

带有环向肋的双曲冷却塔的线性稳定分析

卢文达 顾皓中

(上海应用数学和力学研究所, 上海工业大学, 1988年6月3日收到)

摘 要

在对带有环向肋的双曲冷却塔的稳定问题的分析中, 本文提出了线性前屈曲一致稳定理论. 计算结果表明, 本文的这种线性分析方法用于研究以承受风压为主的双曲冷却塔的临界载荷以及各种设计因素对塔壳屈曲的影响, 其精度达到了非线性分析的水平, 是工程分析中的一种很实用的有效方法. 在此基础上, 本文还较详细地讨论了加肋位置、数量及其自重对塔壳临界失稳风压值的影响, 得到了一些于工程设计有用的结果.

一、前 言

自1965年英国渡桥电站的三座大型冷却塔倒塌以后, 人们开始对冷却塔在风载作用下的稳定问题进行了大量的实验和理论的研究工作^[1~4]. 同时, 为了提高塔壳的稳定性和抗振性, 在国外, 一些带有环向肋的双曲冷却塔在工程实际中得到了应用.

对冷却塔这一特定工程结构而言, 它具有弱非线性的特征. Veronda, Mungan 以及 Eckstain, Abel 等已分别从实验分析和有限元分析中证实了这一结论^[6~9]. 综观现有的理论工作, 不难发现, 通常的非线性分析不仅计算颇为繁复且耗费昂贵, 一般不适宜于这类结构的工程设计分析; 而经典的线性稳定分析, 主要是由于薄壳屈曲前状态采用线性薄膜理论来描述, 不能保证边界条件的协调一致性, 从而给这类塔壳的计算带来较大的误差. 为此, 本文提出薄壳系统的屈曲前状态用线性有矩理论来描述, 这样既能保证边界条件的协调一致性, 提高了计算精度, 又具有线性分析计算量小的优点. 因为这样的分析过程兼有经典线性稳定理论及非线性前屈曲一致稳定理论的某些特点, 本文称其为线性前屈曲一致稳定理论. 对双曲冷却塔稳定分析的数值计算结果表明, 该理论所提供的有限元解非常接近于非线性理论的解, 显示了线性前屈曲一致稳定理论对以承受外压为主的旋转壳结构的有效性.

在此基础上, 本文还进一步对带有环向肋的双曲冷却塔进行了一系列的计算和讨论, 得到了在离散加肋的情况下, 加肋位置较之加肋数量对塔壳的稳定性影响更大, 且塔的自重对其临界风压值的影响程度与有无加肋以及塔壳的径厚比有关等一系列重要的结论, 可供设计参考.

二、环肋旋转薄壳线性前屈曲一致稳定理论的有限元解

带有环向肋的旋转薄壳的总势能为

$$\begin{aligned}
 \Pi &= U_s + U_r + W \\
 &= \frac{1}{2} \iint_{\Sigma} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{c} \boldsymbol{\varepsilon} r d\theta ds + \sum_{i=1}^N \bar{\delta}(s-s_i) \frac{R_{ci}}{2} \int_0^{\tau} \mathbf{e}_i^T \mathbf{c}_{r,i} \mathbf{e}_i d\theta \\
 &\quad - \left[\iint_{\Sigma} \mathbf{v}_i^{*T} \mathbf{p} r d\theta ds + \iiint_{\Omega} \mathbf{v}_i^{*T} \mathbf{q} d\Omega \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{i=1}^N \bar{\delta}(s-s_i) \left[\iiint_{\Omega_i} \mathbf{v}_i^{*T} \mathbf{q}_{r,i} d\Omega + \int_0^{\tau} \mathbf{v}_i^{*T} \mathbf{F} r d\theta \right] \right] \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

