

脉象的血管位移波理论*

袁 凡 吴望一

(北京大学力学系, 1988年2月1日收到)

摘 要

本文从医学和力学的分析解释出发, 提出采用粘弹性简支梁的数学模型研究血管的位移波, 得到了位移波与血管弹性以及血管、血液粘性耗散之间的关系, 并讨论了中医脉学中滑脉、浮脉、沉脉类与血管位移波之间的对应关系. 计算结果和超声波实测结果十分符合.

一、引 言

祖国医学是座丰富的科学宝库, 它是我国劳动人民集体智慧的结晶. 早在战国时期, 就出现了《黄帝内经》, 它的出版标志着中医已经形成一套完整的理论体系. 之后, 在数代人的共同努力下, 这一理论体系得到进一步完善, 脉诊是中医诊断四要素(望、闻、问、切)之一, 在中医理论中占有重要的地位. 由于它是一种无创伤的诊断手段, 因此受到医学界的重视. 但是, 长期以来人们普遍感到切脉技术很难掌握, 需要长时间的经验积累才能把不同的脉象区别开来. 即使如此, 在许多情况下, 由于个人的理解不同导致对同一脉象, 不同人可以诊断出不同的结果. 多年来, 人们渴望利用现有的科学仪器能够对脉象进行客观的测量, 使切脉建立在科学的客观的基础上, 去掉其中的主观想象成份. 要做到这一点, 首先必须对脉象的形成做出正确的解释. 中医认为脉搏是由于“脉气”引起的, 而“脉气”的正常活动, 则是内外阴阳相互作用的结果. 任何致病的因素侵袭人体, 总是损伤气血, 从而使脉象发生变化. 由于没有搞清楚中医理论里“气”的含义, 因此这种理论无法用于指导人们去定量地观测脉象. 另一方面, 在现代生物医学工程中, 人们正在研究脉搏波问题, 试图将脉搏波和脉象联系起来, 从而使脉象研究建立在客观基础上. 脉搏波的出发点是, 把血管-血液系统考虑成一个力学系统, 研究牛顿流体(或非牛顿流体)在弹性管(或粘弹性管)中的流动.

压力波沿血管的传播是以心脏为驱动力的. 在收缩期, 心脏将血液射出左心室, 使外周血管压力升高, 大动脉充分扩张; 在舒张期, 主动脉瓣关闭, 大动脉中压力下降, 此时在弹性恢复力的作用下, 大动脉收缩, 又将一部分血液射向外周动脉, 从而维持血管在整个心动周期中都有血液在流动. 上述机制形成如图1所示的典型的脉搏波波形. 其中主波反映了心

* 国家自然科学基金资助项目.

本文曾在第二届全国生物力学会议(1986年)及第二届中、美、日生物力学会议(1987年)上宣读.

脏的作用，而重搏波则是大动脉作用的结果。

在上述思想指导下，近年来，人们对脉搏波进行了大量的理论和实验研究，研制了应变式、压电式等多种传感器来测量挠动脉中的压力波形，并将这些波形图与有经验的医生手指感觉到的脉象进行对比。到目前为止，已经总结出和几类常见脉象相对应的脉搏波图，在脉象研究上迈出了坚实的一步。



图 1

对脉搏波进行理论研究最早可追溯到十八世纪 Euler^[1]的工作，他用理想流体的准一维模型，得到了波的传播方程。以后国外相继进行了大量的工作。但是由于国外没有中医，他们的脉搏波工作不可能和脉象联系起来。我国的柳兆荣等人^[2~3]试图利用脉搏波理论对中医的脉象进行科学解释。他们运用传输线理论，分析了压力波在传播过程中的变化情况，得到了一些与实验符合的结果，初步解释了弦脉和滑脉等一些常见脉象。

上述的实验或理论方面的工作其出发点都基于这样一种思想，即想用压力波形来解释脉象。那么，中医切得的脉象究竟是不是压力波呢？这的确是一个值得探讨的重要问题。大家知道，中医理论对脉象的描述用的都是动态语句。比如：形容浮脉为“如水漂木”，形容滑脉为“如盘走珠”，而将弦脉比拟为“如张弓弦”。在描述脉搏时，又用“上下搏动”的语句。这种描述本身就预示着脉象是关于血管的运动，而不是压力波。1983年北京西苑医院赵润屋大夫^[4]通过作超声波实验发现，在挠动脉、颈动脉、股动脉等一些浅表动脉处，血管径向变化非常小，以致用常规的仪器难此察觉，而血管的整体却非常明显地象绳子一样做周期性位移运动。这种整体性的运动其振幅之大使人们一眼就能辨别。而且这种运动的周期与心动周期是一致的。这一新发现告诉我们，中医手指感受到的脉搏跳动主要是由于血管的整体位移，而不是血管的径向扩张。中医在挠动脉处所获得的脉象，反映的是血管的位移波，而不是压力波。经过后面的分析，我们将会看到脉象是位移波的反映，而位移波则是由压力波引起的。

