

微血管自律运动对微循环物质 交换的影响*

吴望一 程和平

(北京大学力学系, 1987年5月13日收到)

摘 要

本文分析了管壁运动状况下微循环的渗透现象, 着重分析了管壁运动对物质交换的影响, 结果表明, 管壁运动对于促进物质交换有着重要作用。

一、引 言

血液循环的生理意义就在于物质输运, 交换和传递。仅仅在循环系统的细动脉、毛细血管、细静脉段才能进行这种物质交换。因此, 血液和组织液透过管壁的物质交换在微循环中起着本质的作用, 对它的研究也因之具有重要的基础理论意义和医学上的临床价值。

已有不少人对传质问题从理论和实验上进行了研究, 1896年, Starling在他的经典论文^[1]里提出了著名的Starling假说; Landis^[2]于1926年用蛙肠系膜的静渗透实验证实了这一假设。Lew和Fung^[3]用解析的方法分析了闭锁渗透流动; 冢小天^[4]处理了圆管流动时的渗透问题; 他们都假定流动定常, 管壁是静态的。1972年J. F. Gross^[5]研究了压力脉动时的流动和传质; Bugliarello^[6]等人用数值方法计算了血浆-血球的团流(Bolusflow), 并讨论了血球间团流对传质的影响; 他们的结论表明, 压力脉动及团流总的说来对传质影响很小。

微循环的研究^[7]发现, 微血管存在着与心脏搏动及呼吸节律均无关的自律性主动舒缩运动, 这种自律运动是以波浪形式进行的, 微循环有一套的自我调节的生理机能。自律运动对维持正常生理过程十分重要, 手术时的体外辅助血液循环或实行人工心脏时常出现某些器官的功能紊乱, 原因之一就是自律运动为被动机械性驱动所干扰, 破坏; 修瑞娟^[8]最近的研究表明: 自律运动机能受障碍的脑血管病人在服用山莨菪碱药物后, 自律运动显著改善, 随之病情也得到迅速缓解。

本文以这一重要生理现象为背景, 试图分析管壁主动运动状况下渗透运动, 着重分析管壁运动对物质交换的影响。结果表明, 管壁运动对于促进物质交换有着非常重要的作用, 对于传质的调节, 控制也有比较明显的生理意义。

* 中国科学院科学基金资助的课题。

二、物理模型与数学提法

本文仅限于考虑血浆流动及水等小分子的物质交换。假定运动方式是等截面直圆管沿横向以同样规律 $R=R(t)$ 作膨胀收缩运动。简化后的运动模式可以避免巨大的数学困难,从而获得对问题的物理本质定性而直观的了解。由生理数据给出,微血管中流动的无量纲 Womersley 数 $\alpha = \sqrt{\frac{R^2 \omega}{\mu/\rho}}$ 及 Reynolds 数 $Re = \frac{\mu Q}{\rho \pi R}$ (Q : 流量, ω : 管壁运动的特征频率, μ : 血液

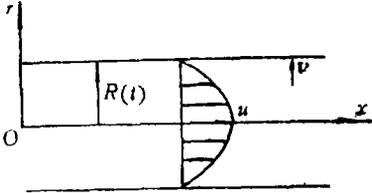


图 1 柱坐标的建立

的粘度, ρ : 血液的密度) 均很小, 分别为 0.01 和 0.0007 ~ 0.003 的量阶, 意味着不定常惯性力和运流惯性力与粘性力相比均很小, 故全部略去惯性力影响。

本文还引进下述假设: 1. 血浆为均质不可压缩牛顿流体; 2. Starling 假设成立; 3. 流动具有轴对称性, 管壁上无滑移; 4. 视入口处(动脉端)的平均压力、流量为常值; 5. 重力及入口, 出口处的端缘效应均不计; 6. 漏泄常

数 k , 组织液静压 p_h , 血浆-组织液的渗透压 p_s 以及它们的差 $a = p_h - p_s$ 均为常数。

柱坐标建立如图 1。依据所述物理模型, 我们得到问题的下述数学提法:

$$\left. \begin{aligned} \nabla p &= -\mu \nabla^2 v \\ \nabla \cdot v &= 0 \\ r &= R(t); u=0, v=\dot{R} + k(p-a) \\ r=0; \frac{\partial u}{\partial r} &= 0, v=0 \\ x=0; p &= p_a, Q = \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

