

微血管自律性舒缩运动的动力学研究*

吴望一 吴宁众

(北京大学力学系, 1987年5月10日收到)

摘 要

本文根据实验观测到的微血管自律性舒缩现象, 对这种运动形式进行了一些简单的动力学研究, 分析了自律运动对微血管血液流动的影响, 给出了流线, 速度, 压力和流量变化的定量结果。

人体的微循环是现代基础医学的一个重要研究领域。微循环不仅保证组织的正常代谢, 维持人体内环境的稳定, 而且在有些脏器还直接参与和完成脏器的特殊功能。因此人体的很多疾病都和微循环是否正常有着密切关系。

对微循环血液流动性质的研究是微循环领域的一个重要方面。人们很早就发现, 微血管中的血液流动有脉动性。但是长期以来, 人们一直认为微血管中血液流动的脉动性是由于心脏跳动引起的, 血液脉动与心脏跳动同步。在这一基础上, 很多生物力学工作者对微血管中的血液脉动做了流体动力学分析, 进行了一些定量研究^[1,2]。

对微循环的研究发现, 微血管有不与心脏脉搏跳动同步的自动节律性舒缩运动, 这种自律运动是以波浪形式进行的, 微循环有一套自我调节的生理功能^[3,4]。这一结果使得人们对以前许多问题有了新的认识。比如人体进行血液体外循环或实行人工心脏时常出现某些器官的功能紊乱, 原因之一就是微循环的正常自律运动被机械性的驱动所干扰, 破坏^[4]。

最近修瑞娟^[5]对微循环的研究表明, 当给患有微循环障碍型疾病的患者服用某些药物时, 微血管的运动性会显著增强, 疾病有所减轻。可见, 微血管的运动性对人体健康有很重要的意义。

可以想见, 微血管的自律性舒缩运动是微血管中血液流动脉动性的另一个重要原因。为了研究微血管自律性运动对血管中血液流动、压力分布和物质交换的影响, 我们对微血管的自律运动进行流体动力学分析。

首先假设一个最简单的模型。不考虑红血球的存在, 不考虑管壁的泄漏与渗透, 并认为血液是牛顿流体。同时, 还假定血管半径沿轴向以同样的规律变化。显然, 这一模型很粗糙, 但它的研究结果可以为微血管自律运动的动力学效应提供一个定量的直观概念, 并成为今后进一步细致研究的基础。

* 本文是中国科学院科学基金资助的课题。

一、力学模型与数学处理

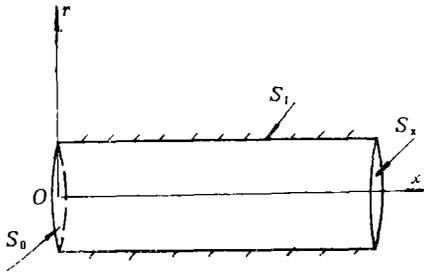


图 1

考虑一半无穷长管道。假定入口处的流量已知为一定值 Q_0 ，入口处平均压力已知为 p_0 (定值)。管壁运动规律已知为 $R=R(t)$ 。取柱坐标如图 1 所示，原点位于进口处。因为流动是轴对称的，所以 $v_\theta=0$ ， $\mathbf{v}=(v_r, 0, v_x)$ 。

因血液不可压缩，故有

$$\oint_{s_0+s_x+s_1} v_n ds = 0 \quad (1.1)$$

其中 s_0 是进口处截面， s_x 是 x 处截面， s_1 是 s_0 与

s_x 之间的侧面。由 (1.1) 式得

$$Q(x) = Q_0 - 2\pi R \dot{R} x \quad (1.2)$$

其中 $Q(x)$ 是 x 处截面上的流量， \dot{R} 是 $R(t)$ 对 t 的导数。

由于微血管中血液流动的雷诺数约为 $10^{-2} \sim 10^{-4}$ ，故动量方程中的运流项可以忽略。对于非定常项，如果以管径的平均值 R_0 为特征长度，以脉动频率的倒数 $1/\omega$ 为特征时间，以 $R_0\omega$ 为特征速度，则流体的 Strouhal 数为 $s_t = R_0^2 \omega / \nu$ 。在微血管中，管径的数量级为 $R_0 \approx 10^1 \sim 10^2 \mu\text{m}$ ，血液的运动粘性系数 $\nu \sim 10^{-2} \text{cm}^2/\text{s}$ ，脉动频率 $\omega \sim 10^{-1} 1/\text{sec}^{[4]}$ 。因此，Strouhal 数的量级为 $s_t \approx 10^{-5} \sim 10^{-3}$ 。所以非定常惯性项也可以忽略。因此动量方程化简为：

