

# 气核尺度对空化现象的影响\*

黄景泉 韩成才

(西安 西北工业大学, 1990年10月17日收到)

## 摘 要

本文计算了不同尺度的气核对空化现象的影响。结果表明, 不同尺度的气核具有不同的空化起始条件及不同的发育和溃灭过程。在计算、模拟空化现象时应当考虑到这一因素。

**关键词** 空化 气核 气核尺度

空化核的存在和低压场的作用是液体发生空化现象的两个必要条件。气核是最主要的空化核。水中溶解气体向游离气体的转化是气核的最重要的来源<sup>[1]</sup>。

实际测量表明, 自然水中所含气核的半径在2~50 $\mu\text{m}$ 之间。在单位体积水样中, 半径愈小的气核, 其含量也愈多<sup>[1][2]</sup>。

空化现象乃是气核在低压场作用下起始、发育和溃灭的过程。在相同的压力场作用下, 不同尺度的气核, 其起始、发育和溃灭的过程亦将不同, 从而影响着空化现象的诸多方面。

## 一、气核尺度对空泡起始和发育阶段的影响

### 1. 气核的起始和发育过程

在恒定的低压场作用下, 气核起始和发育的关系式为<sup>[3]</sup>

$$v = \frac{dR}{dt} = \left\{ \frac{2C_0^2}{3(1-\gamma)} \left[ \left( \frac{R_{0i}}{R} \right)^{3\gamma} - \left( \frac{R_{0i}}{R} \right)^3 \right] + \frac{2\sigma}{\rho R} \left[ \left( \frac{R_{0i}}{R} \right)^2 - 1 \right] + \frac{2}{3} \frac{(p_\infty - p_v)}{\rho} \left[ \left( \frac{R_{0i}}{R} \right)^3 - 1 \right] \right\}^{1/2} \quad (1.1)$$

其中,  $v$  为气核泡壁的径向速度;  $R$  为气核半径;  $R_{0i}$  为在起始和发育阶段的初始时刻 ( $R = R_{0i}$ ,  $\dot{R} = 0$ ), 气核的半径;  $C_0^2 = p_1/\rho$ ;  $p_1$  为初始时刻气核内的空气压力;  $\rho$  为水的密度;  $\gamma$  为空气的绝热系数;  $\sigma = \sigma(T)$  为水的表面张力;  $T$  为水温;  $p_\infty$  为远离气核处水的压力;  $p_v = p_v(T)$  为气核内的蒸汽压力;  $t$  为时间。