我们曾经采用弹性简支梁的简化数学模型对位移波进行过理论分析^[5]。本文是在文献[5]的基础上，将弹性简支梁的模型进一步修正为更符合实际的粘弹性简支梁，从而得到了血管弹性以及血管和血液粘性对位移波的影响曲线，进而解释了多种中医脉象。其中第一次得到的有关浮脉和沉脉的解释是压力波理论所做不到的。

二、数学模型的建立

为了建立血管位移波的数学模型，必须对位移波的产生有一个正确的物理解释。众所周知，血管的粘弹性是脉搏波得以传播的主要力学机制。在收缩期，血管内压升高，管径扩张；而在心脏舒张期，血管压力下降，管径在弹性恢复力作用下收缩。血管的这种一张一弛的运动状态以压力波的形式沿主脉树传播，从主动脉根部直到微血管。由于血管是粘弹性管，因此血管收缩和舒张时，截面积随之发生变化，我们认为这种变化正是形成血管位移波的主要因素。由于心脏的收缩期很短（一般为0.2~0.3秒），造成血管内压力迅速上升，管径随之迅速扩张。这相当于血管与周围组织进行一次碰撞。根据作用反作用原理，周围组织当然要给血管一个反作用力。如果血管周围组织是对称分布的，则这些反作用力将相互抵消，不产生血管的整体位移；反之，则会在组织约束较弱的方向上，产生血管的跳动。下面我们

以挠动脉为例进行讨论。对颈动脉、股动脉等其他浅表动脉，亦可进行类似的讨论。

根据解剖学的知识，挠动脉位于挠骨前方，挠动脉与挠骨之间有一薄层肌肉，挠动脉前方只覆盖一层皮肤。因此，挠动脉前后的约束是不对称的，前面较弱，后面较强。在心脏收缩期，当压力波传到挠动脉处时，其管径要迅速扩张，但由于向后扩张较困难，这就使血管整体向前运动，我们可以认为这时挠动脉后面的组织给其一个冲力，尔后血管由于惯性作用继续向前运动一段，最后在粘弹性恢复力的作用下，血管恢复到原来的状态，等待下一个周期的到来。如此循环往复，形成挠动脉处血管的周期性跳动，这就是所谓的位移波。

在挠动脉近心端，前面有肱挠肌，挠侧腕屈肌等肌肉覆盖，约束较强；在远心端，挠动脉分为掌浅支和终支，与尺动脉的终支和掌深支分别构成掌浅弓和掌深弓。这些血管受掌部肌肉、韧带的约束也较强。因此就挠动脉而言，只有中间一小段能在表面感受到它的搏动。

基于上述分析，我们提出如下的简化模型。将挠动脉看成长为 L 的简支梁，如图2所示。其中两支点中间的部分表示挠动脉受组织约束较弱的一段。

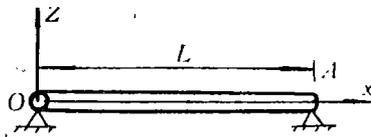


图 2

在初始时刻，有一个以波速 c 传播的冲力 $p_0\delta(t-x/c)$ 作用在代表挠动脉的简支梁上。其中 c 是压力波波速， p_0 是常数，表征周围组织对血管反作用力的大小， δ 是广义 δ 函数。由于挠动脉处约束较弱的血管约长15cm，而波速 $c\sim 10\text{m/s}$ ，若取特征时间 T_0 为心动周期，则 $L/cT_0\approx 0.015\ll 1$ 。据此我们进一步忽略冲力传播的影响，认为冲力是瞬时作用在梁上的，以公式表之即为 $p_0\delta(t)$ 。根据振动理论，梁的振动方程为：

$$\rho \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = p_0\delta(t) \quad (2.1)$$

其中 ρ 为单位长度梁的质量，近似地可取为 $\rho_0 A$ 。 ρ_0 是血液密度， A 为血管截面积， M 是 x 处梁的弯矩。这里我们忽略了周围组织的约束力。因为在血管运动过程中，组织的约束会使位移的大小发生变化，但对波形没有很大影响。

