 相邻两个周期的结果已相互靠得拢了。最终结果以压力  $p(z, t)$  和流量  $q(z, t) = v(z, t) \cdot S(z, t)$  的形式输出。

计算时动脉管各位置  $z_j$  处的截面积  $S_j = S(p_0, z_j)$  以及各连续管段的连续泄漏系数见表 1, 各分支管的截面积和集中泄漏系数等, 见表 2. 其它模型参量如下:

血液粘度	$\mu = 0.049 \text{poise}$
血液密度	$\rho = 1.06 \text{g/cm}^3$
参考压	$p_0 = 100 \text{mmHg}$
心动周期	$T = 0.8 \text{sec}$

波速表达式 (2.2) 中的参数  $c_0 = 240$ ,  $\beta = 0.012387$ . 动脉末端的外周阻力  $R = 5 \times 10^5$ , 其它的参数与 Stettler et al 相同.

通常, 我们用阻抗来表示血管中血液的压力和流量之间的关系. 下面我们计算动脉管各位置处的阻抗. 对接上述步骤算得的动脉管系各位置处的压力与流量波形  $p, q$  关于时间  $t$  以心动频率为基频作 Fourier 级数展开:

$$p(t) = P_0 + \sum_{n=1}^{\infty} P_n \cdot \cos(n\omega t - \beta_n) \quad (3.13)$$

$$q(t) = Q_0 + \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \cos(n\omega t - \alpha_n) \quad (3.14)$$

其中  $\omega = 2\pi/T$ ,  $T$  为心动周期. 于是反映压力与流量在频域上关系的依赖于频率的阻抗为:

$$z_n = \frac{P_n}{Q_n} \cdot \exp[i\phi_n] \quad (3.15)$$

其中  $\phi_n = \alpha_n - \beta_n$ . 于是阻抗模为:

$$|z_n| = P_n/Q_n \quad (3.16)$$

阻抗的幅角为:

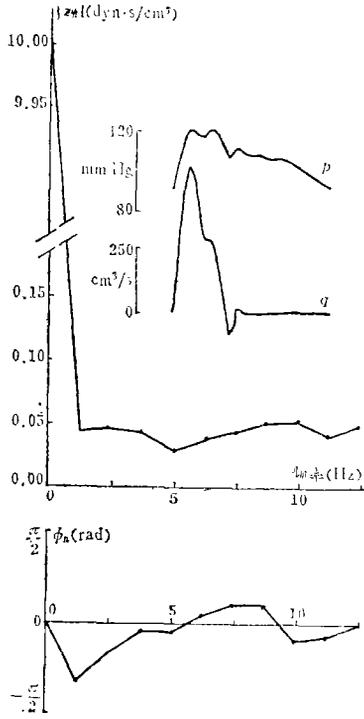
$$\text{Arg } z_n = \phi_n \quad (3.17)$$

#### 四、数值结果与讨论

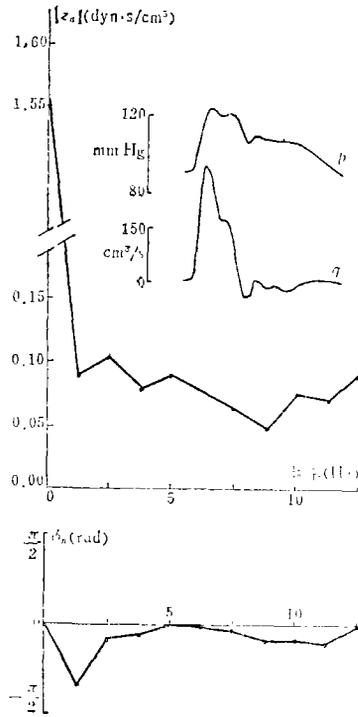
图 4 (a)~(h) 所示为主管道 (即图 2 中的  $A_0, A_1 \dots A_8$  等九个连续管段) 从心脏出口到胫骨动脉各位置处的压力波形、流量波形和相应的阻抗-频率图. 图的上部为阻抗模, 下部为幅角, 压力波形和流量波形绘在阻抗模的右上角. 其中上面为压力波形, 下面为流量波形. 由图 4 可见, 压力波形随离心脏距离的增加而渐趋狭长. 在髂动脉以上, 压力波形的切迹可以明显地看到, 在股动脉以下, 重搏波将逐渐明显. 与压力波形相应地, 在心室收缩期内, 流量波形的第二峰 (阶梯) 随离心脏距离的增加而逐渐下降. 同时, 还可由图 4(a)~(f) 看出, 在股动脉以上动脉管中的血液流动皆有回流.

