

薄扁球壳受冲击载荷作用时动力 屈曲的数值计算

穆建春 吴文周 杨桂通

(太原工业大学, 1990年9月8日收到)

摘 要

本文在轴对称变形的假设前提下, 通过将扩展了的 Marguerre's 方程^[1]化为差分方程, 对其上作用荷载面积不同时的固支弹性薄扁球壳的屈曲问题作了一些探讨, 由此发现, 固支薄扁球壳在外界冲击荷载作用下, 在 $\lambda(=2[3(1-\nu^2)]^{1/4}(H/h)^{1/2})$ 的某一范围内发生了跳跃屈曲, 并得到轴对称跳跃屈曲荷载随壳体上荷载作用面积的增大而提高的结论。

关键词 壳体 屈曲 撞击

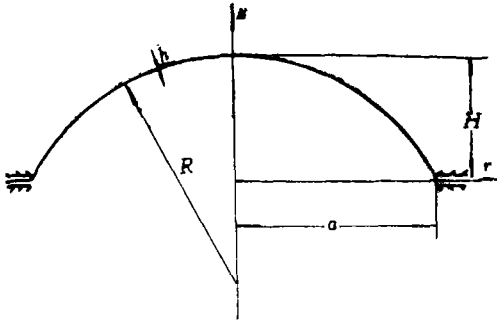
一、引 言

固支弹性薄扁球壳在均布冲击荷载作用下的轴对称跳跃屈曲首先是由 Humphreys 和 Bodner^[2]研究的. 分析中, 它们利用 Rayleigh-Ritz 法求解了临界冲量. 随后 Budiansky 和 Roth^[3] 利用 Galerkin 法研究了同样的问题. 由于无论是 Rayleigh-Ritz 法还是 Galerkin 法所得结果和其精确解相比均有较大误差^[4], 1969年 N. C. Huang 利用差分法对固支弹性扁球壳受到均布阶跃荷载和均布冲击荷载作用时的轴对称屈曲问题进一步作了研究, 其计算结果表明, 当壳体受均布阶跃荷载时, 相应某一荷载值壳体变形发生了跳跃, 当受均布冲击荷载时壳体变形仅仅是在某一非常小的荷载范围内骤然增长, 而不发生跳跃. 其后又有许多人对壳体的动屈曲问题做了大量的计算研究^{[5][6]}, 但是, 所有研究均限制在或者壳体上作用有均布荷载或者壳顶受集中荷载作用, 对于以其它方式作用的荷载的壳体没有进行过研究. 1969年 W. B. Stephens 和 F. Roberte^[7]对具有不同边界条件的扁球壳受到作用形式不同的阶跃荷载(轴对称)的静力和动力屈曲问题进行了研究. 由此, 他发现随壳体上荷载作用面积的增大, 其屈曲荷载基本上也是增大的. 至于壳体上受瞬态冲击荷载作用时的屈曲问题至今研究甚少. 对于壳体上受到冲撞的面积不同时, 壳体屈曲荷载的变化情况还没有进行过探讨. 本文作者对这个问题做了一些研究.

二、基本方程

图1是壳体未变形时的形状.

按图示坐标壳体任一子午线的方程为:

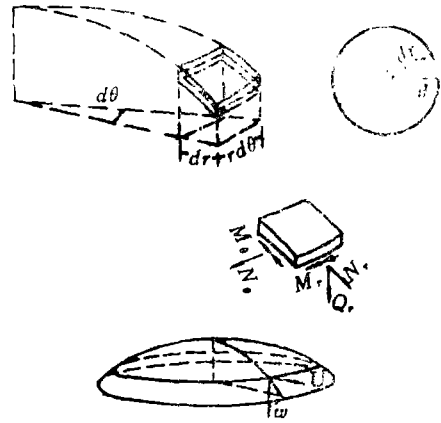


R : 曲率半径; a : 底圆半径; H : 矢高

图1 壳体未变形时的形状

$$z = H[1 - (r/a)^2] \quad (2.1)$$

$$R = a^2/2H \quad (2.2)$$



M_r, M_θ 表示弯矩 (以壳体内侧受拉为正),
 N_r, N_θ 表示膜力 (以拉为正), Q_r 表示剪力.

图2

壳体的基本方程是以以下假设为基础的,

- 壳体所受荷载 (在此是冲量) 及其在外力荷载作用下的变形是几何轴对称的.
- 限制在壳体的弹性变形范围内.
- 壳体变形过程中, 不考虑其剪切变形和转动惯量.