为了求出弯矩 M 与位移 Z 之间的关系，还必须知道梁的本构方程。虽然血管可近似地考虑为弹性管，但含有血液的血管其物性就不相同了。因为在收缩期，简支梁弯曲，引起血管的纵向伸长，从而使血管的体积增加，有部分血液流入其内；在舒张期，简支梁恢复平衡，体积减小，一部分血液必须挤出血管。由于血液是有粘性的，它所产生的粘性剪应力总是抵抗血管的伸长或缩短。因此，含有血液的血管呈现出粘弹性特性。

要完全考虑血流的影响，必须将血液流动与血管振动耦合求解。显然这样处理较精细但很困难。为使问题能够容易求解，同时又考虑到血液在血管中的粘性作用，我们将含有血液的血管简化为粘弹性简支梁。取Kelvin-Voigt模型作为它的本构方程：

$$\sigma = E\varepsilon + \mu\dot{\varepsilon} \quad (2.2)$$

其中 E 是血管的杨氏模量， μ 则在一定程度上反映了血液粘度和血管粘性的影响，它的具体值可确定如下：由于 μ/E 表征粘弹性梁受冲击后的衰减时间，根据实验结果^[4]推出 $\mu/E\sim 0.1\text{s}^{-1}$ 。由此可定出 μ 的数值。

在小变形假定下有

$$M = I \left(E \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^3 Z}{\partial x^2 \partial t} \right) \quad (2.3)$$

其中 I 是血管截面的惯性矩, $I = \pi D^3 h / 8$ (h 为管壁厚度, D 为血管直径)。

最终, 血管位移函数 $Z(x, t)$ 满足下列方程和边界条件

$$\left. \begin{aligned} \mu I \frac{\partial^5 Z}{\partial x^4 \partial t} + EI \frac{\partial^4 Z}{\partial x^4} + \rho \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} &= p_0 \delta(t) \quad (0 \leq t \leq T_0) \\ x=0: Z=0, \quad \partial^2 Z / \partial x^2 &= 0 \\ x=L: Z=0, \quad \partial^2 Z / \partial x^2 &= 0 \\ t=0: Z=0, \quad \partial Z / \partial t &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

由于挠动脉后面是挠骨, 因此不可能有 $Z < 0$ 的运动状态。据此还应在方程(2.4)上附加约束条件:

$$Z(x, t) \geq 0 \quad (2.5)$$

考虑到血管在其恢复过程中与挠骨的碰撞是完全非弹性的, 因此在求解过程中, 只要在某一时刻 t_1 出现 $Z(x, t_1) = 0$, 则对 $t \geq t_1$ 以后的时刻恒有 $Z(x, t) = 0$ 。

三、方程求解

与方程(2.4)对应的齐次方程为:

$$\left. \begin{aligned} \mu I \frac{\partial^5 Z}{\partial x^4 \partial t} + EI \frac{\partial^4 Z}{\partial x^4} + \rho \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} &= 0 \quad (0 \leq t \leq T_0) \\ x=0: Z=0, \quad \partial^2 Z / \partial x^2 &= 0 \\ x=L: Z=0, \quad \partial^2 Z / \partial x^2 &= 0 \\ t=0: Z=0, \quad \partial Z / \partial t &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

采用分离变量法, 令 $Z = T(t)X(x)$, 代入(3.1)式得

$$X_k(x) = \sin(k\pi x/L) \quad (k=1, 2, \dots) \quad (3.2)$$

于是

$$Z = \sum_{k=1}^{\infty} T_k(t) \sin \frac{k\pi x}{L} \quad (3.3)$$

将(3.3)式代入(2.4)式并利用 X_k 的正交性

$$\int_0^L \sin \frac{k\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} dx = \begin{cases} L/2, & n=k \\ 0, & n \neq k \end{cases}$$

得到

$$T_k'' + 2\xi_k T_k' + \eta_k T_k = \frac{2p_0}{k\pi} \frac{1}{\rho} [1 - (-1)^k] \delta(t) \quad (3.4)$$

$$T_k(0) = T_k'(0) = 0$$

其中

$$\xi_k = \frac{\mu I}{2\rho} \left(\frac{k\pi}{L} \right)^4, \quad \eta_k = \frac{EI}{\rho} \left(\frac{k\pi}{L} \right)^4 \quad (3.5)$$

解之得

$$T_k = \frac{2p_0 [1 - (-1)^k]}{\rho k\pi \sqrt{\xi_k^2 - \eta_k}} \exp[-\xi_k t] \operatorname{sh}(t\sqrt{\xi_k^2 - \eta_k}) \quad (3.6)$$