$$-\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} = 0 \quad (1.3)$$

边界条件为

$$r=R \text{ 时: } v_x = 0, v_r = \dot{R} \quad (\text{粘附条件}) \quad (1.4)$$

$$r=0 \text{ 时: } v_r = 0, \frac{\partial v_x}{\partial r} = 0 \quad (\text{对称性}) \quad (1.5)$$

由于流动是不可压缩的轴对称流动，故存在流函数 ψ 满足

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = r v_x, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -r v_r \quad (1.6)$$

对 (1.3) 式取旋度，并将 (1.6) 式代入，得到 ψ 满足下列四阶偏微分方程：

$$D^4 \psi = 0 \quad (1.7)$$

其中 D^2 是广义 Stokes 算子，它在柱坐标系中的表达式为：

$$D^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

根据边界条件 $r=R$ 时 $v_r = \dot{R}$ ，也即 $\frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{r=R} = -R \dot{R}$ 这一特点，寻找下列形式的流函数解：

$$\psi = f(r)x + g(r) \quad (1.8)$$

将 (1.8) 式代入 (1.7) 式，可以得到确定 $f(r)$ 和 $g(r)$ 的常微分方程如下：

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^4 f}{dr^4} - \frac{2}{r} \frac{d^3 f}{dr^3} + \frac{3}{r^2} \frac{d^2 f}{dr^2} - \frac{3}{r^3} \frac{df}{dr} &= 0 \\ \frac{d^4 g}{dr^4} - \frac{2}{r} \frac{d^3 g}{dr^3} + \frac{3}{r^2} \frac{d^2 g}{dr^2} - \frac{3}{r^3} \frac{dg}{dr} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

将(1.9)式解出并代入(1.8)式, 可得:

$$\psi = [A + Br^4 + r^2(C + D \ln r)]x + [Er^4 + r^2(F + G \ln r)] \quad (1.10)$$

式中的系数 A, B, C, D, E, F 和 G 可以根据边界条件(1.4), (1.5)以及连续性方程(1.2)确定. 最后我们得到:

$$\psi = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \left[2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right] \left(\frac{Q_0}{2\pi} - R\dot{R}x \right) \quad (1.11)$$

将(1.11)式代入(1.6)式, 并结合(1.3)式可求得速度分量和压力的精确解为:

$$\left. \begin{aligned} v_x &= \left(\frac{4\dot{R}x}{R} - \frac{2Q_0}{\pi R^2} \right) \left[\left(\frac{r}{R}\right)^2 - 1 \right] \\ v_r &= \frac{\dot{R}}{R} r \left[2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right] \\ p &= p_0 + \frac{2\mu\dot{R}}{R} + \frac{4\mu\dot{R}}{R^3} (2x^2 - r^2) - \frac{8\mu Q_0}{\pi R^4} x \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

二、结果讨论

首先将速度分量, 压力以及流函数无量纲化. 记 $Q_0 = \pi R^2 V$, 其中 V 是每一时刻进口处的平均速度. 设

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{v_x}{V}, \quad u_r = \frac{v_r}{V}, \quad v = \frac{\dot{R}}{V}, \quad \xi = \frac{x}{R}, \\ \eta &= \frac{r}{R}, \quad p = \frac{P}{(4\mu V/R)}, \quad \psi = \frac{\psi}{R^2 V}. \end{aligned}$$

则可得到以下无量纲形式的关系式:

$$\left. \begin{aligned} u_x &= (4v\xi - 2)(\eta^2 - 1) \\ u_r &= v\eta(2 - \eta^2) \\ p &= p_0 + \frac{1}{2}v + v(2\xi^2 - \eta^2) - 2\xi \\ \psi &= \eta^2(2 - \eta^2) \left(\frac{1}{2} - v\xi \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

下面分管壁收缩 ($\dot{R} < 0$), 管壁静止 ($\dot{R} = 0$) 和管壁扩张 ($\dot{R} > 0$) 三种情形, 讨论流线分布, 流场轴向速度分布和压力分布.