阻抗-频率图以阻抗的模和幅角的形式给出, 由图 4(a)~(d) 可以看出, 主动脉上的阻抗模的第一个最小值一般在 4~5Hz 处达到, 而幅角也往往在该频率附近穿过零点. 从图 4(e)~(h) 可以看出, 在髂动脉以下各位置处的阻抗模随频率的增加基本呈逐渐下降的趋势, 幅角则从 1.25Hz 开始大致呈逐渐上升的趋势.

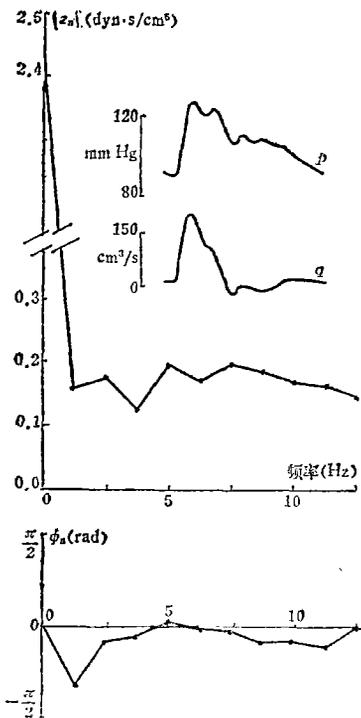
图 5 所示为各分支出口处的压力和流量在一个心动周期内的波形以及相应的阻抗-频率图. 由于在本模型中的各分支管, 往往是几根流出血管的综合效果的体现, 因而这些结果只能作为它们所代表的血管结果的近似表达.



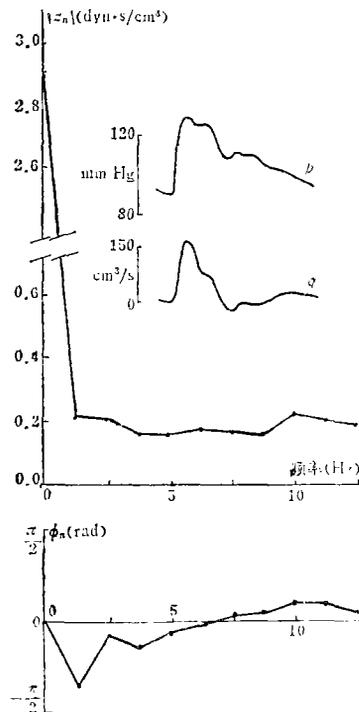
(a)



(b)



(c)



(d)