1) 平衡方程

$$(rM_r)' - M_\theta - rQ_r = 0 \quad (2.3)$$

$$(rN_r)' - N_\theta = 0 \quad (2.4)$$

$$[rN_r(w-z)' + rQ_r]' = mrh\dot{w} \quad (2.5)$$

式(2.5)中的 $w-z$ 项体现了壳体的几何非线性.

式中: $()' = \partial() / \partial r$, $(\ddot{}) = \partial^2() / \partial t^2$, m 为壳体单位体积的质量, 其余各量见图1, 图2所示.

2. 物理方程

由假设(b)物理方程具有线性性.

$$\varepsilon_r = (N_r - \nu N_\theta) / Eh \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_\theta = (N_\theta - \nu N_r) / Eh \quad (2.7)$$

$$M_r = D(K_r + \nu K_\theta) \quad (2.8)$$

$$M_\theta = D(K_\theta + \nu K_r) \quad (2.9)$$

其中 E, ν 分别表示壳体材料的弹性模量和泊松比.

$$D = Eh^3 / 12(1 - \nu^2)$$

3. 几何方程

$$\varepsilon_r = U' - z' w' + (w')^2 / 2 \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_\theta = U / r \quad (2.11)$$

$$K_r = -w'' \quad (2.12)$$

$$K_\theta = -w' / r \quad (2.13)$$

4. 控制方程

设一应力函数 F , 使其满足:

$$N_r = F' / r \quad (2.14)$$

$$N_\theta = F'' \quad (2.15)$$

则由平衡方程、几何方程、物理方程可得极坐标下壳体变形所满足的方程为:

$$D\nabla^4 w = \nabla^2 F/R + F'w''/r + F''w'/r - mh\ddot{w} \quad (2.16)$$

$$\nabla^4 F = Eh(-\nabla^2 w/R - w'w''/r) \quad (2.17)$$

引入无量纲量

$$\lambda = 2[3(1-\nu^2)]^{1/4}(H/h)^{1/2}, \quad X = r\lambda/a, \quad W = w\lambda^2/2H$$

$$\tau = (2H/a^2)(E/m)^{1/2}t, \quad \psi = \lambda^4 F/4EH^2h, \quad \phi = \psi'$$

由此得到无量纲形式的各方程:

控制方程:

$$\nabla^4 W = (X\phi)'/X + (\phi W')'/X - \ddot{W} \quad (2.18)$$

$$(X\phi')' - \phi/X + XW' = -(W')^2/2 \quad (2.19)$$

边界条件:

$X = \lambda$ 时

$$W(\lambda, \tau) = W'(\lambda, \tau) = 0 \quad (2.20)$$

$$\phi'(\lambda, \tau) - \nu\phi(\lambda, \tau)/\lambda = 0 \quad (2.21)$$

$X = 0$ 时

$$W'(0, \tau) = W''(0, \tau) = 0 \quad (2.22)$$

$$\phi(0, \tau) = 0 \quad (2.23)$$

初始条件:

$$W(X, 0) = 0 \quad (2.24)$$

$$\dot{W}(X, 0) = 4\alpha \quad (2.25)$$

其中:

$$(\dot{\quad}) = \partial(\quad)/\partial\tau, \quad \alpha = (a^2\lambda^2/16H^2)(m/E)^{1/2}(\partial W/\partial t)$$

三、计算方法

利用轴对称假设, 我们可以沿壳体的任一子午线, 利用差分法进行研究. 我们在壳体中心附近划分的差分格式较细以便了解壳体在高度集中荷载作用下的性能.

这里我们分别取:

$$\Delta_1 = 0.05, \quad \Delta_2 = 0.25$$

$$\text{则: } X_i = \begin{cases} (i-1)\Delta_1 & i \leq 4 \\ X_4 + (i-4)\Delta_2 & i > 4 \end{cases}$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N+1$$

$$N = \lambda/\Delta_2 + 3(1 - \Delta_1/\Delta_2) \quad N \text{ 为划分的格子数目}$$

设时间步长为 δ , 则 $\tau = \delta j$ ($j = 0, 1, 2, \dots$).

