

## 冻结壁系统热力学熵模型(II)\*

谷 廷 全

(兰州大学, 1988年1月16日收到)

### 摘 要

本文是文献[1]的继续, 首先论述了冻结壁系统的力能学, 在此基础上通过对模型 I 的定量讨论得出了冻结壁系统热学稳定性熵的模型(称为模型 II)。最后利用安徽桃园矿付井的现场观测资料对模型进行了验证, 其结果令人满意。

### 一、冻结壁系统的力能学分析

辩证唯物主义观点认为, 整个自然界是在永恒地流动和循环中运动着, “除永恒变化着、永恒运动着的物质以及这一物质运动和变化所依据的规律外, 再没有什么永恒的东西”。运动是物质的基本属性, 这里的运动是指一般变化。因此, 冻结壁系统的基本属性就是其运动过程, 它的发展变化规律依赖于力能学基础。

冻结壁系统及其各组成部分的能量收入、转化和传递过程正在引起学者们越来越多的注意。冻结壁系统中发生的能量变化涉及热力学概念和理论的领域, 既包括应用于宏观世界的经典热力学, 又包括适用于基本粒子、原子和分子世界的统计热力学。

真实的冻结壁系统是一个复杂的开放系统, 它与环境处于经常的质量、能量和信息的交换之中<sup>[2,3]</sup>。它的性质和特征不仅在固相过渡到液相或气相时发生明显的变化, 而且当冻土剖面的某一层向另一层过渡时也发生明显的变化。例如, 冻土的容重可以被观察到随深度的明显变化等。

在研究冻结壁系统力能学基础时, 不能只局限于计算和系统热量输入(或输出)有关的一些力能参数, 同时必须考虑到质量交换的因素。这意味着, 研究冻结壁系统力能学时, 不仅应当考虑到和气象因素的相互作用方面, 而且要考虑到制冷量水分迁移(物质的收入和支出)。能量以热量的形式进入系统, 只是系统能量交换的一个途径。冻结壁系统力能学的第二方面是地球化学质量交换过程中的能量输入或输出。

通常地把冻结壁系统的能源归纳为两大类: 一是外部输入的制冷能量, 二是地球内部产生的“内生能”。这两种能源比较起来, 内生能对冻结壁系统的作用和影响, 更多的是通过间接的途径和方式来表现, 是被动的, 需要外部能量的“起动力”才能够释放出来。而制冷量是冻结壁系统中所发生过程的直接动力和基本条件。这两大类能量的存在, 并在冻结壁系统

\*吴学谋推荐。

中发生交锋物重叠,为冻结壁系统各要素的相互作用、相互制约和相互渗透提供了动力学基础,从而推动着冻结壁系统各过程的发展,决定了演化的强度和方向,使得冻结壁系统的面貌千姿百态。从这复杂多变的表現中,可以发现它们遵循着能量的分布规律,表征着能量的形式上相互转化的特性。

制冷量和内生能在冻结壁系统中主要表现为动能和势能,并以热量的形式展开转化、周转和积累过程。冻土土质系统为一物理体、属于连续介质,能量的形式主要为内能和位能。对于微观系统而言,位能是各种分子能的总和,所谓分子能就是分子无规则运动的能量。用热容量( $C$ )、潜热( $L$ )和晶格能( $T$ )量度。在该系统发生应力应变过程时还要发生一定的位能变化。实际上,在井壁蠕变过程中都伴随有一定的位能变化。对于冻土分散系统来说,能量主要以表面能的形式表现出来,可以用表面张力所做的功来描述。从本质上讲,表面张力就是静电力和范氏力。另外,由表面电磁场引起电磁能,在原子的尺度上讲,还存在着电离能。

必须指出,各系统不同能量形式之间并没有不可逾越的鸿沟,而是不断地转化并积极地进行着各种交换过程。总之,冻结壁各子系统构成许多能量通路,在不同层次又形成不同的支路,构成了复杂的能量流通网络。