于是，最终的位移解为：

$$Z(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2p_0[1-(-1)^k]}{\rho k \pi \sqrt{\xi_k^2 - \eta_k}} \exp[-\xi_k t] \operatorname{sh}(t \sqrt{\xi_k^2 - \eta_k}) \sin \frac{k \pi x}{L} \quad (3.7)$$

$$Z(x,t) \geq 0 \quad (0 \leq t \leq T_0)$$

四、计算结果及其分析

在数值计算中，本文中出现的参数取下列数值： $L=15\text{cm}$ ， $D=0.35\text{cm}$ ， $\rho_0=1.05\text{g/cm}^3$ ， $h/D=0.1$ ， $T_0=1\text{s}$ ， $E=5\sim 20 \times 10^9\text{dyn/cm}^2$ ， $\mu/E=0.05\sim 0.5(1/\text{s})$ 。

取 E 和 μ/E 为变化参数，给出位移波随 E 和 μ/E 的变化规律，如图3所示，所有的图形已经作了归一化处理，而其中的 R_m 是指在相同冲力作用下，各波形的峰值与第一个波形（图3中№1）峰值之比。

由图3可以看出：当 E 固定， μ/E 增加时位移波波形的上升时间变短，衰减时间延长。当 $\mu/E > 0.5$ 时，血管已不能恢复原位。其次，随着 μ/E 的增大，位移波的振幅亦随之减小。反之，当 μ/E 固定， E 增加时，位移波波形的上升时间和衰减时间均变短，而振幅亦减小。

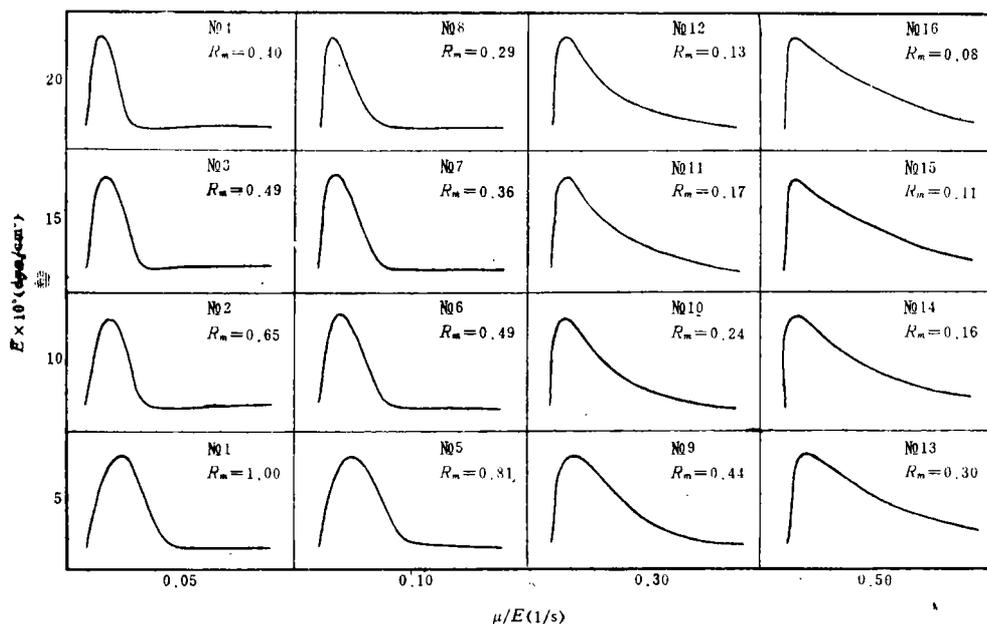


图3 位移波图形

为了检验计算结果的准确程度，我们将图3 №9和赵润屋^[4]用超声波测得的位移波形进行了比较（见图4），为此将两者的尺度调成一致。从图上可以看出，两者符合程度是很好的。计算结果和实测结果的符合反过来说明本文提出的粘弹性简支梁模型是适当的。

现在结合中医脉学理论讨论上述波形，可以得到一些有意思的结果。中医认为^[6]：滑脉的脉象是“往来流利，如珠走盘，即指下感到



图4

流利如珠”。其形成与血流量增加、血液粘度降低、血管平滑肌舒张、外周阻力减少等因素有关，可见于患有高血压、慢性支气管炎、甲亢、贫血的病人以及妊娠妇女等。从图3可以看到，当 μ/E 下降到 <0.3 时，血管位移随时间的变化呈明显的一个波峰，尔后变平坦。医生在这种情况下切脉时，就会有如珠走盘的感觉。从图3还可以看到，当 μ/E 下降 <0.3 后，这种波形在一定的血管弹性范围内变化不大，也就是说滑脉主要是由于 μ/E 变小而引起的。考虑到滑脉浮取有力这一事实，故图3 No1 应是对应于滑脉的一种位移波形。