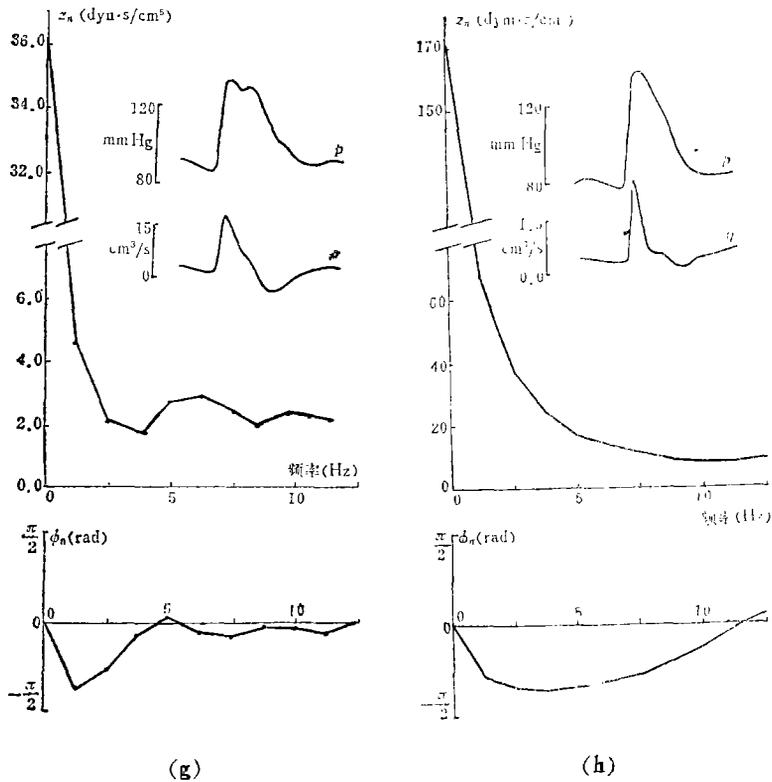
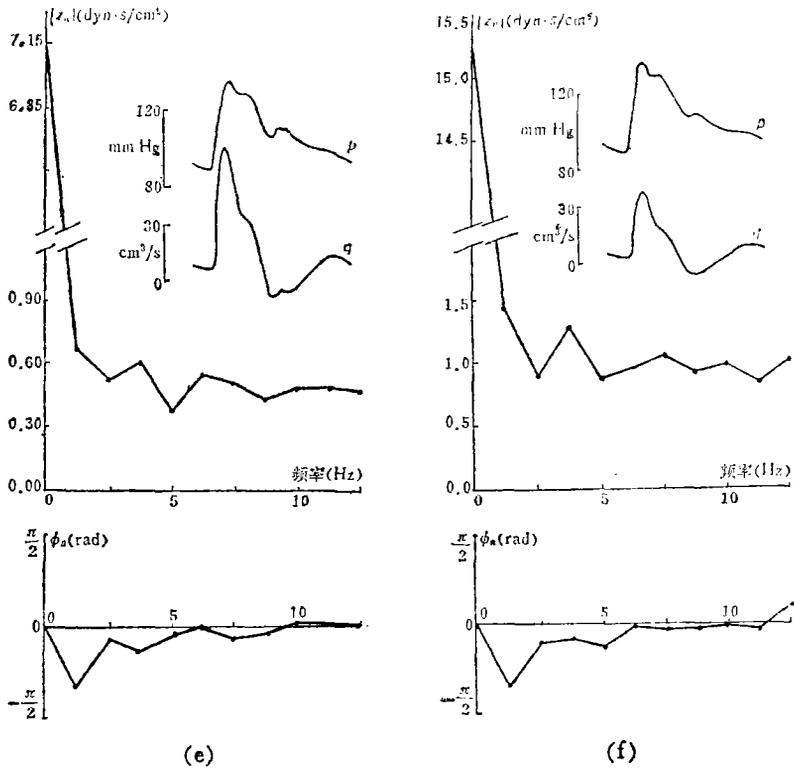
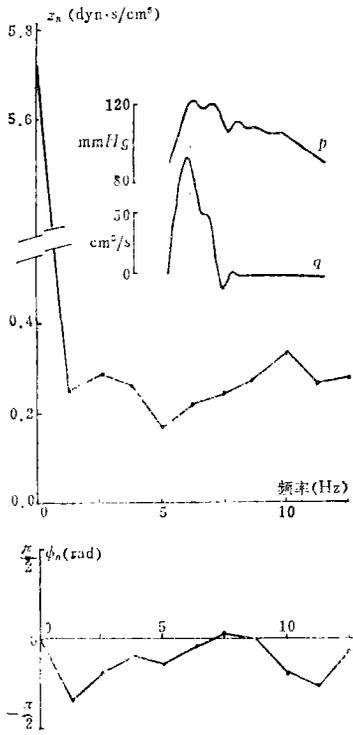
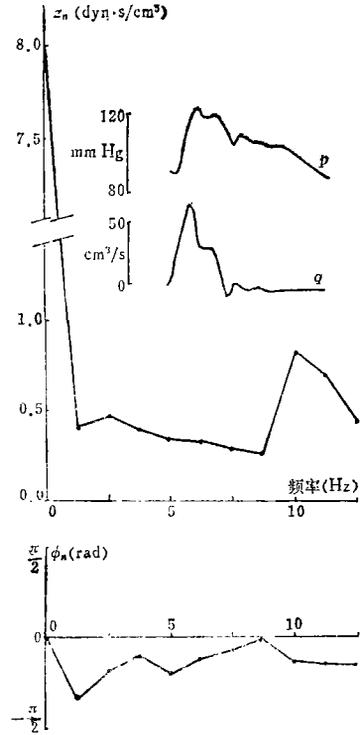