众所周知,力和能是紧密相联的,能量的不均匀变化导致力的变化。根据现代物理学观点,自然界中的力分为四类:引力、电磁力、强相互作用力和弱相互作用力。在冻土学研究中根据所研究对象,对于其中物体运动所经受的力,一般归纳为以下几类:其一为构造力,它是由于地球内部物质的运动和分异在地表的响应。这种构造力在冻土系统中的显示,就构成了它的骨架和基础。关于构造力的基本规律目前还不十分清楚。而我们的注意力并不在研究构造力的机制,而在于了解它对冻土系统的作用结果;其二就是引力,这是影响冻土系统中物质迁移和能量转换的重要因素;其三就是外部作用力,它是以太阳辐射能为主的几种形式力的总称,其中包括风化作用力及地表侵蚀力等,尤其表现在水力和风力的作用上;其四是由于地球本身的运动所形成的力,如摩擦力,离心力等;其五称之为微观力,如分子力、胶体吸附力等;对于冻结壁系统来说,外部输入的制冷量是关键因素。它们共同制约着冻结壁系统的运动状态,以及物质和能量传输的强度和方向,都是上述全部或部分力综合作用的结果。

## 二、关于模型(I)的定量讨论

论述了冻结壁系统的力能学基础以后,我们现在来定量讨论模型(I)的变型和特款。文献中[1]的模型(I)为:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d_1s}{dt} + \frac{d_{es}}{dt} \quad (2.1)$$

$$\frac{d_1s}{dt} = \sigma_w + \sigma_h + \sigma_L + \sigma_V' \quad (2.2)$$

$$\frac{d_{es}}{dt} = - \iint_{\Omega} \vec{J}_w \cdot \nabla \left[ \frac{C(T-T_0)}{T} \right] d\Omega - \iint_{\Omega} \vec{q} \cdot \nabla \left( \frac{1}{T} \right) d\Omega + \frac{Q_0}{T_0} \quad (2.3)$$

其中

$$\sigma_w = \iiint_V \left[ -\vec{J}_w \cdot \nabla \left( \frac{\mu_m - \mu_i}{T} \right) + \frac{1}{T} \vec{F}_w \cdot \vec{J}_w \right] dV \quad (2.4)$$

$$\sigma_h = \iiint_V \vec{q} \cdot \nabla \left( \frac{1}{T} \right) dV \quad (2.5)$$

$$\sigma_L = - \iiint_V \rho_i \frac{\partial \vec{W}_i}{\partial t} \cdot \nabla \left( \frac{L}{T} \right) dV \quad (2.6)$$

$$\sigma_{V'} = - \iiint_V \frac{1}{T} P : \text{grad} V dV \quad (2.7)$$

文中各符号的意义同文献[1].

利用上述模型可以定量地求出在某一条件下起主要和控制作用的过程, 我们可以根据  $\sigma_w, \sigma_h, \sigma_L$  和  $\sigma_{V'}$  的相对大小做到这一点. 另一方面, 这些过程既相对独立又相互联系, 构成了一个复杂的动态反馈网络系统, 共同决定着冻结壁系统整体演化的特征和规律.

将上述模型变换一下形式, 就可以得到更多的信息. 根据微分学有:

$$\frac{\partial W_i}{\partial \tau} = \frac{\partial W_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \tau} \quad (2.8)$$

考虑到(2.8)式并将(2.6)式代入(2.2)式, 我们得到:

$$\frac{d_i s}{dt} = \sigma_w + \sigma_h + \iiint_V -\rho_i \frac{\partial W_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \tau} \nabla \left( \frac{L}{T} \right) dV + \sigma_{V'} \quad (2.9)$$

显然,  $\partial W_i / \partial x$  表示含冰量在空间上的分布, 如果在某一时刻空间某处的  $\partial W_i / \partial x$  急剧增大或趋于“无穷”, 则表明这里形成厚层冰夹层, 反之亦然. 由此可见, 利用模型 I 可以讨论冻土结构问题. 另外, 因(2.9)中含有  $\partial x / \partial \tau$  项, 我们很自然地想到利用模型 I 研究冻结速度问题. 关于这些问题我们将另辟专文讨论.