式中

- U_s : 薄壳的应变能;
- U_r : 环肋的应变能;
- W : 环肋壳系统的外力势;
- N : 环肋的总数;
- τ : 边界上的壳节圆半径;
- s_i : 第 i 根环肋的子午间坐标, 且有 $\bar{\delta}(s-s_i) = \begin{cases} 1 & (s=s_i) \\ 0 & (s \neq s_i) \end{cases}$;
- R_{ci} : 第 i 根环肋的形心圆半径;
- \mathbf{c} : 壳的应变向量;
- \mathbf{e}_i : 第 i 根环肋的应变向量;
- \mathbf{c} : 壳体的弹性常数矩阵;
- \mathbf{p} : 壳体的表面力;
- $\mathbf{c}_{r,i}$: 第 i 根环肋的弹性常数矩阵;
- \mathbf{q} : 壳体的体力;
- \mathbf{F} : 壳体上的边界力;
- \mathbf{q}_r : 环肋的体力;
- Ω : 壳的体积;
- Ω_i : 环肋的体积;
- Σ : 壳体的表面积;
- $\mathbf{v}_i^* = [u^* \ v^* \ w^*]^T$: 壳面局部坐标下的壳中面位移;
- $\mathbf{v}_r = [u_r \ v_r \ w_r]^T$: 环肋局部坐标下的环肋的位移。

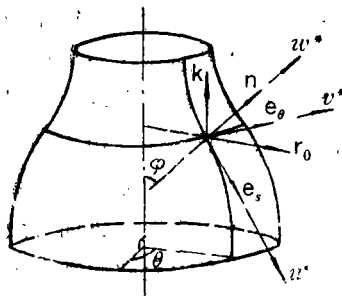


图1 旋转壳坐标向量

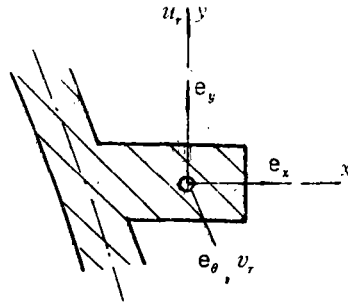


图2 环肋局部坐标向量

当外载荷增大到某个值时, 环肋壳系统将从屈曲前的一个平衡状态到达临界平衡状态。此时, 若任给系统以一个无限小的扰动, 系统就会出现一个相邻的平衡状态, 即产生稳定性分叉。

定义: \mathbf{v}^- 表示整个系统处于临界平衡状态时的位移, $\mu \mathbf{v}^+$ 表示系统产生的扰动位移, 其中 μ 为一无量纲小参数。则出现相邻平衡状态时的系统总位移为

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}^- + \mu \mathbf{v}^+ \quad (2.2)$$

对于线性稳定分析, 按假定对扰动位移引入应变的非线性项, 其运动学算子可由线性算子 \mathbf{D}_{KL} 和非线性算子 $\mathbf{D}_{KN}(\mu \mathbf{v}^+)$ 组成

$$\mathbf{D}_K = \mathbf{D}_{KL} + \mathbf{D}_{KN}(\mu v^+) \quad (2.3)$$

相应的应变可表示成

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \mathbf{D}_K \mathbf{v} = \mathbf{D}_{KL}(\mathbf{v}^- + \mu \mathbf{v}^+) + \mathbf{D}_{KN}(\mu \mathbf{v}^+) \cdot \mu \mathbf{v}^+ \\ &= \mathbf{D}_{KL} \mathbf{v}^- + \mu \mathbf{D}_{KL} \mathbf{v}^+ + \mu^2 \mathbf{D}_{KN}(\mathbf{v}^+) \mathbf{v}^+ \\ &= \boldsymbol{\varepsilon}^- + \mu \boldsymbol{\varepsilon}^+ + \mu^2 \boldsymbol{\varepsilon}^{++} \end{aligned} \quad (2.4)$$

具体对旋转薄壳, 其算子的表达式为

$$\mathbf{D}_{KL}^i = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial s} & 0 & \frac{1}{r_\varphi} \\ \frac{\cos\varphi}{r} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\sin\varphi}{r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial s} \frac{\cos\varphi}{r} & 0 \\ \frac{1}{r_\varphi} \left[\frac{\partial}{\partial s} + \frac{d(1)}{ds} \left(\frac{1}{r_\varphi} \right) \right] & 0 & -\frac{\partial^2}{\partial s^2} \\ \frac{\cos\varphi}{r_\varphi r} & \frac{\sin\varphi}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} & -\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \frac{\cos\varphi}{r} \frac{\partial}{\partial s} \\ \frac{1}{r_\varphi r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\sin\varphi}{r} \frac{\partial}{\partial s} - \frac{\sin\varphi \cos\varphi}{r^2} & -\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial s \partial \theta} + \frac{\cos\varphi}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{D}_{KN}^i(\mathbf{v}^{i**}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial w^{**}}{\partial s} - \frac{u^{**}}{r_\varphi} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial w^{**}}{\partial \theta} - v^{**} \sin\varphi \right) & 0 \\ 0 & 0 & 2 \left(\frac{\partial w^{**}}{\partial s} - \frac{u^{**}}{r_\varphi} \right) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{r_\varphi} & 0 & \frac{\partial}{\partial s} \\ 0 & -\frac{\sin\varphi}{r} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ 0 & -\frac{\sin\varphi}{r} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \end{bmatrix}$$