图4 动脉管各位置的输入阻抗-频率图

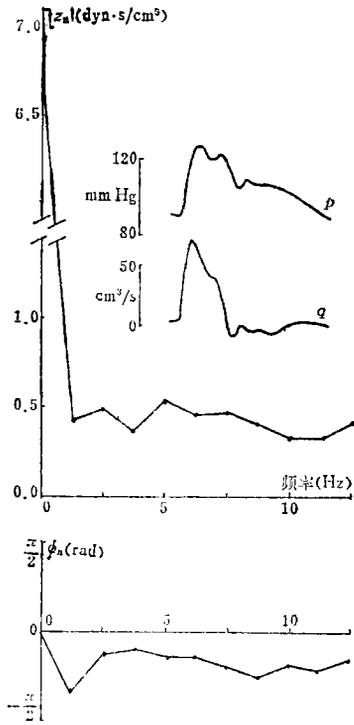
((a) 主动脉根部, (b) 胸主动脉, (c) 上腹主动脉, (d) 下腹主动脉, (e) 髂总动脉, (f) 股总动脉, (g) 浅表股动脉, (h) 前胫骨动脉)



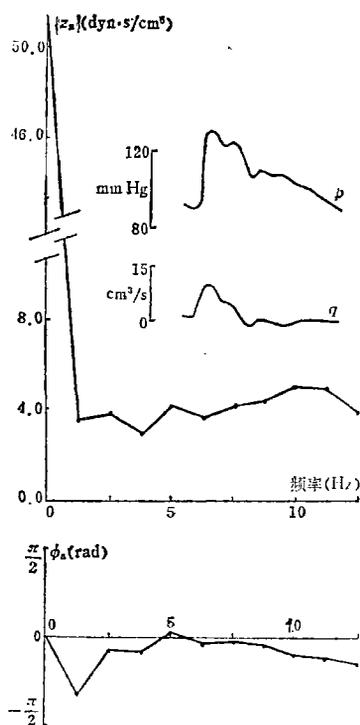
(a)



(b)



(c)



(d)