以上我们唯象地推导了冻结壁系统变化过程的熵模型, 如果要进一步探求它的动因就必须深入到冻土分散系统和冻土土质系统的研究. 关于土的冻结机制问题目前众说不一, 在土中自由水冻结完毕以后, 如果土体继续冻结的话, 冻结程序为: 以一定量的能量启动束缚水, 使之先变为自由水然后再冻结成冰, 这一过程在土中是自动进行的, 其能源主要是相变潜热. 笔者认为, 对冻结机制研究的基本和重要问题是探明冻结时释放的潜热多少用于启动束缚水, 多少以传导的方式散逸出去, 这有可能成为对冻结机制研究的一个突破口, 这里不作详细研究.

前已指出, 当冻结壁系统的熵产生满足:

$$\frac{ds}{dt} = 0 \text{ 或 } \frac{d_i s}{dt} = - \frac{d_i s}{dt}$$

时, 它就处于定态, 我们已经假定本文只研究冻结壁系统的变化处于线性非平衡态情况. 因此, 根据 I. Prigogine 的研究, 此时熵产生  $d_i s / dt$  达到最小值(图1), 该数值由冻结壁系统的环境约束条件而确定, 而且有(参见图2):

$$\frac{d_i^2 s}{dt^2} \leq 0 \quad (2.10)$$

由数学分析知, (2.10)式保证了冻结壁系统随时间的发展总是趋向定态, 即使有某种程度的小扰动也是如此. 扰动包括外界条件的无规则变化和冻结壁系统内热力学参量的涨落, 设想冻结壁系统已经处于定态, 而后由于某个扰动而稍微偏离定态, 由最小熵产生原理知, 后者

的熵产生必大于定态的熵产生(参见图2)。因此,这个被扰动的状态将回到原来的非平衡定态。由此可以看出,冻结壁系统的最小熵产生原理在这里所起的作用与最大熵原理在平衡态理论中所起的作用相类似。这样一种现象又与力学中的“惯性原理”相似,因此我们称其为冻结壁系统线性非平衡态热力学理论中的“惯性原理”或“涨落回归原理”。至此,我们可以很自然地将冻结壁系统的定态定义为其热学稳定状态,而熵产生 $d_i s/dt$ 即为描述冻结壁系统热学稳定的定量指标。

由上面的论述,当冻结壁系统处于热学稳定状态,水分迁移流等于零( $\sigma_w=0$ ),相变达到动态平衡( $\sigma_L=0$ ),所有的状态变量不再随时间发生变化,故有 $\partial W_i/\partial t=0$ 和 $\partial W_u/\partial t=0$ ,从模型 I 不难推得冻结壁系统热学稳定性熵模型(称为模型 II):

$$\frac{d_i s}{dt} = - \frac{d_e s}{dt} \quad (2.11)$$

$$\frac{d_i s}{dt} = \sigma_h = - \iiint_V \vec{q} \cdot \nabla \left( \frac{1}{T} \right) dV \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{d_e s}{dt} = & - \iint_{\Omega} \hat{J}_w \cdot \nabla \left[ \frac{c(T-T_0)}{T} \right] d\Omega \\ & - \iint_{\Omega} \vec{q} \cdot \nabla \left( \frac{1}{T} \right) d\Omega + \frac{Q_e}{T_e} \end{aligned} \quad (2.13)$$