再考察 μ/E 变大时的情况。 μ/E 增大使位移波在舒张期的衰减过程变慢，以致于在图3的No13中，血管已不能恢复原位。当第二个心动周期来临时，由于血管浮在挠骨上面，故收缩期所受到的冲力将减少，位移也较小。经过若干周期以后，当冲力、血管弹性恢复力和粘性耗散达到动态平衡时，血管就会浮在挠骨上面，形成脉学中的浮脉脉象。中医对它的描述是^[6]：“轻按即得，浮泛于皮肤之表。举之则泛泛流利，按之则稍减而不空”。这种描述是与本文的理论计算结果相吻合的。浮脉在临床上常见于感染性疾病，病情一般较轻，如感冒等。因此我们可以预测此类病人的血液粘度要增加，而血管弹性不会有多大的变化。

最后考察图3右上角的波形。可以发现那里的波形振幅比较小，这是由于血管弹性减小，粘性耗散增加，使血管位移有困难的缘故。这种脉象浮取、中取都无感觉，但重取会感到比较坚实，和脉学中的沉脉类相似。比如：沉脉类中的牢脉，中医的描述是^[6]“牢脉在沉分，重取弦实有力，而浮取中取，则渺不可得。重取时弦长实大有力。牢脉重按坚实，而浮取中取空虚”。这和我们的理论结果一致。但有一点应该说明，当心肌收缩速率较小时，挠动脉与周围组织的相互作用较弱，这时也会出现沉脉脉象。比如“镇静沉潜的人，脉多现沉”^[6]。但是有这类脉象的人不一定有病。

通过以上的分析可以看到，利用简单的位移波模型，确实可以解释一部分脉象。如果进一步考虑血管，组织和血液的粘弹性性质，考虑血管和血液之间的耦联振动，我们相信将会获得更为丰富的结果。

五、结 束 语

1. 脉象是血管位移波而不是压力波的反映。本文采用粘弹性筒支梁的模型得到了位移波的分析解，分析了血管弹性和血管、血液粘性对位移波的影响，并成功地解释了中医脉象中的滑脉、浮脉、沉脉，从而为脉象的客观化研究开拓了一条新的途径。

2. 虽然脉象是血管位移波的反映，而不是压力波的表现，但是这绝不意味着压力波的研究是毫无意义的。事实上，血管弹性和血液粘性以及其他物性，生理参数的变化对压力波也都有明显的影响，因此可以通过压力波的研究来诊断疾病并和中病脉象间接地联系起来。所以压力波的研究仍然是研究中医脉象的一条途径。

3. 我们并不奢望血管的位移波理论能完全解释脉象，因为人们从位移波或压力波中所能获得的信息量与中医从脉象中所获得的信息量相比仍然是较少的。可能存在着更复杂的生理因素如神经、体液等调节着挠动脉的搏动。我们深信随着科学技术的发展，运用现代生物医学工程技术和理论，将能够解释古老的脉象问题，使之造福于全人类。

参 考 文 献

- [1] Euler, L., *Apud Eggers et Socios*, 2 (1862), 814—823.
- [2] 柳兆荣、陶明德等, 挠动脉脉搏波的分析(I), (I), 上海力学, 1, 1 (1930), 12—22; 1, 3 (1980), 28—36.
- [3] 柳兆荣、李惜惜, 关于脉图的分析, 中国科学(B辑), 2 (1983).
- [4] 赵润屋, 用M型超声心动图探讨动脉搏动形式与产生机制, 中华物理医学杂志, 4 (1983).
- [5] 吴望一、袁凡, 血管的位移波——脉象新解释, 力学学报, 17, 3 (1985).
- [6] 邢锡波, 《脉学阐微》, 河北人民出版社(1979).

The Displacement Wave Theory of Blood Vessel

Yuan Fan Wu Wang-yi

(Department of Mechanics, Peking University, Beijing)

Abstract

On the basis of the medical and mechanical analysis and explanations in this paper the visco-elastic simply supported beam model is proposed to treat the displacement wave of the blood vessels. The relationships between the displacement wave and blood vessel elasticity as well as the viscous dissipation of the blood and blood vessel are obtained. The corresponding relations of such kinds of pulses in the traditional Chinese medicine as smooth pulse, surface pulse and deep pulse to the displacement waves of blood vessels are also found. The computational results are in good agreement with those acquired in the experiments with ultrasonic wave.