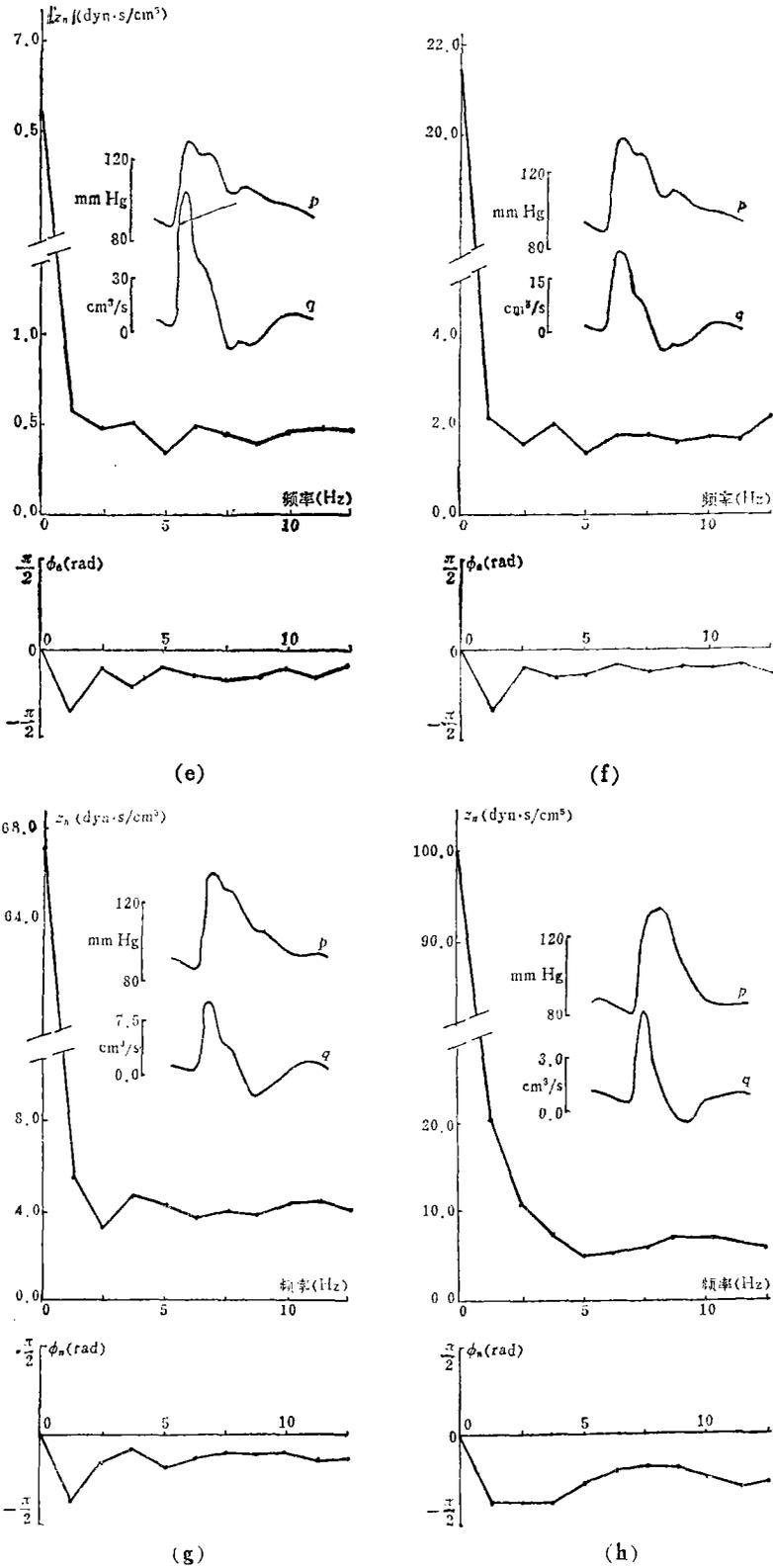


图5 各分支管处的输入阻抗-频率图

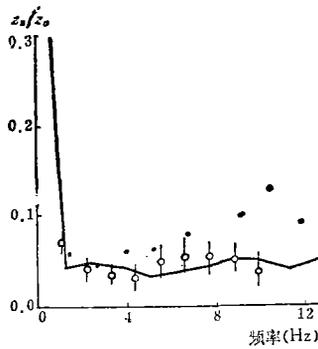
((a) 无名动脉, (b) 左颈动脉和左锁骨下动脉, (c) 肝、胃、脾等, (d) 肾动脉, (e) 髂分叉, (f) 下腹部动脉, (g) 深股动脉, (h) 后胫骨动脉)

表 1 主管道各位置处的有关参数

管段编号		$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$A_8$
位置	始端	0.0	2.5	7.5	20.0	27.5	42.5	50.0	62.5	102.5
	终端	/	5.0	17.5	25.0	40.0	47.5	60.0	100.0	127.5
面积	始端	6.9	5.5	4.5	2.7	1.6	0.7	0.35	0.18	0.05
	终端	/	5.5	3.6	2.0	1.3	0.53	0.26	0.09	0.014
渗漏系数	$\phi_{p_i}$	/	0.0	$1.0 \times 10^{-5}$	$1.0 \times 10^{-5}$	$5.4 \times 10^{-6}$	$4.3 \times 10^{-6}$	$3.2 \times 10^{-6}$	$4.0 \times 10^{-7}$	$3.3 \times 10^{-7}$
	$\phi_{q_i}$	/	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
半径	始端	1.48	1.32	1.2	0.93	0.71	0.47	0.33	0.24	0.126
	终端	/	1.32	1.07	0.8	0.64	0.41	0.29	0.17	0.067