其中, φ : 壳面法线与旋转轴的夹角, s : 壳中面子午线的弧长,

r : 旋转壳的节圆半径,

r_φ : 旋转壳的子午向曲率半径.

对环肋, 由一般曲杆理论^[11], 可具体写出它的运动学算子的表达式

$$\mathbf{D}_{KL}^i = \bar{\mathbf{D}}_{KL} + \hat{\mathbf{D}}_{KL} = \frac{1}{R_c} \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial}{\partial \theta} & 1 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{1}{R_c} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \\ -\frac{1}{R_c} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_c} \frac{\partial}{\partial \theta} & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{R_c} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{r_\varphi} & 0 & \frac{\partial}{\partial s} \\ -\frac{1}{r_\varphi} \frac{\partial}{\partial \theta} & 0 & \frac{\partial^2}{\partial s \partial \theta} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{D}_{KN}^*(\mathbf{v}_r^+) = \bar{\mathbf{D}}_{KN}(\mathbf{v}_r^+) = \frac{1}{2R_c^2} \begin{pmatrix} \partial w_r^+ \\ \partial \theta \\ -v_r^+ \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & \frac{\partial}{\partial \theta} \\ 0 & 0 & 0 \\ \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

这里, 算子 $\bar{\mathbf{D}}_{KL}$, $\bar{\mathbf{D}}_{KN}(\mathbf{v}_r^+)$ 只对肋的位移向量 \mathbf{v}_r 作用, 而 $\bar{\mathbf{D}}_{KL}$ 只对壳体的位移向量 \mathbf{v}_r^* 作用。

依照环肋位移向量 \mathbf{v}_r 与壳体位移向量的 \mathbf{v}_r^* 的耦合关系^[12], 可将环肋位移 \mathbf{v}_r 用在壳体局部坐标系中写出的壳体广义位移向量 $\mathbf{v}_r^* = [u^* \ v^* \ w^* \ \partial w^*/\partial s]^T$ 来表示

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{G} \mathbf{v}_r^* \quad (2.7)$$

其中

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\left(1 + \frac{c}{r_\varphi}\right) \sin \varphi - \frac{a}{r_\varphi} \cos \varphi & 0 & \cos \varphi & c \sin \varphi + a \cos \varphi \\ -\frac{a}{r_\varphi} \frac{\partial}{\partial \theta} & 1 + \frac{c}{r} \sin \varphi + \frac{a}{r} \cos \varphi & -\frac{c}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & 0 \\ \left(1 + \frac{1}{r_\varphi}\right) \cos \varphi - \frac{a}{r_\varphi} \sin \varphi & 0 & \sin \varphi & a \sin \varphi - c \cos \varphi \end{bmatrix}$$