具体计算步骤如下:

设 $W(X, \tau)$ 已知

则 $f(X, \tau) = -X[XW' + (W')^2/2]$ 也已知

所以通过式 $X^2\phi'' + X\phi' - \phi = f(X, \tau)$ 可求得 ϕ 的值. 下面我们利用中差的形式表达上二式.

$$f_i = -X_i [X_i(W_{i+1} - W_{i-1})/2\Delta + (W_{i+1} - W_{i-1})^2/8\Delta^2] \quad (3.1)$$

$$X_i^2(\phi_{i-1} - 2\phi_i + \phi_{i+1})/\Delta^2 + X_i(\phi_{i+1} - \phi_{i-1})/2\Delta - \phi_i = f_i \quad (3.1)'$$

(以上二式是固定 τ 值得到的, 即 j 不变.) 由边界条件知:

$$\phi_1 = 0, f_1 = 0, f_{N+1} = 0$$

$$\text{令: } \phi_i = \alpha_i \phi_{i+1} + \beta_i \quad (3.2)$$

$$\text{则: } \alpha_i = -X_i(2X_i + \Delta)/D_i$$

$$\beta_i = [2\Delta^2 f_i - \beta_{i-1} X_i(2X_i - \Delta)]/D_i$$

$$D_i = X_i \alpha_{i-1} (2X_i - \Delta) - 2(\Delta^2 + 2X_i^2)$$

$$\text{显然: } \alpha_1 = \beta_1 = 0$$

由边界条件 $\phi'(\lambda, \tau) - \nu\phi(\lambda, \tau)/\lambda = 0$ 得:

$$(\phi_{N+2} - \phi_N)/2\Delta - \nu\phi_{N+1}/\lambda = 0$$

由(3.2)式得:

$$\phi_{N+2} = \{[(2\nu\Delta/\lambda) + \alpha_N]\beta_{N+1} + \beta_N\} / \{1 - [(2\nu\Delta/\lambda) - \alpha_N]\alpha_{N+1}\}$$

这样我们可以由(3.2)式求得 ϕ_i ($i=2, 3, \dots, N+1$)

$$\phi'_i = (\phi_{i+1} - \phi_{i-1})/2\Delta \quad (i=2, 3, \dots, N+1)$$

也可求得. 对于 $i=1$, 由于 ϕ_0 未知, 故可利用后差

$$\phi'_1 = (\phi_2 - \phi_1)/\Delta = \phi_2/\Delta$$

$$\text{令: } g = (X\phi)' / X$$

$$\text{则: } g = \phi' + \frac{\phi}{X}, \quad g_i = \phi'_i + \frac{\phi_i}{X_i}, \quad \lim_{X \rightarrow 0} \frac{2W''}{X} = 2W^{(4)}(0, \tau)$$

$$\lim_{X \rightarrow 0} \frac{-XW'' + W'}{X^3} = -\frac{1}{3}W^{(4)}(0, \tau), \quad \lim_{X \rightarrow 0} g_1 = \lim_{X \rightarrow 0} \left(\phi'_1 + \frac{1}{X_1}\phi_1 \right) = 2\phi'_1$$

则方程(2.18)式可以化简为:

$$W^{(4)} + 2W''/X - W''/X^2 + W'/X^3 = g + \phi'W'/X + \phi W''/X - \ddot{W} \quad X > 0 \quad (3.3)$$

$$8W^{(4)}(0, \tau)/3 = g_1 + 2\phi'(0, \tau)W''(0, \tau) - \ddot{W}(0, \tau) \quad X = 0 \quad (3.4)$$

由边界条件可知:

$$W_0 = W_2, W_{-1} = W_3, W_{N+1} = 0, W_{N+2} = W_N$$

W 对时间的二阶偏导数近似用下式表达:

$$\ddot{W}_{ij} = (\alpha_j W_{ij} + \beta_j W_{i,j-1} + \gamma_j W_{i,j-2} + \delta_j W_{i,j-3}) \quad (3.5)$$

式(3.5)中的系数 $\alpha_j, \beta_j, \gamma_j, \delta_j$, 取决于时间步长, 并参考文献[8]中给出:

$$\alpha_j = 2/\delta^2, \beta_j = -5/\delta^2, \gamma_j = 4/\delta^2, \delta_j = -1/\delta^2$$

所以(3.5)式为:

$$\ddot{W}_{ij} = (2W_{ij} - 5W_{i,j-1} + 4W_{i,j-2} - W_{i,j-3})/\delta^2 \quad (3.6)$$

这样经过整理, 我们可以得到最后的差分方程:

$i=1$ 时

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{4}{\Delta^4} \left(\frac{4}{\Delta^2} + \phi'_1 \right) - \frac{2}{\delta^2} \right] W_{1j} + \frac{4}{\Delta^4} \left(\frac{16}{3\Delta^2} + \phi'_1 \right) W_{2j} + \left(-\frac{16}{3\Delta^4} \right) W_{3j} \\ & = (-5W_{1,j-1} + 4W_{1,j-2} - W_{1,j-3})/\delta^2 - g_{1j} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$i=2$ 时

$$\left[\frac{4}{\Delta^4} - \frac{2}{X_2 \Delta^3} + \frac{1}{X_2 \Delta^2} \left(\phi_2 + \frac{1}{X_2} \right) - \frac{1}{2X_2 \Delta} \left(\phi'_2 - \frac{1}{X_2} \right) \right] W_{2j} + \left[-\frac{7}{\Delta^4} + \frac{1}{X_2 \Delta^3} \right]$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{2}{X_2\Delta^3}\left(\phi_2+\frac{1}{X_2}\right)-\frac{2}{\delta^2}]W_{2j}+\left[\frac{4}{\Delta^4}+\frac{2}{X_2\Delta^3}+\frac{1}{X_2\Delta^2}\right. \\
& \cdot\left.\left(\phi_2+\frac{1}{X_2}\right)+\frac{1}{2X_2\Delta}\left(\phi'_2-\frac{1}{X_2}\right)\right]W_{3j}+\left[-\frac{1}{\Delta^4}-\frac{1}{X_2\Delta^3}\right]W_{4j} \\
& =[-5W_{2j-1}+4W_{2j-2}-W_{2j-3}]/\delta^2-g_{2j}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

$i=3, 4, \dots, N-2$ 时

$$\begin{aligned}
& \left[-\frac{1}{\Delta^4}+\frac{1}{X_i\Delta^3}\right]W_{i-2j}+\left[\frac{4}{\Delta^4}-\frac{2}{X_i\Delta^3}+\frac{1}{X_i\Delta^2}\left(\phi_i+\frac{1}{X_i}\right)-\frac{1}{2X_i\Delta}\left(\phi'_i\right.\right. \\
& \left.\left.-\frac{1}{X_i}\right)\right]W_{i-1j}+\left[-\frac{6}{\Delta^4}-\frac{2}{X_i\Delta^2}\left(\phi_i+\frac{1}{X_i}\right)-\frac{2}{\delta^2}\right]W_{ij}+\left[\frac{4}{\Delta^4}+\frac{2}{X_i\Delta^3}\right. \\
& \left.+\frac{1}{X_i\Delta^2}\left(\phi_i+\frac{1}{X_i}\right)+\frac{1}{2X_i\Delta}\left(\phi'_i-\frac{1}{X_i}\right)\right]W_{i+1j}+\left[-\frac{1}{\Delta^4}-\frac{1}{X_i\Delta^3}\right]W_{i+2j} \\
& =2(-5W_{i,j-1}+4W_{i,j-2}-W_{i,j-3})/\delta^2-g_{ij}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

$i=N-1$ 时

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{4}{\Delta^4}-\frac{1}{X_{N-1}\Delta^3}+\frac{1}{X_{N-1}\Delta^2}\left(\phi_{N-1}+\frac{1}{X_{N-1}}\right)-\frac{1}{2X_{N-1}\Delta}\left(\phi'_{N-1}-\frac{1}{X_{N-1}^2}\right)\right]W_{N-2j} \\
& +\left[\frac{4}{\Delta^4}+\frac{2}{X_{N-1}\Delta^3}+\frac{1}{X_{N-1}\Delta^2}\left(\phi_{N-1}+\frac{1}{X_{N-1}}\right)+\frac{1}{2X_{N-1}\Delta}\left(\phi'_{N-1}-\frac{1}{X_{N-1}^2}\right)\right] \\
& \cdot W_{Nj}+\left[-\frac{6}{\Delta^4}-\frac{2}{X_{N-1}\Delta^2}\left(\phi_{N-1}+\frac{1}{X_{N-1}}\right)-\frac{2}{\delta^2}\right]W_{N-1j} \\
& =2(-5W_{N-1,j-1}+4W_{N-1,j-2}-W_{N-1,j-3})/\delta^2-g_{N-1j}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