表 2 各分支管的有关参数

分支管编号		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$	$B_7$	$B_8$
半径 $R_3$ (cm)		0.67	0.56	0.56	0.31	0.47	0.33	0.2	0.126
面积 $S_3$ (cm <sup>2</sup> )		1.4	1.0	1.0	0.3	0.7	0.35	0.12	0.05
集中泄漏系数	$R_p \times 10^6$	1.5	0.13	0.24	0.5	0.0	13.7	6.92	0.0
	$R_q$	0.173	0.152	0.25	0.05	0.5	0.35	0.3	0.5
$R_2/r_2$		0.6	0.7	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1
$R_3/r_3$		0.6	0.7	0.7	0.7	0.1	0.1	0.1	0.1



( $\phi$  — Nichols et al (1976) 的关于 5 个病人的平均,  $\bullet$  — Murgu et al (1980) 关于 4 个病人的平均, 折线 — 本模型的计算结果)

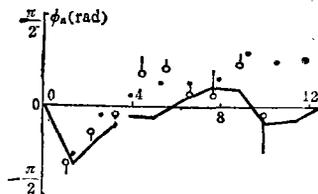


图 6 主动脉根部的阻抗-频率图

为了将上面的计算结果与实验结果作比较,图6给出 Nichols et al<sup>[5]</sup> 通过对5个病人描记主动脉根部的压力波形和流量波形从而算得的输入阻抗和 Murgó et al<sup>[4]</sup> 从4个病人身上获得的结果与本文计算所得的输入阻抗(图中折线所示)的比较。由于各人在动脉的几何参数(如主动脉管径)等各方面差异较大,故这儿在将阻抗模除以外周阻力之后再进行比较。正如图6所表明的,由本文计算模型所得的主动脉根部阻抗的模和位相与实测结果吻合得相当好,特别是在频率较低时更是如此,虽然在高频时有一些偏差,但这很可能是由于在体实测时的流量“噪声”影响所引起的<sup>[3]</sup>。

### 参 考 文 献

- [1] Anliker, M., et al., Prediction of shape changes of propagating flow and pressure pulses in human arteries, *The Arterial System* (1978), 15—34.
- [2] Lambert, J. W., On the nonlinearities of fluid flow in nonrigid tubes, *J. Frank. Ins.*, **266**, 2 (1958), 83—102.
- [3] Milnor, W. R., *Hemodynamics* (1982).
- [4] Murgó, J. P., Aortic input impedance in normal man: relationship to pressure wave forms, *Circulation*, **62**, 1 (1980), 105—116.
- [5] Nichols, W. W., et al., Input impedance of the systemic circulation in man, *Circ. Res.*, **40**, 5 (1977), 451—458.
- [6] Stettler, J. C., et al., Theoretical analysis of arterial hemodynamics including the influence of bifurcation, *Annals of Biomedical Engineering*, **9** (1981), 145—164.
- [7] Streeter, V. L., et al., Pulsatile pressure and flow through distensible vessels, *Circ. Res.*, **13**, 3 (1963), 3—10.
- [8] Westerhof, N., et al., Analog studies of the human systemic arterial tree, *J. Biomech.*, **2** (1969), 121—143.
- [9] Wetterer, E. and Th. Kenner, *Dynamik des Arterienpulses* (1968).
- [10] Womersley, J. R., Oscillatory flow in arteries: the constrained elastic tube as a method of arterial flow and pulse transmission, *Phys. Med. Biol.*, **2** (1957b), 178—187.

## A Computer Model of Pulse Wave and Input Impedance in Human Arteries

Liu Zhao-rong      Zhou Yong-sheng

(*Department of Applied Mechanics, Fudan University, Shanghai*)

### Abstract

To predict the propagation of pressure and flow pulses in arterial system and the variation of vascular input impedance, a branched and tapered tube model is studied through one-dimensional transient flow analysis. Coupling the continuity and momentum equations yields a group of quasilinear hyperbolic partial differential equations which can be solved numerically by using the method of characteristics. Several boundary conditions of the arterial system are also simplified suitably.

The propagation of the pulses of the arterial system and the vascular input impedance is calculated on computer by using the dimensions and the physiological data of the arterial system. The results point out that the pressure and flow pulses of the arterial system and the vascular input impedance produced by this theoretical model is consistent quite well with the experimental results published.