$(a, 0, c)$ 为环肋形心在壳中面局部坐标系中的标值。

将方程(1.1)中的有关壳体及环肋的位移及应变变量以式(1.2), (1.4)的形式代入, 于是得到系统受扰动后的总势能增量

$$\begin{aligned} \Delta \Pi = & \mu \left\{ \iint_{\Sigma} \mathbf{e}^{-T} \mathbf{c} \mathbf{e}^+ r d\theta dS + \sum_{i=1}^N \bar{\delta}(s-s_i) R_{oi} \int_{\theta} \mathbf{e}_i^{-T} \mathbf{c}_{r,i} \mathbf{e}_i^+ d\theta \right. \\ & - \left[\iint_{\Sigma} \mathbf{v}_i^{+*T} \mathbf{p} r d\theta dS + \iint_{\Omega} \mathbf{v}_i^{+*T} \mathbf{q} d\Omega + \sum_{i=1}^N \bar{\delta}(s-s_i) \iint_{\Omega_i} \mathbf{v}_i^{+*T} \mathbf{q}_{r,i} d\Omega \right. \\ & \left. \left. + \int_{\theta} \mathbf{v}_i^{+*T} \mathbf{F} r d\theta \right] \right\} + \mu^2 \left\{ \frac{1}{2} \iint_{\Sigma} \mathbf{e}^{+T} \mathbf{c} \mathbf{e}^+ r d\theta dS \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^N \bar{\delta}(s-s_i) \frac{R_{oi}}{2} \int_{\theta} \mathbf{e}_i^{+T} \mathbf{c}_{r,i} \mathbf{e}_i^+ d\theta \right. \\ & \left. + \iint_{\Sigma} \mathbf{e}^{+T} \mathbf{c} \mathbf{e}^- r d\theta dS + \sum_{i=1}^N \bar{\delta}(s-s_i) R_{oi} \int_{\theta} \mathbf{e}_i^{+T} \mathbf{c}_{r,i} \mathbf{e}_i^- d\theta \right\} \\ = & \mu \Pi_1 + \mu^2 \Pi_2 + O(\mu^3) \quad (2.8) \end{aligned}$$

这里明显有

$$\mathbf{c} \mathbf{e}^- = \bar{\mathbf{N}} \quad \text{和} \quad \mathbf{c}_{r,i} \mathbf{e}_i^- = \bar{\mathbf{N}}_{r,i} \quad (2.9)$$

$\bar{\mathbf{N}}$: 壳体临界屈曲状态的内力场; $\bar{\mathbf{N}}_{r,i}$: 第 i 根环肋临界屈曲状态时的内力场。

根据本文的线性前屈曲一致稳定理论的假定, 系统屈曲前的任一初始参考平衡状态 \mathbf{e} 的内力场应通过线性平衡方程 $\delta \Pi^e = 0$ 得到, 并在此处将由体力及风压所引出的内力场 $\mathbf{N}^{e\alpha}(\mathbf{N}_{r,i}^{e\alpha})$ 和 $\mathbf{N}^{e\beta}(\mathbf{N}_{r,i}^{e\beta})$ 各自分开, 便可写出系统在临界平衡状态时的内力场

$$(\bar{\mathbf{N}}, \bar{\mathbf{N}}_{r,i}) = \lambda_\alpha (\mathbf{N}^{e\alpha}, \mathbf{N}_{r,i}^{e\alpha}) + \lambda_\beta (\mathbf{N}^{e\beta}, \mathbf{N}_{r,i}^{e\beta}) \quad (2.10)$$

λ_q 和 λ_r ：分别为相应于载荷 q 和 p 的无量纲因子。

有 Trefftz 能量准则 $\delta II_2 = 0$ ，推得环肋壳系统在风压和体力联合作用下的线性稳定问题的二阶变分方程

$$\delta \left\{ \frac{1}{2} \iint_S \mathbf{e}^{+T} \mathbf{c} \mathbf{e}^+ r d\theta dS + \sum_{i=1}^N \bar{\delta}(s-s_i) \frac{R_{ci}}{2} \int_0^{2\pi} \mathbf{e}_i^{+T} \mathbf{c}_i \mathbf{e}_i^+ d\theta \right. \\ \left. + \lambda_q \left[\iint_S \mathbf{e}^{+T} \mathbf{N} \mathbf{e}^+ r d\theta dS + \sum_{i=1}^N \bar{\delta}(s-s_i) R_{ci} \int_0^{2\pi} \mathbf{e}_i^{+T} \mathbf{N}_i \mathbf{e}_i^+ d\theta \right] \right. \\ \left. + \lambda_r \left[\iint_S \mathbf{e}^{+T} \mathbf{N} \mathbf{e}^+ r d\theta dS + \sum_{i=1}^N \bar{\delta}(s-s_i) R_{ci} \int_0^{2\pi} \mathbf{e}_i^{+T} \mathbf{N}_i \mathbf{e}_i^+ d\theta \right] \right\} = 0 \quad (2.11)$$