$i=N$ 时

$$\begin{aligned}
& \left[-\frac{1}{\Delta^4}+\frac{1}{X_N\Delta^3}\right]W_{N-2j}+\left[\frac{4}{\Delta^4}-\frac{2}{X_N\Delta^3}+\frac{1}{X_N\Delta^2}\left(\phi_N+\frac{1}{X_N}\right)-\frac{1}{2X_N\Delta}\left(\phi'_N\right.\right. \\
& \left.\left.-\frac{1}{X_N^2}\right)\right]W_{N-1j}+\left[-\frac{7}{\Delta^4}-\frac{1}{X_N\Delta^3}-\frac{1}{X_N\Delta^2}\left(\phi_N+\frac{1}{X_N}\right)-\frac{2}{\delta^2}\right]W_{Nj} \\
& =2(-5W_{N,j-1}+4W_{N,j-2}-W_{N,j-3})/\delta^2-g_{Nj}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

其矩阵形式为: $\mathbf{AW}=\mathbf{R}$

\mathbf{A} 是带宽为 5 的 $N \times N$ 阶方阵, \mathbf{R} 是 $N \times 1$ 阶列阵。

$$\mathbf{W}=\{W_1, W_2, \dots, W_i, \dots, W_N\}^T \quad W_{N+1}=0$$

从以上各式可以知道, 要想求得 $\tau=j\delta$ 时的各 W 值, 须先知道 $\tau=(j-1)\delta$, $\tau=(j-2)\delta$, $\tau=(j-3)\delta$ 时的各 W 值。

下面我们根据初始条件解决这一问题。

a) $\tau=0$ ($j=0$) 时 $W_{i0}=0$

b) $\tau=\delta$ ($j=1$) 时

$$\ddot{W}_{i0}=(W_{i1}-2W_{i0}+W_{i(-1)})/\delta^2=0 \quad \text{得} \quad W_{i1}=W_{i(-1)}$$

$$\dot{W}_{i0}=(W_{i1}-W_{i(-1)})/2\delta=W_{i1}/\delta=4\alpha$$

得 $W_{i1}=4\alpha\delta$

c) $\tau=2\delta$ ($j=2$) 时

$$\ddot{W}_{i2}=(2W_{i2}-5W_{i1}+W_{i1})/\delta^2=2(W_{i2}-2W_{i1})/\delta^2$$

由此得到 $\tau=0$ 时, $\tau=\delta$ 时的 W 值分别为: $W_{i_0}=0$, $W_{i_1}=4\alpha\delta$.

$\tau=2\delta$ 时(3.7)式至(3.11)式右边的项

$$2(-5W_{i,j-1}+4W_{i,j-2}-W_{i,j-3})/\delta^2-g_{ij}$$

均用 $-4W_{i,j-1}/\delta^2-g_{ij}$ 代替.

$\tau \geq 3\delta$ 以后, 其前面三个时间步长($\tau=0, \delta, 2\delta$)的值均已求得, 故而也可按(3.7)至(3.11)式求解.

求得 τ 时的 W 值以后, 则可求得壳体受冲量作用时的平均体积位移:

$$\rho(\tau) = \frac{2}{\lambda^2} \int_0^\lambda W(X, \tau) X dX \quad (3.12)$$

数值计算中, 我们分别取 $\nu=1/3$, $\Delta_1=0.05$, $\Delta_2=0.25$, 当 $\delta=0.02$ 时, 所求得的全解全部收敛.

计算过程中, 我们以 $\tau=(j-1)\delta$ 时的 $W(X, \tau)$ 值作为 $\tau=j\delta$ 时的初值. 则 $\tau=2\delta$ 时的初值为 $\tau=\delta$ 时的 $W(X, \tau)$ 值.

$$\begin{aligned} \text{即: } \quad W(X_i, 2\delta) &= 4\alpha\delta & (i=1, 2, \dots, k) \\ W(X_i, 2\delta) &= 0 & (i=k+1, k+2, \dots, N) \end{aligned}$$

其中 k 为壳体受到冲撞的部分.

迭代过程中, 当两个相继 $\rho(\tau)$ 值的差不超过0.01时, 便停止迭代.

四、计算结果

冲击荷载作用下, 我们对于同一 λ 值, 得到了壳体上受到冲击荷载所作用的面积大小不同的振动曲线图3, 图4.

从上面两个图可以看出: 壳体受到初始扰动以后, 所产生的振荡关于其未变形时的平衡位置是非线性的, 而且其幅值随 α 的增大而提高, 随时间的增长而衰减. 比较二图可以发现, 荷载作用面积不同时, 相应的振动幅度和振动周期亦有所不同, 荷载作用于壳体上的面积越小, 即荷载集中程度越高, 相应的振动幅度也越大.