(1) 管壁收缩情形 ($\dot{R} < 0$)

为确定起见, 不妨设某时刻 $\dot{R} = -V/2$, 即 $v = -1/2$. 此时刻的流线分布, 轴向速度分布

和压力分布见图2。可以看到，轴向速度剖面仍然是径向的二次抛物分布（与 Poiseuille 流动相仿），但由于管壁收缩，随着轴向距离的增加，平均速度越来越大。相应地，压力梯度的绝对值随 x 的增大而增大。

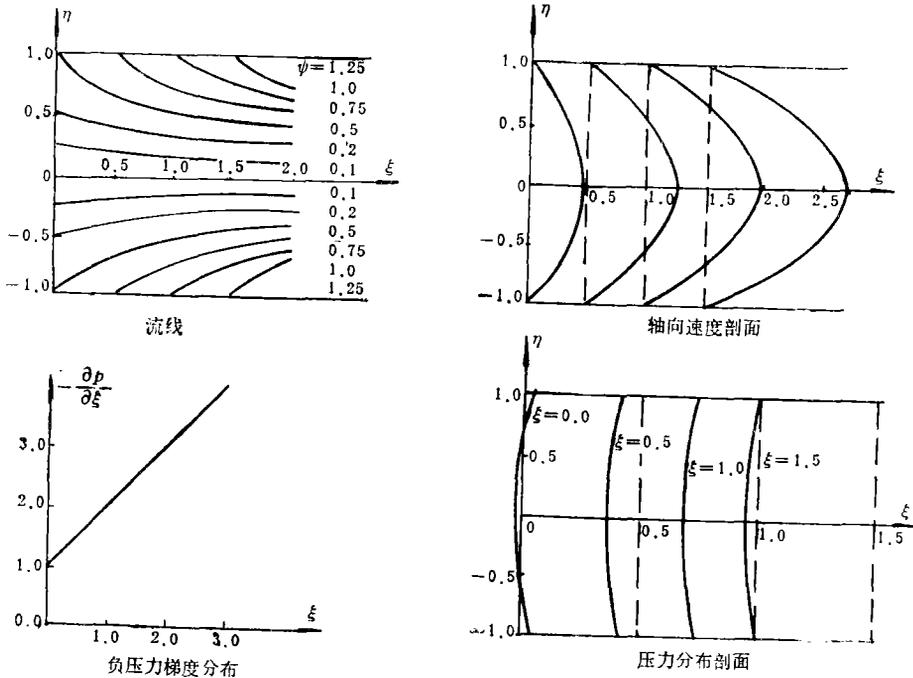


图 2

(2) 管壁静止情形 ($\dot{R}=0$)

由于此时管壁静止，所有物理量分布都与 Poiseuille 流动相同。

(3) 管壁膨胀情形 ($\dot{R}>0$)

为确定起见，不妨设某时刻 $\dot{R}=V/2$ ，即 $v=1/2$ 。沿轴向距离不断增加，速度分量 v_x 逐渐减小，到 $x=R$ 处， $v_x=0$ 。继续增大使得 $x>R$ 时， $v_x<0$ ，即产生了回流。与此相应，压力梯度的方向在 $x=R$ 处变换，正是 $x>R$ 时的正压力梯度使得流体产生倒流，此时刻的流线分布，轴向速度分布和压力分布见图3。

最后讨论当管径以某一具体规律运动时，血流量随时间的变化特征。假设管径以正弦规律变化：

$$R(t) = R_0 + a \sin \omega t \tag{2.2}$$

其中 R_0 是管径平均值， a 是变化振幅。为确定起见，不妨设

$$a = \frac{1}{2} R_0, \text{ 且 } Q_0 = \pi \omega R_0^3 \tag{2.3}$$

将(2.3)式代入(2.2)式，再将(2.2)式代入(1.2)式，可以得到流量变化规律

$$Q(x) = Q_0 \left[1 - \frac{x}{R_0} \left(1 + \frac{1}{2} \sin \omega t \right) \cos \omega t \right]$$