用轴对称旋转曲边单元对带有环肋的旋转壳结构进行离散^[12]，并考虑到系统的体力是不变的，即 $\lambda_q=1$ ，则变分方程(2.11)的有限无形式为

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_q) \boldsymbol{\alpha} + \lambda_r \mathbf{K}_r \boldsymbol{\alpha} = 0 \quad (2.12)$$

引入两端的边界条件后，该稳定问题便转化为一个广义特征值的求解问题。上式中的 $\boldsymbol{\alpha}$ 为壳的广义节圆位移向量。由于其结构刚度矩阵 \mathbf{K} 和体力的几何刚度阵 \mathbf{K}_q 均为拟对角阵，而外压的几何刚度矩阵 \mathbf{K}_r 是一个满阵，于是广义特征值问题(2.2)简化成一个标准特征值问题

$$\mathbf{K} \boldsymbol{\alpha} + \eta \boldsymbol{\alpha} = 0 \quad (2.13)$$

其中

$$\mathbf{K} = (\mathbf{K} + \mathbf{K}_q)^{-1} \mathbf{K}_r, \quad \eta = 1/\lambda_r$$

用幂迭代法可求出其最小特征值 λ_{min} 。

对 Albasiny-Martin 试验塔的计算结果表明(见表1)：对实际的 Batch-Hoply 风压分布情形，本文的计算结果明显较 Ewing 或 Cole 的线性分析更靠近 Chan-Firmin 的非线性解，与非线性的分析结果仅差 0.7%。这说明了运用本文的理论模型对以承受外压为主的双曲冷却塔的线性计算的精度已达到了非线性分析的水平，也进一步证实了本文所提出的前屈曲一致规定理论对双曲冷却塔这类具有微弱非线性特征的工程结构的计算的有效性。

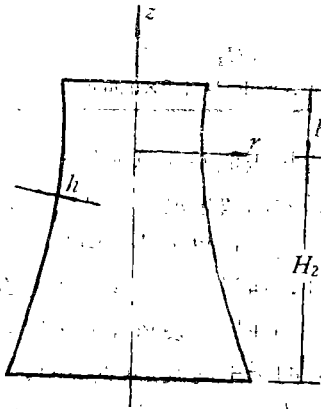


图3 双曲冷却塔尺寸示意图

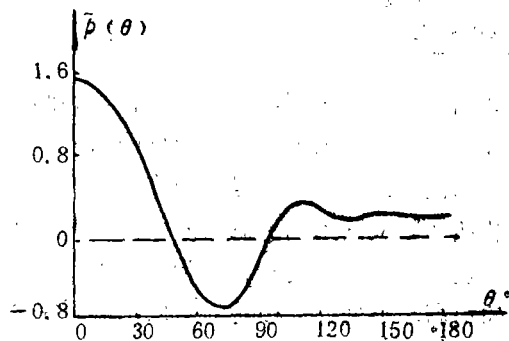


图4 Batch-Hoply 环向风压分布曲线

表 1

计算结果的比较

	Chan-Firmin	Ewing	Cole	本 文
临界失稳风压值	1.564 T/m ² (320 psf)	1.725 T/m ² (353 psf)	1.825 T/m ² (338 psf)	1.576 T/m ² (332.5 psf)
环向失稳波数	5、6、7	7	7	5、6、7

注：表中所有与本文比较的数值结果均摘自文献[5]

三、环向肋与自重对双曲冷却塔临界风压值的影响

利用前面的有限元计算模型，本文对我国自行设计的90米高的冷却塔给出了不同加肋位置与不同加肋数目等情形的数值分析。

从图5中可见，环向肋设置在塔壳中间偏上部位是最为有利的，在本文所设定的肋截面尺寸(见表2中的注)的情形下，临界风压值最大能提高30%左右；而在接近底部处加肋，对塔壳的临界风压值几乎没有影响。说明在适当的位置提高塔壳的局部刚度，将能有效地增强冷却塔的抗屈曲性能，而在这里加肋位置的选择显然是十分重要的。