积分(1.1)式, 即可得出不同尺度  $R_{0i}$  的气核其半径随时间的变化关系。如图1所示 (计算值见表1)。

\* 钱伟长推荐。

起始及发育阶段的  $R \sim v \cdot p_n \cdot t$  值

表 1

$R_{0i}$ (mm)	$R$ (mm)														
	0.003	0.006	0.012	0.022	0.032	0.042	0.052	0.07	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	
0.002	$v$ (m/s)	6.307	5.755	6.169	6.525	6.673	6.751	6.800	6.852	6.898	6.951	6.988	6.977	6.986	
	$p_n$ (dB)	13.266	18.206	25.714	31.767	35.318	37.833	39.790	42.470	45.652	51.772	55.327	57.842	59.790	61.380
	$t \times 10^7$ (s)	1.70	6.86	16.79	32.11	47.10	61.91	76.62	102.89	146.38	290.25	433.76	577.09	720.31	863.46
0.005	$v$ (m/s)		6.106	6.729	6.647	6.715	6.770	6.810	6.856	6.899	6.951	6.988	6.977	6.986	
	$p_n$ (dB)		23.687	26.443	31.887	35.359	37.854	39.790	42.473	45.653	51.772	55.327	57.842	59.790	61.380
	$t \times 10^7$ (s)		1.64	10.44	25.49	40.38	55.15	69.83	96.08	139.56	283.43	426.94	570.27	713.49	856.64
0.01	$v$ (m/s)		6.184	7.060	6.864	6.904	6.866	6.880	6.880	6.908	6.952	6.969	6.977	6.982	6.986
	$p_n$ (dB)		30.035	32.494	35.531	37.940	39.842	42.489	45.661	51.773	55.327	57.842	59.790	61.380	61.380
	$t \times 10^7$ (s)		3.23	17.38	31.80	46.37	60.94	87.10	130.53	274.38	417.73	561.05	704.21	847.42	847.42
0.02	$v$ (m/s)			5.028	7.257	7.221	7.114	7.009	7.009	6.959	6.959	6.971	6.978	6.983	6.986
	$p_n$ (dB)			36.385	36.935	38.545	40.157	42.616	45.701	51.778	55.329	57.843	59.790	61.380	61.380
	$t \times 10^7$ (s)			3.98	18.33	32.13	46.19	71.87	114.98	258.67	402.13	545.44	688.65	831.79	831.79
0.03	$v$ (m/s)				4.313	7.082	7.319	7.212	7.063	6.977	6.976	6.981	6.984	6.987	6.987
	$p_n$ (dB)				40.014	40.073	40.978	42.949	45.815	51.792	55.332	57.844	59.791	61.381	61.381
	$t \times 10^7$ (s)				4.64	19.43	33.13	57.98	100.46	243.79	387.13	530.39	673.57	816.70	816.70
0.04	$v$ (m/s)					3.831	6.808	7.339	7.200	7.007	6.986	6.984	6.986	6.988	6.988
	$p_n$ (dB)					42.578	42.444	43.581	46.026	51.818	55.340	57.847	59.792	61.382	61.382
	$t \times 10^7$ (s)					5.22	20.86	45.54	87.00	229.72	372.86	516.03	659.17	802.27	802.27
0.05	$v$ (m/s)						3.479	7.102	7.322	7.050	7.002	6.992	6.990	6.990	6.990
	$p_n$ (dB)						44.545	44.580	46.388	51.859	55.351	57.852	59.796	61.384	61.384
	$t \times 10^7$ (s)						5.75	32.64	73.55	215.4	358.23	501.25	644.31	787.36	787.36

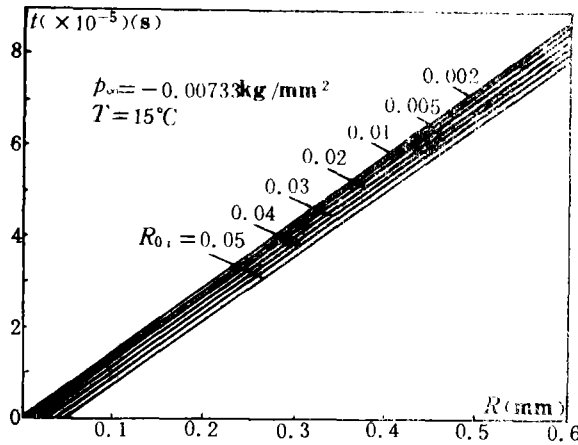


图1 起始和发育阶段不同尺度气核的发育曲线

由图1可见，在相同的低压场中，随着时间的增长气核逐渐增大。除起始阶段而外，不同尺度的气核，其半径随时间的发育曲线基本上是一组彼此平行的直线。表明在发育阶段（大体在 $R=0.2\text{mm}$ 之后），气核的发育是均匀的，且不同尺度气核的发育速度基本相同。