流动的脉动性反映于边界条件中。式中 v , p 分别为速度矢量和压力, u, v 是 x 和 r 方向的速度分量, p_a 是常数。

三、求解

由于问题的线性性质, 将解分解成下列两部分是方便的。令

$$u = u_o + u_i, \quad v = v_o + v_i, \quad p = p_o + p_i \quad (3.1)$$

带有下标 o, i 的物理量分别满足:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p_o}{\partial r} &= \mu \left[\frac{\partial^2 v_o}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_o}{\partial r} - \frac{v_o}{r^2} + \frac{\partial^2 v_o}{\partial x^2} \right] \\ \frac{\partial p_o}{\partial x} &= \mu \left[\frac{\partial^2 u_o}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_o}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_o}{\partial x^2} \right] \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_o) + \frac{\partial u_o}{\partial x} &= 0 \\ r=0; \frac{\partial u_o}{\partial r} &= 0, v_o=0 \\ r=R(t); u_o &= 0, v_o = \dot{R} \\ x=0; p_o &= p_a, Q_o = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial p_i}{\partial r} &= \mu \left[\frac{\partial^2 v_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_i}{\partial r} - \frac{v_i}{r^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2} \right] \\
 \frac{\partial p_i}{\partial x} &= \mu \left[\frac{\partial^2 u_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} \right] \\
 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_i) + \frac{\partial u_i}{\partial x} &= 0 \\
 r=0: \quad \frac{\partial u_i}{\partial r} &= 0, \quad v_i=0 \\
 r=R(t): \quad u_i=0, \quad v_i &= k(p_0 + p_i - a) \\
 x=0: \quad \bar{p}_i=0, \quad Q_i &= \text{const} = Q
 \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

带“-”的压力表示平均压力。

方程(3.2)代表由于纯粹管壁运动引起的流动，文献[9]给出了它的精确解：

$$\left. \begin{aligned}
 u_0 &= \frac{4\dot{R}}{R} \left[\frac{r^2}{R^2} - 1 \right] x \\
 v_0 &= \frac{\dot{R}r}{R} \left[2 - \frac{r^2}{R^2} \right] \\
 p_0 &= p_a + \frac{2\dot{R}\mu}{R} - \frac{4\mu\dot{R}}{R^3} r^2 + \frac{8\mu\dot{R}}{R^3} x^2
 \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

很难求出方程(3.3)的精确解，下面给出它的近似解。首先进行量级估计。生理上，无量纲数 $\varepsilon = k\mu/R$ 的值约为 10^{-8} 量级，故可视为小参数，容易看到， $u_i \sim O(1)$ ， $v_i \sim O(\varepsilon)$ ， $p_i \sim O(1)$ ，对 u_i ， v_i 有 $\partial/\partial x \sim O(\varepsilon)$ ， $\partial/\partial r \sim O(1)$ ，对 p 有 $\partial/\partial x \sim O(1)$ ， $\partial/\partial r \sim O(\varepsilon)$ 。

令

$$u_i = u_1 + u_2, \quad v_i = v_1 + v_2, \quad p_i = p_1 + p_2 \quad (3.5)$$

其中 $p_1 \sim O(1)$ ， $u_1 \sim O(1)$ ， $v_1 \sim O(\varepsilon)$ ； $p_2 \sim O(\varepsilon)$ ， $u_2 = O(\varepsilon)$ ， $v_2 \sim O(\varepsilon^2)$ 。将(3.5)式代入方程(3.3)，并考虑到上述量级估计后得具有下标1和2的物理量分别满足下列两个方程组：

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial p_1}{\partial r} &= 0 \\
 \frac{\partial p_1}{\partial x} &= \mu \left[\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_1}{\partial r} \right] \\
 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_1) + \frac{\partial u_1}{\partial x} &= 0 \\
 r=0: \quad \frac{\partial u_1}{\partial r} &= 0, \quad v_1=0 \\
 r=R(t): \quad u_1=0, \quad v_1 &= k(p_0 + p_1 - a) \\
 x=0: \quad \bar{p}_1=0, \quad Q_1 &= Q
 \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