壳体受到冲击荷载作用时和受到阶跃荷载作用时的情况一样, 当壳体发生屈曲时, 其变形位置相应同一荷载值有两个不同的平衡位置. 参阅文献[7].

图5、图6分别是壳体在冲击荷载作用下的最大平均体积位移 $\rho_{\max} = \max_{\tau=0} \rho(\tau)$ 随 α 的变化情况和其中心挠度 W_0 随 α 的变化情况. 从这两张图可以看出, 对于 $\lambda=5.4$ 其屈曲荷载和局部屈曲荷载均是随荷载作用于壳体上的面积的增加而增大. 如果我们取变形开始急聚变大时的荷载值为屈曲荷载, 则分别有 $A_L/A_S=100\%$ 时, $\alpha_{cr} \approx 1.0$; $A_L/A_S=17\%$ 时, $\alpha_{cr} \approx 0.45$; $A_L/A_S=0.01\%$ 时, $\alpha_{cr} \approx 0.25$. 壳体受阶跃荷载作用时, 其屈曲荷载也是随荷载作用面积的增大而提高的^[7](图7).

图8、图9是壳体上受到冲击的面积占整个壳体的面积的二分之一时相应于不同的 λ 值时的 $\rho_{\max} \sim \alpha$ 图及 $W_0 \sim \alpha$ 图. 这两张图表明, 当 $A_L/A_S=1/2$ 时, 随参数 λ 的增加壳体的屈曲荷载及其局部屈曲荷载是逐渐减小的. 这时相应的屈曲荷载分别是 $\lambda=4.4$ 时, $\alpha_{cr}=0.9$; $\lambda=5.4$ 时, $\alpha_{cr} \approx 0.6$; $\lambda=6.4$ 时, $\alpha_{cr} \approx 0.5$.

图10、图11表明当 $\lambda=6.4$ 时, 如果壳体上荷载作用面积很大, 接近均匀荷载或壳体上荷载作用面积很小, 接近集中荷载, 壳体发生了局部屈曲, 就整个壳体而言, 屈曲很不明显或