## 2 气核的发育速度

在恒定的低压场下，不同尺度气核的泡壁速度随半径的变化关系可由(1.1)式计出，如图2所示（计算值见表1）。

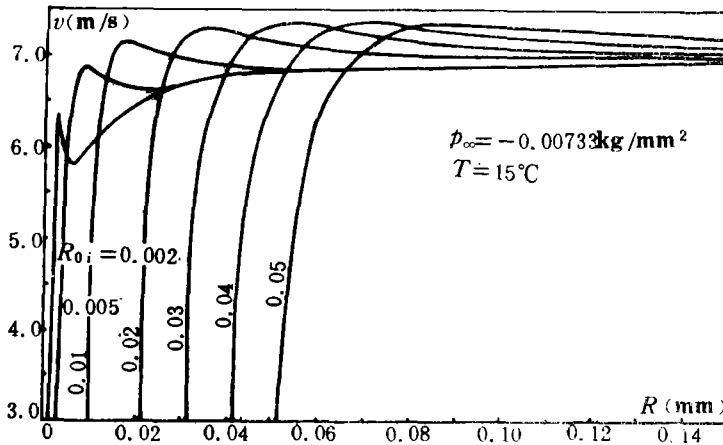


图2 不同尺度气核的发育速度

图2表明，不同尺度气核其发育速度的变化趋势基本相同。在起始阶段，泡壁速度变化急速，随后逐渐趋于平缓。大约在 $R=0.2\text{mm}$ 之后，各种气核的发育速度基本相等，且为一定值。

各种尺度气核的发育速度曲线均存在一极大值（对于 $R_{0i}$ 较小的气核还可能存在一极小值），在此极值之前，速度变化迅猛（即 $v=\dot{R}$ 很大），极值之后，变化趋于平缓（ $v=\dot{R}$ 较小），在极值处有 $v=\dot{R}=0$ 。大约在 $R=0.2\text{mm}$ 以后，各种尺度的气核均保持 $v=\dot{R}\approx 0$ 。

## 3. 气核发育的临界半径 $R_c$

临界半径 $R_c$ 为气核保持稳定状态的最大半径。在低压场的作用下，气核将不断发育，半

径逐步增大, 当其等于或超过临界半径 $R_c$ 时, 便失去稳定. 此时, 气核周围的水大量汽化, 气核迅速发育而形成宏观的泡, 即为空泡. 反之, 如果气核的发育达不到 $R_c$ 值, 则该气核将不形成空泡.

$$R_c = \left( \frac{2\sigma}{3\rho C_0^2 R_0^3 \gamma} \right)^{\frac{1}{1-3\gamma}} \quad (1.2)$$

对于不同尺度 $R_{0i}$ 的气核, 其临界半径值的计算结果见图3(参见表2).

表2中所列 $t_{Rc}$ 值表示由起始半径 $R_{0i}$ 发育到 $R_c$ 所需的时间. 它到由图1查得的. 在给定的 $p_\infty$ .

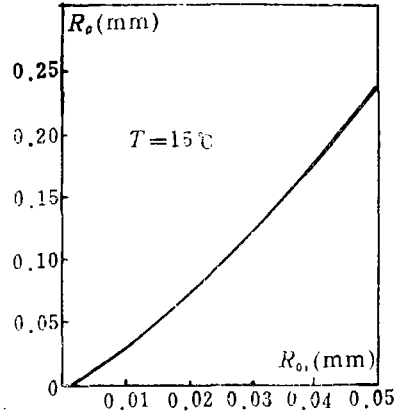


图3  $R_{0i} \sim R_c$  曲线

表2  $R_{0i} \sim R_c, p_{\infty c}, t_{Rc}, p$  值

$R_{0i}(\text{mm})$	0.002	0.005	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
$R_c(\text{mm})$	0.004067	0.01232	0.03048	0.07154	0.12056	0.17515	0.23410
$p_{\infty c}(\text{kg/cm}^2)$	-0.264	-0.0755	-0.0202	0.001397	0.0079	0.01086	0.0125
$t_{Rc}(\text{s})$	$3.5 \times 10^{-7}$	$10.92 \times 10^{-7}$	$29.59 \times 10^{-7}$	$74.07 \times 10^{-7}$	$129.75 \times 10^{-7}$	$194.01 \times 10^{-7}$	$263.95 \times 10^{-7}$
$p(\text{kg/cm}^2)$	67515.68	50144.88	44354.65	41459.64	40494.70	40012.46	39722.71

下, 这个时间乃是气核发育形成空泡所必需的最短时间. 在绕流物体表面, 气核大体以绕流速度流经物面. 如果某个尺度的气核流经低压区的时间小于所对应的 $t_{Rc}$ 值, 则该尺度的气核将不能发育形成空泡. 不同尺度 $R_{0i}$ 的气核, 其 $t_{Rc}$ 值不同,  $R_{0i}$ 愈小者,  $t_{Rc}$ 值也愈小. 对于既定绕流物体, 可能只有一部分尺度较小的气核发育形成空泡.