和

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial p_2}{\partial r} &= \mu \left[\frac{\partial^2 v_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_2}{\partial r} - \frac{v_2}{r^2} \right] \\
 \frac{\partial p_2}{\partial x} &= \mu \left[\frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} \right]
 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_2) + \frac{\partial u_2}{\partial x} &= 0 \\ r=0: \quad \frac{\partial u_2}{\partial r} &= 0, \quad v_2=0 \\ r=R(t): \quad u_2 &= 0, \quad v_2=kp_2 \\ x=0: \quad \bar{p}_2 &= 0, \quad Q_2=0 \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

顺序解出(3.6), (3.7)后, 我们得到方程组(3.3)的一级近似解和二级近似解:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{R^2}{4\mu} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \left(\frac{8Q\mu}{\pi R^4} \operatorname{ch} \lambda x + \frac{16\dot{R}\mu}{R^3} x - l \lambda \operatorname{sh} \lambda x\right) \\ v_1 &= -\frac{rR^2}{16\mu} \left(2 - \frac{r^2}{R^2}\right) \left(\frac{8Q\mu}{\pi R^4} \lambda \operatorname{sh} \lambda x + \frac{16\dot{R}\mu}{R^3} - l \lambda^2 \operatorname{ch} \lambda x\right) \\ p_1 &= -l - \frac{8\dot{R}\mu}{R^3} x^2 + l \operatorname{ch} \lambda x - \frac{8Q\mu}{\pi R^4 \lambda} \operatorname{sh} \lambda x \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= \frac{1}{32\mu} \frac{d^3 p_1}{dx^3} (R^4 - r^4) + \frac{1}{4} f(x) (r^2 - R^2) \\ v_2 &= -\frac{1}{192\mu} \frac{d^4 p_1}{dx^4} (3R^4 r - r^5) - \frac{1}{16} \frac{df(x)}{dx} (r^3 - 2R^2 r) \\ p_2 &= -\frac{1}{4} \lambda^2 \left(\lambda \operatorname{ch} \lambda x - \frac{8Q\mu}{\pi R^4 \lambda} \operatorname{sh} \lambda x\right) (R^2 + r^2) + \mu \int f(x) dx \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} l &= p_a + \frac{\dot{R}}{k} - \frac{2\dot{R}\mu}{k} - a, \quad \lambda = \frac{4\sqrt{\varepsilon}}{R} \\ f(x) &= -\left(\frac{4\lambda^2 Q}{3\pi R^2} + \frac{R^2 \lambda^4}{6\mu} l x\right) \operatorname{ch} \lambda x + \left(\frac{5R^2 \lambda^3 l}{24} + \frac{4\mu Q \lambda^3}{3\pi R^2} x\right) \operatorname{sh} \lambda x \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

根据(3.1)式, (3.5)式及解(3.4), (3.8), (3.9), 最终得到问题的解:

$$\left\{ \begin{aligned} u &= \frac{R^4 \lambda^3}{32\mu} \left(1 - \frac{r^4}{32\mu}\right) A + \frac{R^2}{4\mu} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) B \end{aligned} \right. \quad (3.11a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} v &= -\frac{rR^4 \lambda^3}{192\mu} \left(3 - \frac{r^5}{R^5}\right) C - \frac{R^2 r}{16\mu} \left(2 - \frac{r^2}{R^2}\right) D \end{aligned} \right. \quad (3.11b)$$

$$\left\{ \begin{aligned} p &= \frac{4\dot{R}\mu}{R} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) + a - \frac{\dot{R}}{k} + E \operatorname{ch} \lambda x + F \operatorname{sh} \lambda x \end{aligned} \right. \quad (3.11c)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} A &= -\frac{8\mu Q}{\pi R^4 \lambda} \operatorname{ch} \lambda x + l \operatorname{sh} \lambda x \\ B &= \left(\frac{R^2 \lambda^4}{6} l x + \frac{8Q\mu(3+8\varepsilon)}{3\pi R^4}\right) \operatorname{ch} \lambda x - \left(l \lambda + \frac{5}{24} R^2 \lambda^3 l + \frac{4\mu^2 Q \lambda^3}{3\pi R^2} x\right) \operatorname{sh} \lambda x \\ C &= -\frac{8\mu Q}{\pi R^4} \operatorname{sh} \lambda x + l \operatorname{ch} \lambda x \\ D &= \left(\frac{R^2 \lambda^4}{6} l x + \frac{8Q\mu(3+8\varepsilon)}{3\pi R^4}\right) \lambda \operatorname{sh} \lambda x - \left(l \lambda + \frac{5}{24} R^2 \lambda^3 l + \frac{4\mu^2 Q \lambda^3}{3\pi R^2} x\right) \lambda \operatorname{ch} \lambda x \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