表 2

各塔的参数及尺寸

参 数	试 验 塔	90 m 塔	150 m 塔
a	0.16	0.177	0.16
b(m)	25.60	19.4	35
H ₁ (m)	18.29	18	33
H ₂ (m)	82.30	66.2	108
E(t/m ²)	21.1×10 ⁵	27×10 ⁵	27×10 ⁵
ν	0.15	0.167	0.167
h ₁ (m)	0.13	0.14	0.18
h ₂ (m)	0	0.36	0.67
μ	0	2	2

注：塔壳的壁厚变化为 $h = h_1 + h_2 \exp[-\mu(H_2 + z)/b]$;
文中所加肋的截面尺寸 $A^* \times b^* (\text{height} \times \text{width}) = 1.0 \times 0.5 (\text{m}^2)$

表3的计算结果表明，对本文的稀加肋问题，塔壳的临界风压值并非单纯地随加肋数的增加而提高，有时会出现与直觉相反的结果，如表中就有三条肋的效果反而不如加两条肋的。而加肋位置的选择却对塔壳的临界风压值有较大的影响，这一点也可从表中列出的同样加两条肋但加肋位置不同的情形的数值结果的比较中得到验证。通过计算，我们还可看到，环向加肋使塔壳的子午向失稳波形产生了很大的变化。因为加肋在局部使塔壳的刚度得到了大幅度的提高，该处的位移受到约束，从而完全改变了其原有的子午向波形(见图6)。

当今的冷却塔其规模越来越大，并有采用环向肋加强的趋势。在此前提下，探求自重对塔的临界风压值的影响规律也成为工程界所感兴趣的问题。在此，本文以塔壳喉部的径厚比为特征比较参数，分别对现行的90米塔、150米塔、Albasiny-Martin试验塔等不同的

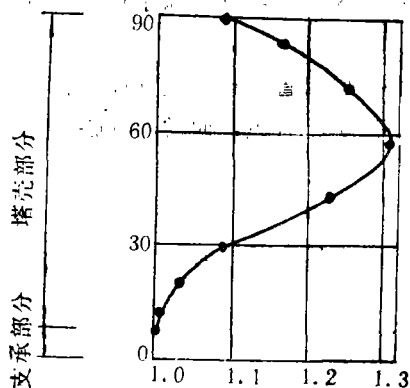


图5 加肋位置对冷却塔稳定的影响曲线

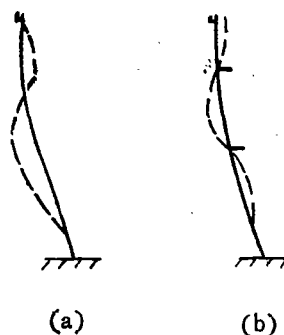


图6 冷却塔的子午向失稳波形(在0°处)
(a)不加肋 (b)在72米和40米高度处加肋

表3 不同加肋数目时临界风压值的比较

加肋数	1	2	3	4	
加肋高度(m)	57	90、55	72、40	90、80、30	90、65、37、11
临界风压值(t/m ²)	6.41	6.82	7.14	6.63	7.67
临界风压值提高的百分率(与光滑面塔比较)	30.4%	38.8%	42.5%	34.9%	58.0%

注：所列临界风压值结果中均已计及自重影响

塔型及其加肋情况作了数值解(见表4)，从中可以得到，塔壳的自重对临界风压值的影响程度是随径厚比的增大而提高的；相对而言，环向加肋的冷却塔的自重对其临界风压值的影响明显小于光滑面塔，这也进一步说明了环向加肋对于提高大型冷却塔的稳定是非常有利的。

表4 不同塔型的冷却塔其自重的影响程度

塔名	试验塔	90m 塔		150m 塔
		不加肋	加肋	
数值结果	196.9	138.6		194.4
不计自重(t/m ²)	1.578	5.162	7.282	2.721
计及自重(t/m ²)	1.465	5.012	7.143	2.554
自重影响的百分率	7.4%	3.0%	1.6%	6.5%

注：90m加肋塔的加肋位移分别在72m和40m高处(二条肋)

四、结 语

本文从最小势能原理出发，对环肋旋转壳系统在外压和自重联合作用下的稳定问题进行了理论分析，导出了其线性前屈曲一致稳定理论的二阶变分方程。并采用旋转轴对称曲边壳单元对系统进行离散，建立了相应的有限元计算模型。算例的数值结果表明，对现行的双曲冷却塔这种弱非线性壳体结构所提出的理论及其计算模型是合理的。在此基础上，本文通过对环肋双曲冷却塔的一系列计算与分析，得出了如下的结论：