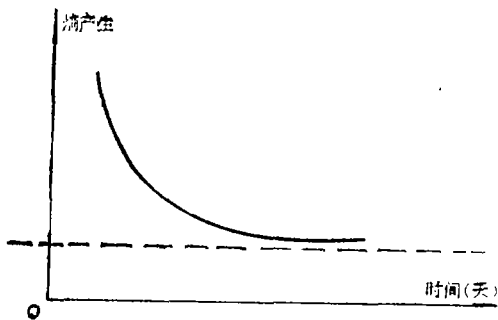


图1 熵产生随时间变化示意图

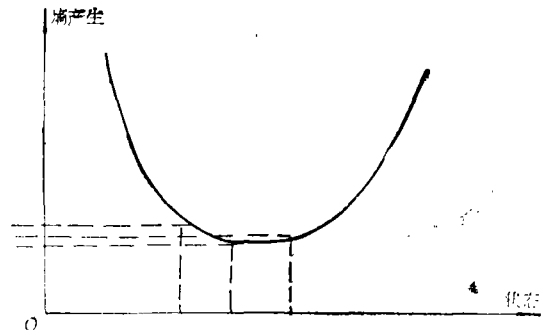


图2 熵产生随状态变化示意图

从上述稳定性模型可以看出,根据工程上需要的冻结壁系统的某一稳定状态,我们可以根据模型 II 求出最经济的 $Q_e$ 值。反之,如果已知某一 $Q_e$ 值,我们就可以求得与之对应的冻结壁系统热学稳定状态。当然,我们根据模型 I 可以描述冻结壁系统在趋于热学稳定状态过程中的行为。因此,我们可以通过模型 I 和 II 调节 $Q_e$ 来描述和控制冻结壁系统的全部变化过程,而这一问题的核心就是最小熵产生原理,亦即 $d_i s/dt$ 在变化过程中是否趋于某个稳定的最小值。

### 三、模型检验与讨论

我们利用安徽宿县桃园矿付井现场观测资料进行验算,由上节中冻结壁的局域平衡假设可以推知 $\sigma_w > 0$ 和 $\sigma_L > 0$ ,因此在利用模型 I 描述 $d_i s/dt$ 的变化过程时,忽略 $\sigma_w$ 和 $\sigma_L$ 对 $d_i s/dt$ 的贡献并不改变发展趋势。实际上,我们要验证的就是模型 I 和模型 II 所预言的 $d_i s/dt$ 值的变化是否趋于最小值。由模型 II 可知,这一最小值与 $\sigma_w$ 和 $\sigma_L$ 无关,仅由 $\sigma_h$ 和环境约束条

件决定,因此,不计 $\sigma_w$ 和 $\sigma_L$ 并不影响对 $d_{iS}/dt$ 值变化趋势的验证,至多影响变化趋势的陡变。

基于上面的讨论,不管冻结壁系统是否处于热学稳定状态,我们都可以利用模型Ⅰ中的(2.12)式对 $d_{iS}/dt$ 值变化趋势进行验证。假定冻结孔均匀分布在以井筒中心为圆心、半径不同的两个圆周上,不计地中热流影响,并且认为土质均匀,这样问题就转化为平面对称问题。

为计算方便起见,我们首先把(2.12)式

$$\frac{d_{iS}}{dt} = - \iiint_V \vec{q} \cdot \nabla \left( \frac{1}{T} \right) dV$$

化成差分方程。如图3所示,把高度为 $H$ 的圆柱体分为厚度为 $\delta$ 的多个小圆筒壁。设其中的三个小圆筒壁的记号分别为 $(j-1)$ ,  $j$ 和 $(j+1)$ ,其中 $j$ 距井筒中心的距离为 $r_j$ 。现考虑包含 $j$ 点的一层,(2.12)式的差分形式为:

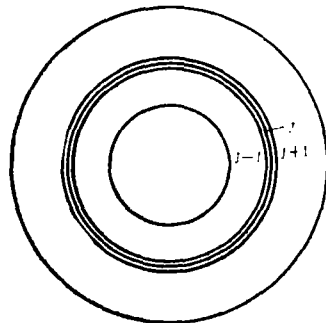


图3 冻结壁系统环形网络示意图

$$\left( \frac{d_{iS}}{dt} \right)_j = \frac{\lambda}{T_j^2} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 = \frac{\lambda}{T_j^2} \left( \frac{T_{j+1} - T_{j-1}}{2\delta} \right)^2 2\pi r_j (2\delta) H \quad (3.1)$$