$$\left. \begin{aligned} E &= l - \frac{\lambda^2 l}{4} (R^2 + r^2) + \frac{3}{8} R^2 \lambda^2 l + \frac{4\mu^2 Q \lambda^2}{3\pi R^2} x \\ F &= -\frac{8Q\mu}{\pi R^4 \lambda} + \frac{2\mu Q \lambda}{\pi R^4} (R^2 + r^2) - \frac{4\lambda Q \mu}{3\pi R^2} - \frac{R^2 \lambda^3}{6} l x - \frac{4\mu^2 Q \lambda}{3\pi R^2} x \end{aligned} \right\}$$

在(3.11)式中令 $k \rightarrow 0$, 则得文献[9]给出的解; 令 $\dot{R} \rightarrow 0$, 则得固小天的圆管渗流解; 令 $k \rightarrow 0$, $\dot{R} \rightarrow 0$, 即得 Poiseuille 流动的解。

四、分析与讨论

我们主要关心的是传质问题, 为讨论方便, 我们引进

$$\text{渗流速度 } v_s = v|_{r=R} - \dot{R}, \text{ 交换量 } Q_{es} = e_{\text{出}} + e_{\text{入}} = 2\pi R \int_0^{l_0} |v_s| dx dt,$$

$$\text{净漏失量 } Q_{net} = Q_{\text{出}} - Q_{\text{入}} = 2\pi R \int_0^{l_0} v_s dx dt \text{ 以及入口处平均流速 } \bar{v} = \frac{Q}{\pi R^2}.$$

生理上, 有意义的是 Q_{es} 而不是 Q_{net} 。

从(3.11b)中得到 $v|_{r=R}$ 准确到 λ^2 阶的表达式。代入渗流速度 v_s 的公式中有:

$$v_s = k \left(p_a - a - \frac{8\bar{v}\mu}{R^2} x - \frac{2\dot{R}\mu}{R} + \frac{8\dot{R}\mu}{R^3} x^2 \right) \quad (4.1)$$

于是, 管壁动态时

$$Q_{es1} = 2\pi k \int_0^{l_0} \int_0^{t_0} \left[R \left(p_a - a - \frac{8\bar{v}\mu}{R^2} x - \frac{2\dot{R}\mu}{R} + \frac{8\dot{R}\mu}{R^3} x^2 \right) \right] dx dt \quad (4.2)$$

$$Q_{net1} = 2\pi k \int_0^{l_0} \int_0^{t_0} R \left(p_a - a - \frac{8\bar{v}\mu}{R^2} x - \frac{2\dot{R}\mu}{R} + \frac{8\dot{R}\mu}{R^3} x^2 \right) dx dt \quad (4.3)$$

管壁静态时有 $\dot{R} = 0$, $R = R_0$, 则

$$Q_{es2} = 2\pi R_0 k t_0 \int_0^{l_0} \left[p_a - a - \frac{8\bar{v}\mu}{R_0^2} x \right] dx \quad (4.4)$$

$$Q_{net2} = 2\pi R_0 k t_0 \int_0^{l_0} \left[p_a - a - \frac{8\bar{v}\mu}{R_0^2} x \right] dx \quad (4.5)$$

由(4.2), (4.4)定义过流率 $\eta = \frac{Q_{es1} - Q_{es2}}{Q_{es2}}$, 由(4.3), (4.5)定义过漏失率 $\zeta = \frac{Q_{net1} - Q_{net2}}{Q_{net2}}$ 。