#### 4. 临界压力

低压场的作用是形成空泡的另一个必要条件. 对于半径为 $R_{0i}$ 的气核, 能够发育形成空泡的临界压力为<sup>[3]</sup>

$$p_{\infty c} = -\frac{2\sigma(1-3\gamma)}{3R_0\gamma} + p_0 \quad (1.3)$$

如果 $p_\infty \leq p_{\infty c}$ , 且具有足够的发育时间, 则该气核将发育形成空泡.

图4给出不同 $R_{0i}$ 气核的临界压力值(参见表2).

由图4可见, 具有不同尺度 $R_{0i}$ 的气核所需的临界压力值也将明显不同.  $R_{0i}$ 愈小者, 其 $p_{\infty c}$ 值也愈低.

综上所述, 不同尺度的气核具有不同的空

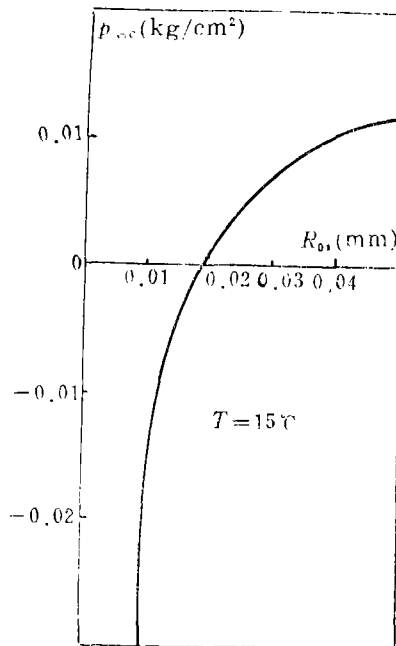


图4  $R_{0i} \sim p_{\infty c}$  曲线

化起始条件。对于半径为  $R_{0i}$  的气核，只有当其外界压力  $p_\infty$  等于或小于其相应的临界压力  $p_{\infty c}$ ，且在这个压力场所经历的时间  $t$  等于或大于相应的  $t_{Rc}$  时，方能发育形成空泡。气核尺度  $R_{0i}$  愈小，其临界压力  $p_{\infty c}$  值愈低， $t_{Rc}$  值也愈小。反之，气核尺度愈大，其  $p_{\infty c}$  和  $t_{Rc}$  的值也愈大。

对于既定绕流物体，并不一定是所有的气核均能发育形成空泡，而仅仅是那些具有某些尺度的气核可以发育为空泡。具有这些尺度的气核才是真正有效的气核。有效气核的尺度取决于物体表面压力场的数值和流经的时间（低压区的大小及绕流速度）。如果，在既定条件下，自然水中所存在的各种尺度的气核均不能发育形成空泡，则该绕流物体将不产生空化现象。

### 5. 起始和发育阶段的噪声

在气核起始和发育阶段，由于体积的不断振荡，将产生强烈的噪声，谓之空化噪声。单个气核（或空泡）所产生的噪声声压  $p_n$  可由下式确定<sup>[4]</sup>

$$p_n = \rho \dot{V}(t) / 4\pi r \tag{1.4}$$

$$\dot{V}(t) = 4\pi(R^2\dot{R} + 2R\dot{R}^2) \tag{1.5}$$

其中， $V(t)$  为气核或空泡的体积， $r$  为由气核或空泡中心计起的径向距离。

初始尺度为  $R_{0i}$  的气核发育至半径  $R$  时，径向距离  $r$  处的噪声声压可由 (1.1)、(1.4) 及 (1.5) 式导出为<sup>[4]</sup>