为方便起见,我们取 $\delta=0.5$ 米、 $H=1$ 米,则(3.1)式变为:

$$\left( \frac{d_{iS}}{dt} \right)_j = \frac{\lambda}{T_j^2} (T_{j+1} - T_{j-1})^2 \cdot 2\pi r_j \quad (3.2)$$

所以我们得到:

$$\frac{d_{iS}}{dt} = \sum_{j=2}^{n-1} \frac{\lambda}{T_j^2} (T_{j+1} - T_{j-1})^2 \cdot 2\pi r_j \quad (3.3)$$

取冻结壁系统为 $r=6.65$ 米到 $r=10.15$ 米的圆筒壁, $n=8$ ,利用安徽宿县桃园矿付井31米处的资料对上式进行验证。土质参数为:

$$\lambda = \begin{cases} \lambda^- = 1.54 & (T < -1^\circ\text{C}) \\ \lambda^+ = 1.21 & (T > 0^\circ\text{C}) \\ (\lambda^- + \lambda^+)/2 & (-1^\circ\text{C} < T < 0^\circ\text{C}) \end{cases}$$

计算结果如图4所示。

由图4可以看出, $d_{iS}/dt$ 的变化确实趋于一个稳定值80,其最小值为79,与理论预言的结果完全一致(参见图2)。这充分说明我们的模型是正确的。

但是,我们从图4上也看到另外一个事实:即开始冻结时曲线波动很大。这是因为在开始冻结时刻 $\sigma_v'$ 、 $\sigma_w$ 和 $\sigma_L$ 的贡献都相当大,而我们并没有考虑 $\sigma_L'$ 、 $\sigma_w$ 和 $\sigma_L$ 的贡献,而且冻结系统那时还处在远离非平衡热学稳定状态,不满足最小熵产生原理。正如我们一开始就强调指出的,本文讨论的是冻结壁系统处在平衡热学稳定状态附近的情况,对于远离平衡热学稳定状态的情况必须采用非线性非平衡热力学理论,无疑是冻土热力学理论很有前途的一个发展方向。

根据前面的计算, $(d_{iS}/dt)_{\min}=79$ 。如果冻结壁系统处于熵产生为79的热学稳定状态,不考虑冻结壁系统与环境之间的水分迁移和热量传导过程,利用模型Ⅰ中的(2.11)和(2.13)即:

$$\frac{d_{iS}}{dt} = - \frac{d_e S}{dt}, \quad \frac{d_e S}{dt} = - \frac{Q_e}{T_e}$$

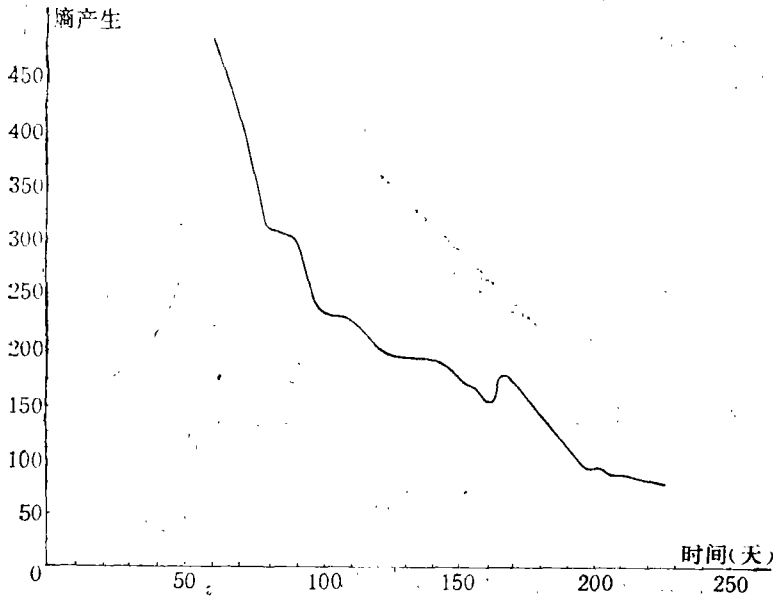


图4 冻结壁系统的熵产生随时间的变化曲线

求得:

$$Q_e = -79T_e \quad (3.4)$$

由前面的讨论可以看出,由(3.4)确定的 $Q_e$ 就是维持冻结壁系统处于熵产生为79的热学稳定状态的最小极限总制冷量,当然也是最经济的制冷量值。如果考虑到冻结壁系统与环境系统之间的热量传导过程等,则总有效平均制冷量一般要大于这个数值。

在前述假设的前提下,(3.4)式可以一般地写为:

$$Q_e = -\left(\frac{d_i s}{dt}\right)_{\min} T_e \quad (3.5)$$

由上式可知,可根据模型Ⅱ中的(2.10)式求出 $(d_i s/dt)_{\min}$ 即可根据(3.5)式求出与之对应的最为经济的 $Q_e$ 值,展开人工调控。在工程上为安全起见,可加一安全系数 $K$ ,则(3.5)式变为:

$$Q_e = -K\left(\frac{d_i s}{dt}\right)_{\min} T_e \quad (3.6)$$

(3.6)式可作为人工土冻结热学设计的科学依据,用以指导人工土冻结热学设计。必须指出,与模型Ⅱ的适用范围一样,(3.6)式也只在线性非平衡热学稳定状态有效。

#### 四、结论与展望

本文在冻结壁系统力能学分析的基础上,通过对模型Ⅰ的定量讨论得出了冻结壁系统热学稳定性的熵模型(模型Ⅱ),并且利用安徽桃园矿付井的现场观测资料对模型进行了验证,其结果令人满意。同时,利用模型Ⅱ导出了便于工程上使用的(3.6)式,而且利用该式求出的 $Q_e$ 最为经济合理。如果根据工程需要,使冻结壁系统达到某一稳定状态,(3.6)告诉我们维护冻结壁系统处于这一状态的最经济的制冷量值,由此决定开几台制冷机,输入冻结系统的任何大于 $Q_e$ 的制冷量都会造成浪费。从而(3.6)为人工土冻结的人工调控指供了科学依据。

正如文中指出的利用本文提出的模型,还可以较为深入地讨论冻结速率成冰机制和成冰位置等(参见第三节)。另外,利用该模型还可以满意地解释为什么冻土的生成条件比保存更为苛刻。这是因为冻土一旦形成就具有一定的涨落回归能力,即惯性(参见图2)。该模型的另一个重要优点就是便于发展,如果考虑冻结壁系统的非线性相互作用,只需修改其中的某一项或几项,或加入非线性作用项即可,模型的形式保持不变。

最后指出,本文的结论和研究模式对天然冻土系统和冰川系统同样有效,研究方法具有一定的横断性,

### 参 考 文 献

- [1] 曾廷全,冻结壁系统热力学熵模型(Ⅰ),应用数学和力学,8,8(1987),743—749.
- [2] 曾廷全,系统方法在冻土研究中的应用,自然杂志,11(1985),825—829.
- [3] 曾廷全,信息层次性原理,自然信息,5(1985),19—33.

## Thermodynamic Entropy Models of the Frozen-Wall System(Ⅱ)

Zan Ting-quan

(Lanzhou University, Lanzhou)

### Abstract

This paper is a further research of reference [1]. At first, the author analyzes the force-energetics basis of the frozen-wall system. By quantitative discussion of Model (Ⅰ) in reference [1] we get a thermal stability entropy model of the frozen-wall system (called Model (Ⅱ)). At last, we check the models by the field observed data in Anhui Province, P. R. The result is greatly satisfactory.