η , ζ 分别反映管壁运动对交换量, 净漏失量的影响。取 $k = 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s/kg}$, $\bar{v} = 500 \mu\text{m/s}$, $R_0 = 10 \mu\text{m}$, $L = 300 R_0$, $p_a = 50 \text{ mmHg}$, $a = 20 \text{ mmHg}$, $\mu = 3.4 \times 10^{-3} \text{ kg/ms}$ 。在管壁谐运动状况下, 即 $R(t) = R_0 + A \sin \omega t$, $\dot{R} = A \omega \cos \omega t$ 时, 我们分析了各种运动程度下($A \omega$ 取 $0 \sim 5 \mu\text{m/s}$)的传质。主要结果反映在图2~图6中。

从图5我们可以看到, 管壁运动总是促进物质交换, 即 $\eta > 0$ 。在运动缓慢时, 运动对传质的影响不很显著, 比如 $A = 0.5 \mu\text{m/s}$ 时, $\eta = 5\%$ 。在中等强度的运动状态下, 运动的效应已相当可观, 如在 $A = 1 \mu\text{m/s}$ 时, η 达 14.4% 。而在管壁剧烈运动的极端情形下, 运动对传质可以说有本质的影响, 由于运动而增加的交换量已与不运动时的总交换等量齐观, 比如 $A = 2.8 \mu\text{m/s}$ 时, η 高达 56.2% 。

图6表明, 运动对净漏失影响很小, 总的趋势是增大了净漏失即 $\zeta > 0$, 但最多不过 5% 的量级。由图2~图4可知, 在微血管段, 渗出与流入是不能平衡的, 有较大的净漏失。这些

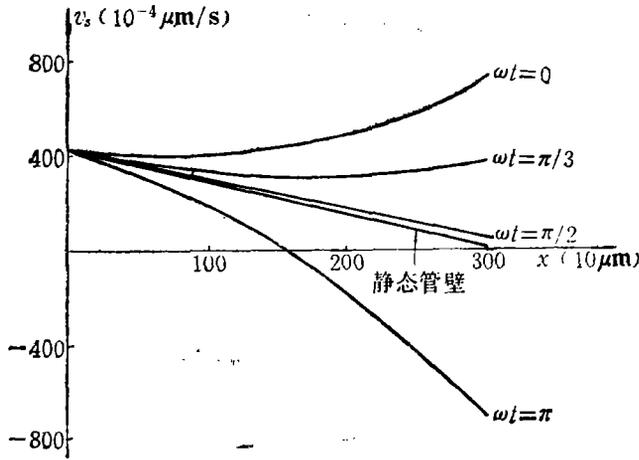


图2 典型渗透速度曲线 ($A\omega=1\mu\text{m/s}$, $A=1\mu\text{m}$, $\omega=1/\text{s}$)

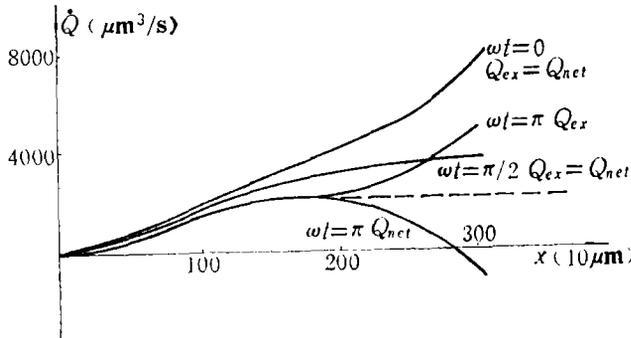


图3 瞬时交换量, 净漏失量随 x 积分变化曲线, ($A=1\mu\text{m}$, $\omega=1/\text{s}$)

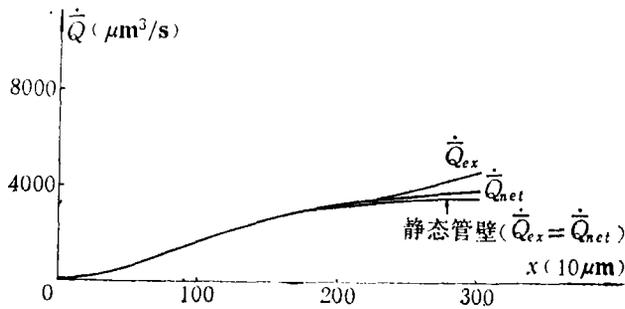


图4 动态平均交换量, 净漏失量与静态时的比较 ($A=1\mu\text{m}$, $\omega=1/\text{s}$, $A\omega=1\mu\text{m/s}$)