无量纲流量为

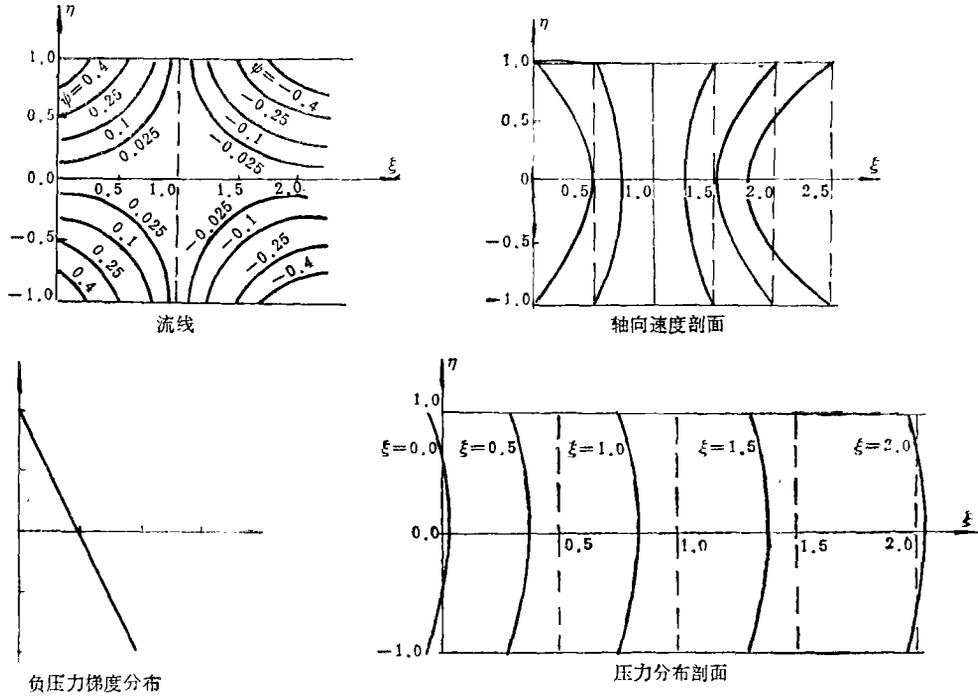


图 3

$$q = Q/Q_0 = 1 - \frac{x}{R_0} \left(1 + \frac{1}{2} \sin \omega t \right) \cos \omega t$$

取固定截面 $x = R_0$ 和 $x = 2R_0$ 。在这两截面上流量随时间的变化曲线见图4。

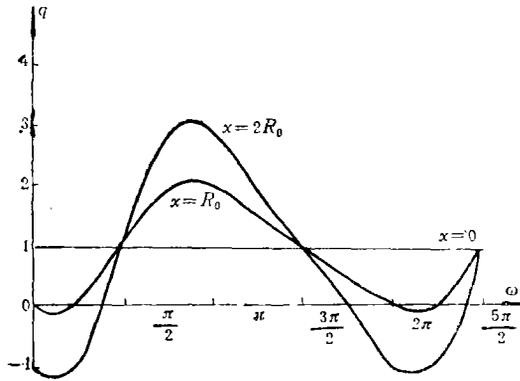


图 4

可以看出，在固定截面上的血流量是有脉动性的，并在某些特定的条件下血液会产生倒流。

三、结 束 语

对上述微血管自律性舒缩运动最简单模型进行的动力学分析表明，微血管的自律运动将显著改变血液平均速度，导致血流量的脉动性，血液会产生时而向前时而向后的运动形态。

这种运动形态将会对物质交换产生影响,而这种影响正是下篇文章要研究的。

参 考 文 献

- [1] Gross, J. F., *Microcirculation*, edited by Gabor Kaley & Burton M. Altura, University Park Press. Chapter 17, p. 365.
- [2] Aroesty, J., and J. F. Gross, Pulsatile flow in small blood vessels, I. Casson theory, *Biorheology*, 9 (1972), 22—43.
- [3] 田牛, 《微循环》, 科学出版社 (1980), 33.
- [4] 修瑞娟, 全黄地鼠微血管管径的正常生理运动, 第一届中国生物医学工程学会论文汇编(1980).
- [5] 修瑞娟等, 微血管自律运动的研究, I. 微血管自律运动的连续动态观察及电子计算机分析, 中华医学杂志, 65, 3 (1985).

The Dynamic analysis of the Vasomotion in Microcirculation

Wu Wang-yi Wu Ning-zhong

(Department of Mechanics, Peking University, Beijing)

Abstract

The vasomotion of the microcirculation which has been observed in experiments is studied with a simple model of the fluid dynamics. The influence of the vasomotion on the blood flow in microvessels is analysed and the streamlines, velocity and pressure distribution and the variation of the flow rate are presented.