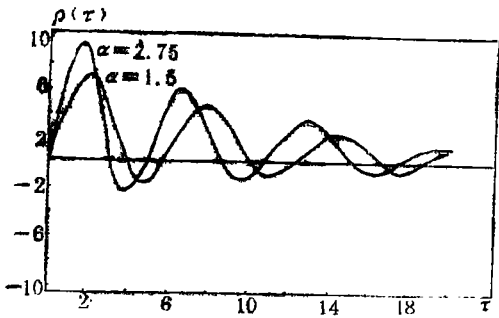


图3 时间 τ 和平均体积位移 $\rho(\tau)$ 的关系曲线
 $\lambda=4, A_L/A_S=8.27\%$

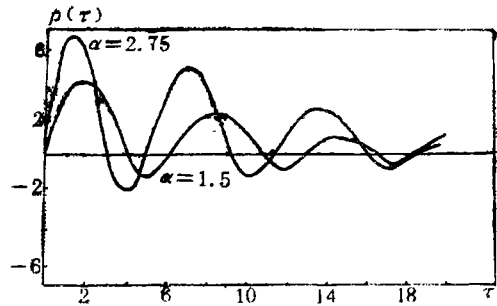


图4 时间 τ 和平均体积位移 $\rho(\tau)$ 的关系曲线
 $\lambda=4, A_L/A_S=100\%$

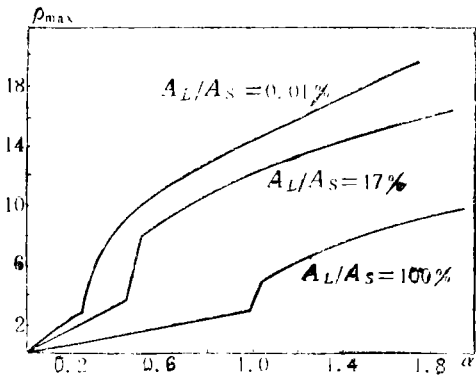


图5 参数 α 和最大平均体积位移 ρ_{max} 的关系曲线
 $\lambda=5.4$

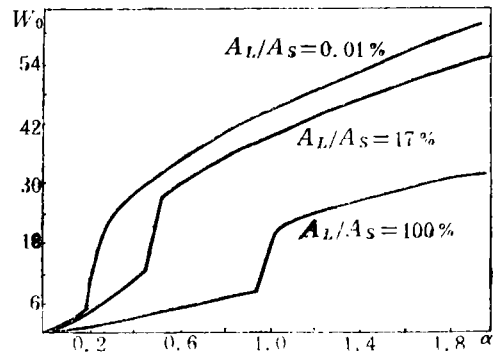


图6 参数 α 和中心挠度 W_0 的关系曲线
 $\lambda=5.4$

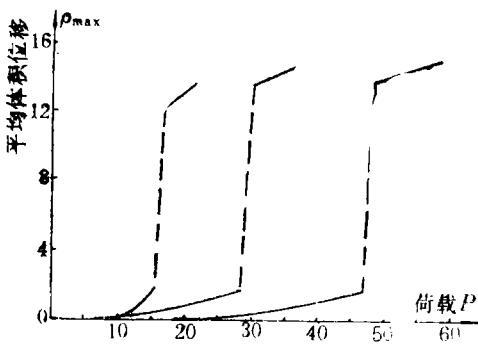


图7
 $\lambda=5$

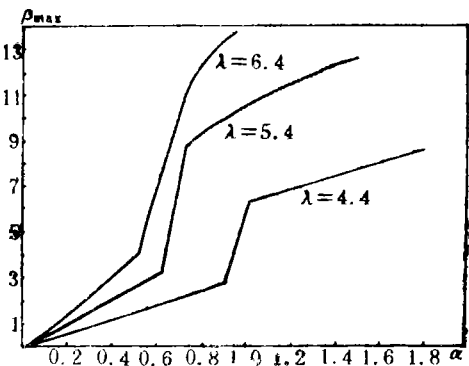


图8 参数 α 和最大平均体积位移 ρ_{max} 的关系曲线
 $A_L/A_S=1/2$

没有发生屈曲。

图12是相应于 $\lambda=4.4; 4.9; 5.4; 6.4$ 时屈曲荷载随荷载作用面积的变化情况。

图13给出了壳体受均布冲击荷载作用时,本文计算结果和文献[9]的计算结果的比较,本文计算结果表明只有在 $3.4 \leq \lambda \leq 7.9$ 的范围内,壳体才有明显的屈曲现象。