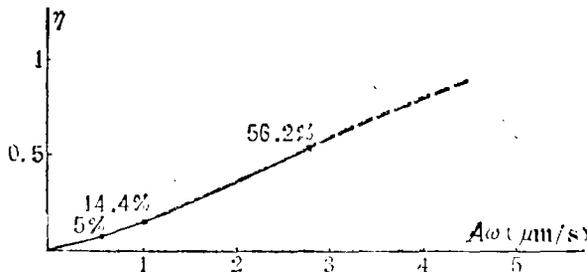


图5 过流量随运动程度的变化 (虚线表示超出生理范围)

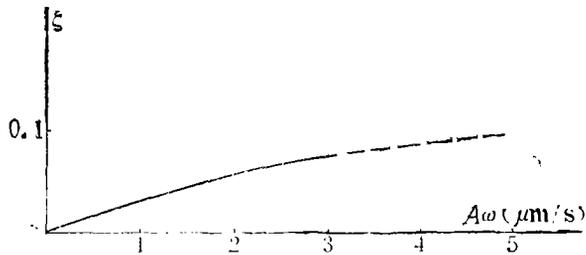


图6 过漏失量随运动程度的变化 (虚线表示超出生理范围)

漏失的质量由淋巴系统吸收后,再流进静脉,从而维持整个循环系统的质量基本平衡^{[10][4]}。

从力学的观点看来,管壁运动的生理意义首先在于使微血管系统成为血液循环的第二动力系统,使微血管成为“分布的心脏”,从而辅助心脏提供动力,对组织、器官进行灌注。从本文的定性结论看来,管壁运动较之压力脉

动,团流对传质起着本质的影响。在正常稳定状态下,运动可使物质交换维持在较高水平,而在干扰作用下,又能在很大范围内调节、控制物质交换,这样有利于维持生命系统内环境的稳定性和生理过程的稳定性。运动机能的障碍,必然会影响到传质,由此影响到很多生理过程。而微循环的改善,很大程度上意味着运动机能的改善。

本文仅仅就最粗糙的力学模型对管壁运动影响传质进行了定性讨论,讨论的结果使我们对物质交换有了新的认识。当然,这方面的工作目前还很幼稚。进一步考虑更真实的运动模式,更精确些的物理模型以及管壁运动-组织液压力变化-物质交换的耦合效应,考虑运动对生物大分子交换的影响等等,都有丰富的课题与诱人的前景,有待于进一步探讨、这些课题的解决必将大大开拓我们对微循环,对物质交换等的认识视野。

参 考 文 献

- [1] Starling, E.H., *J. Physiol.*, 19 (1896), 312.
- [2] Landis, F. M., *Am. J. Physiol.*, 82 (1926), 217.
- [3] Lew, H. S. and Y. C. Fung, *Z. Angew. Math. Phys.*, 20 (1969), 750.
- [4] Oka, S. and T. Murata, *Japan J. Appl. Phys.*, 9 (1970), 345.
- [5] Gross, J. F. and M. Intaglietta, Mass transfer in the pulsatile microcirculation, *Annual Meeting of the Microcirculatory Society*, Chicago, April (1972).
- [6] Bugliarello, G. C. and C. Hsiao, *7th International Conference on Engineering in Medicine and Biology*, Stockholm (1967).
- [7] 田牛,《微循环》,科学出版社(1980)。
- [8] 修瑞娟等,微血管自律运动的研究, I.微血管自律运动的连续动态观察及电子计算机分析, *中华医学杂志* 65, 3 (1985)。
- [9] 吴望一、吴宁众,微血管自律性舒缩运动的动力学研究, *应用数学和力学*, 9, 7 (1988), 593—598.
- [10] 冯元桢,《生物力学》,科学出版社(1983)。

The Effect of the Vasomotion on the Mass Transfer in Microcirculation

Wu Wang-yi Cheng He-ping

(Department of Mechanics, Peking University, Beijing)

Abstract

This paper deals with the mass transfer in the microcirculation with vasomotion. The effect of the vasomotion on the mass transfer is analysed. It is shown that the vasomotion is of great importance to accelerate the mass transfer.