$$p_n(R, r) = \frac{\sigma}{r} \left[ \left( \frac{R_{0i}}{R} \right)^2 - 3 \right] + \frac{(p_\infty - p_0)}{r} \left\{ \frac{4R}{3} \left[ \left( \frac{R_{0i}}{R} \right)^3 - 1 \right] - \frac{R_{0i}^3}{R^2} \right\} - \frac{p_1}{(1-\nu)r} \left\{ \frac{4R}{3} \left[ \left( \frac{R_{0i}}{R} \right)^3 - \left( \frac{R_{0i}}{R} \right)^{3\nu} \right] - \frac{R_{0i}^3}{R^2} + \frac{\nu R_{0i}^{3\nu}}{R^{(3\nu-1)}} \right\} \tag{1.6}$$

对于不同尺度  $R_{0i}$  的气核，径向距离  $r=500\text{mm}$  处的  $p_n(R)$  值如图5所示(参见表1)。

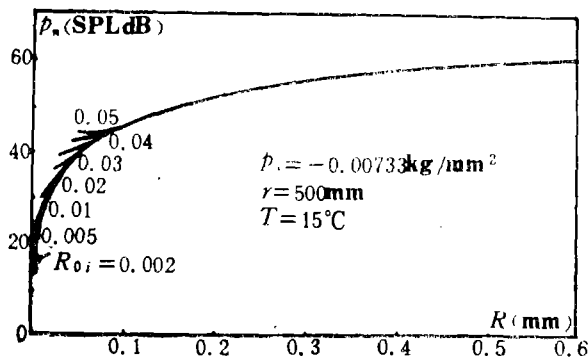


图5  $R \sim p_n$  曲线

由图5可见，在起始阶段，不同尺度  $R_{0i}$  的气核其噪声曲线亦有明显的不同，且  $R_{0i}$  愈大者噪声强度也愈大。当半径发育到  $0.2\text{mm}$  以后，可以十分准确地(误差  $< 1\%$ ) 认为各种尺度气核的噪声声压曲线彼此重合。这也就是说，如果略去起始阶段的差别，在处理空化噪声问题时可以不考虑气核尺度的影响。

由(1.5)式可见，声压  $p_n$  依赖于  $\dot{R} = v$  和  $\dot{R} = v^2$ ，因此，声压曲线与泡壁速度曲线(图2)二者之间存在着相应的关系。

在速度曲线极大值之前,  $\dot{R}=v$  很大, 噪声主要由  $\dot{R}$  所贡献,  $\dot{R}=v$  变化急速,  $p_n$  亦迅猛变化; 在极值处,  $\dot{R}=v=0$ , 噪声仅由  $\dot{R}$  及  $R$  所贡献; 在极值之后,  $\dot{R}=v$  逐渐减小, 甚至成为负值,  $\dot{R}$  的贡献亦逐渐减小甚至成为负值。大约在  $R=0.2\text{mm}$  之后, 各种尺度气核的泡壁速度趋于相等且为定值, 此时  $\dot{R}=v \approx \text{常数}$ ,  $\dot{R}=v \approx 0$ , 噪声仅由  $\dot{R}$  及  $R$  所贡献, 并且仅仅随着  $R$  的增大而略有增大。

## 二、气核尺度对空泡溃灭阶段的影响

气核在低压区起始并逐步发育形成空泡, 随后进入高压区开始溃灭。对于既定绕流物体而言, 其低压区的大小是确定的, 不同尺度气核 (及其发育而成的空泡) 流经该区域的时间基本上是相同的。由图 1 可以看出, 不同尺度的气核经过相同的发育时间后, 其尺度仍将不同。这也就是说, 不同尺度  $R_{0i}$  的气核在溃灭阶段的初始尺度仍将不同。

例如, 设不同尺度的气核 (及其空泡) 在低压区经历的时间为  $t=7 \times 10^{-5}$  秒, 由图 1 查得, 当它们进入高压区开始溃灭时的初始半径 (以  $R_{0i}$  表示) 如表 3 所列。