五、结 论

到此,我们对壳体的变形规律,屈曲特性作了一些了解,得到了壳体受冲击荷载作用

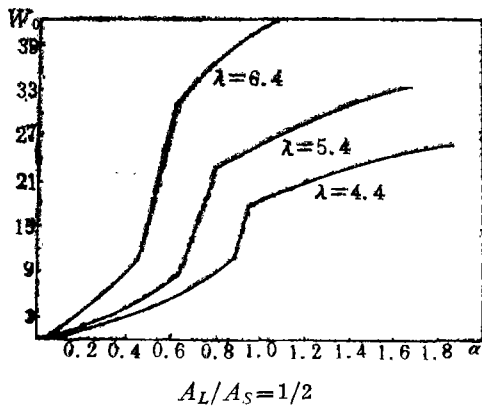


图9 参数 α 和中心点挠度 W_0 的关系曲线

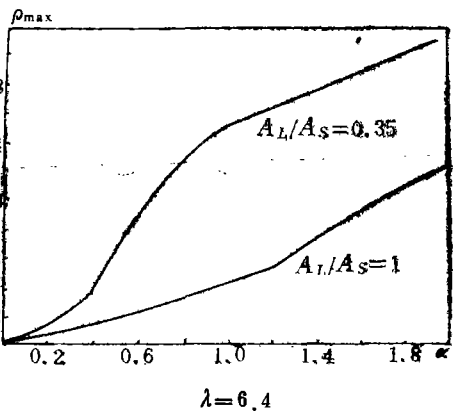


图10 参数 α 和最大平均体积位移 ρ_{max} 的关系曲线

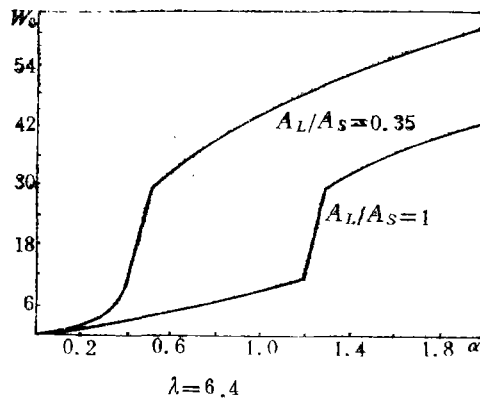


图11 参数 α 和中心点挠度 W_0 的关系曲线

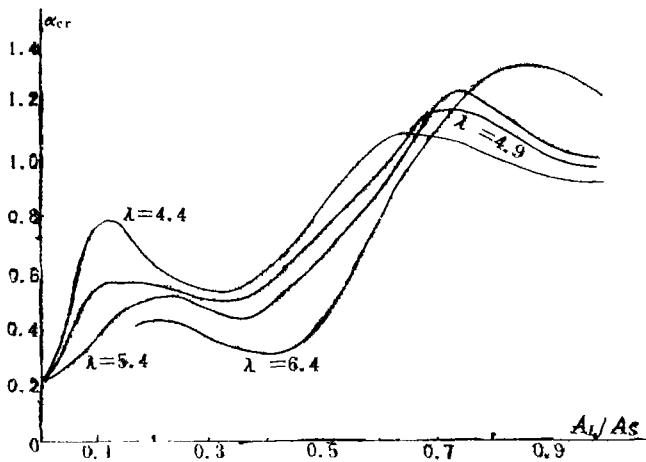


图12 屈曲荷载 α_{cr} 和荷载作用面积比 A_L/A_S 的关系曲线

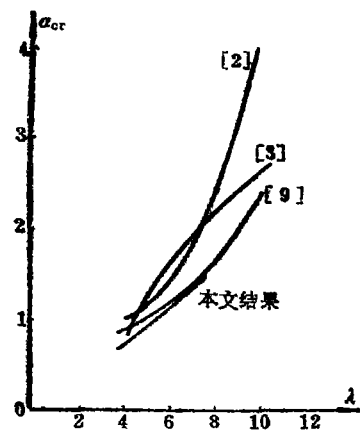


图13 本文结果和前人结果的比较

时, 随壳体参数 λ 的不同和其上作用荷载面积不同时的屈曲特性。由此得到固支弹性薄扁球壳在瞬态冲击荷载作用下, 会发生跳跃屈曲, 当壳体上荷载作用面积增大时, 其相应的屈曲荷载的总趋势也是增加的(图12), 当壳体受均布荷载作用时, 其屈曲荷载随 λ 的增加而提高。

参 考 文 献

- [1] Marguerre, K., Zur Theorie der Gekrummten Platte Groaser Formanderung, *Proceedings of the Fifth International Congress of Applied Mechanics* (1938), 93.
- [2] Humphreya, J. S. and S. R. Bodner, Dynamic buckling of shallow shell under impulsive loading, *Journal of the Engineering Mechanics Division, Proc. of the American Society of Civil Engineers*, 88(EM2), April (1962), 17—36.
- [3] Budiansky, B. and R. S. Roth, Axisymmetric dynamic buckling of clamped shallow spherical shell, TND-1610, NASA (1962), 597—606.
- [4] Huang, N. C., Axisymmetric dynamic snap-through of elastic clamped shallow spherical shell, *AIAA J.*, 7(2) (1969).
- [5] Archer, Robert R. and Charles G. Lange, Nonlinear dynamic behavior of shallow spherical shell, *AIAA. J.*, 3(12) (1965).
- [6] Stricklin, James A. and J. Edwardo Martinei, Dynamic buckling of clamped spherical caps under step pressure loading, *AIAA. J.* (1969).
- [7] Stephens, Wendell B. and Fulton Roberte, Axisymmetric static and dynamic buckling of spherical caps due to centrally distributed pressure, *AIAA. J.*, 7 (11) (1969).
- [8] Johnson, D. E. and R. Grief, Dynamic response of cylindrical shell; two numerical methods, *AIAA, J.*, 4(3) (1966), 486—494.
- [9] Simites, G.J., Axisymmetric dynamic snap-through buckling of shallow spherical caps, *AIAA. J.*, 5, May (1967), 1019—1021.

A Numerical Calculation of Dynamic Buckling of a Thin Shallow Spherical Shell under Impact

Mu Jian-chun Wu Wen-zhou Yang Gui-tong
(*Taiyuan University of Technology, Taiyuan*)

Abstract

Assuming the deformation of the shell has an axial symmetrically form, we transform the Marguerre's equations^[1] into difference equations, and use these equations to discuss the buckling of an elastic thin shallow spherical shell subjected to impact loads. The result shows when impact load acts on the shell, a jump of the shell takes place dependent on the values λ and the critical buckling load increases with the enlargement of the loading area.

Key words shell, buckling, impact