1. 适当的环向加肋能大幅度地提高塔壳的临界风压值,并能减小自重对其稳定性的影响;
2. 对稀加肋的情形,带有环向肋的冷却塔其加肋位置的选择比加肋数目更重要;
3. 自重对塔壳稳定性的影响与其在喉部处的径厚比有关。通常,其临界风压值降低的百分比随径厚比的增大而增加。

本文的工作得到了水电部电力建设研究所、上海市科委的资助,在此谨致谢意!

参 考 文 献

- [1] Der, T. J. and R. Fidler, A model study of the buckling behavior of hyperbolic shells, *Proceedings of Institution of Civil Engineerings*, London, England, 41, Sept. (1968), 105—118.
- [2] Chan, A. S. L. and A. Firmin, The analysis of cooling tower by finite element method, *The Aeronautical Journal of the Royal Aeronautical Society*, Part 2; Small displacements, 74, 10, Oct. (1970), 825—835; Part 2; Large displacements, 74, 12, (1970), 971—982.
- [3] Yeh, C. H. and W. Y. J. Shieh, Stability and dynamic analysis of cooling tower, *Journal of the Power Division, ASCE*, 99, no2, Nov. (1973), 339—347.
- [4] Cole, P. P., et al., Buckling of cooling-tower shell, *J. Struct. Div., ASCE*, 101, ST6, June (1975), State of the art, 1185—1203; Bifurcation results, 1205—1222.
- [5] Veronda, D. R. and V. I. Weingaten, Stability of hyperboloidal shells; An experimental and analytical investigation, *USCCE009*, School of Engineering, University of Southern California, Los Angeles, Calif., Mar. (1973).
- [6] Mungan, I., Buckling stress state of hyperbolic shells, *J. Struct. Div., 102*, ST 10, Oct. (1976), 2005—2020.
- [7] Mungan, I., Buckling stresses of stiffened hyperboloidal Shells, *J. Struct. Div., 105*, ST8, Aug. (1979), 1589—1604.
- [8] Eckstein, U., et al., Non-linear elastic stability of cooling tower shells, *Natural Draught Cooling Towers*, IASS-RUB (1984), 333—347.
- [9] Abel, J. F., et al., Comparison of complete and simplified elastic buckling analysis for cooling tower shells, *Eng. Struct.*, 8, Jan. (1986) 25—28.
- [10] 钱伟长, 《变分法及有限元》, 科学出版社 (1980).
- [11] Bushnell, D., Computerized analysis of shell-governing equations, *Computer and Structure*, 18, 1 (1984), 471—536.
- [12] Li Long-yuan and Loo Wen-da, Analysis of free vibration and response to turbulent wind of hyperbolic cooling towers by ring-stiffeners, *Proc. of the Int. Symp. on Membrane Structures and Space Frames*, JAMAP, Sept. (1986).
- [13] 顾皓中, 带有环向肋的双曲冷却塔的线弹性稳定分析, 上海工业大学硕士论文 (1987).
- [14] Abel, J. F., et al., Buckling of cooling tower, *J. Struct. Div., ASCE*, ST10, Oct. (1982), 2162—2174.

Buckling of Cooling Tower Shells with Ring-Stiffeners

Loo Wen-da Gu Hao-zhong

(*Shanghai Institute of Appl. Math. and Mech.,
Shanghai University of Technology, Shanghai*)

Abstract

With the stability analysis of hyperbolic cooling tower shells with ring-stiffeners, our paper proposes the linear pre-buckling consistent theory. The numerical result shows that this linear analysis method is very effective and practical in engineering, for its precision of computation is up to the level of the nonlinear analysis when it is used for the study of critical loads of the hyperbolic cooling tower which is mainly governed by wind pressure and for the study of the effect of some other factors concerned in design on the buckling of shells. Based on that, we have obtained a series of conclusions which will greatly benefit the engineering design when discussing the effect on the critical wind loading of the shell which is caused by the following factors such as the position of rings, the number of rings and the dead weight.