表 3  $R_{0i}$  和  $R_{0c}$  值

$R_{0i}(\text{mm})$	0.002	0.005	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
$R_{0c}(\text{mm})$	0.486	0.491	0.497	0.508	0.518	0.529	0.539

不同的溃灭初始半径将导致溃灭过程的不同。

### 1. 溃灭速度

溃灭阶段泡壁速度  $v$  的计算可以沿用 (1.1) 式, 不过应当以溃灭初始半径  $R_{0i}$  代替 (1.1) 式中的  $R_{0i}$  [5]。通常认为, 空泡溃灭的最小半径为其初始半径  $R_{0i}$  的 2~10%。

设空泡溃灭的最小半径为其初始半径的 10%, 取  $p_\infty=5 \times 10^{-4} \text{kg/mm}^2$ ,  $T=15^\circ\text{C}$  及表 3 所列  $R_{0i}$  值, 进行计算, 得出不同尺度气核在溃灭阶段的泡壁速度如图 6 所示 (参见表 4)。

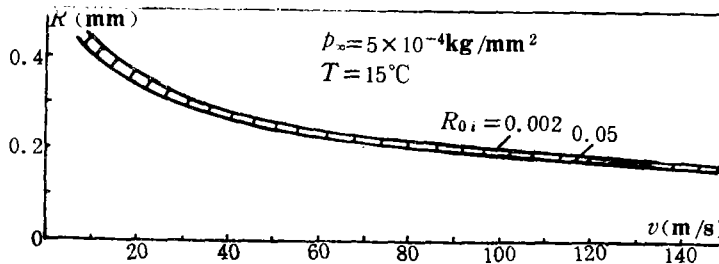


图 6 溃灭阶段的  $v \sim R$  曲线

由图 6 可见, 不同尺度气核所形成的空泡, 在溃灭阶段的速度变化趋势基本相同。随着溃灭的进行, 泡壁速度急剧增大, 且各条曲线十分接近。但在溃灭的终了时刻, 其速度的差别却很大 (见图 7)。图 7 表明, 气核尺度愈小, 溃灭终了时刻的速度愈大, 从而所产生的振动及剥蚀现象也将愈为严重。

### 2. 溃灭阶段的压力

空泡溃灭阶段泡壁处的压力由下式确定 [5]

$$p = 1.5\rho v^2 - p_\infty R_{0c}^3/R^3 + p_\infty \quad (2.1)$$

上式中，与第1项相比，后两项的数值相对很小可以略去。因而压力 $p$ 基本上与溃灭速度 $v$ 的平方成正比。

对于不同尺度 $R_{0i}$ 的气核，其溃灭终了时刻的压力如图8所示（参见表2）。

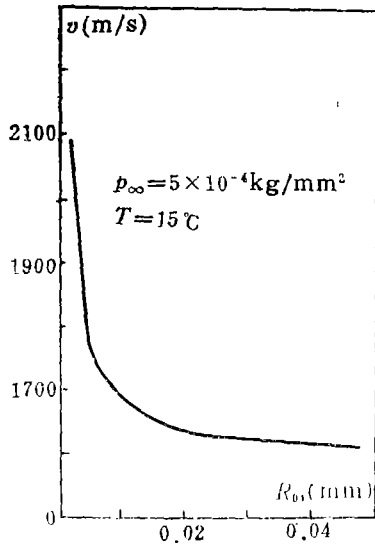


图7 溃灭终了时刻的泡壁速度

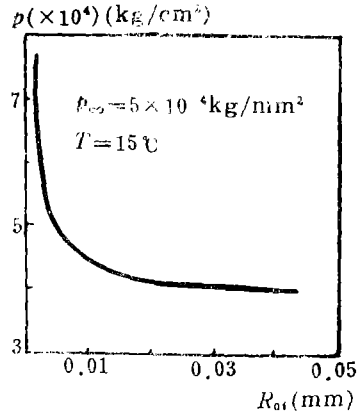


图8 溃灭终了时刻泡壁处的压力

图8表明，气核尺度 $R_{0i}$ 愈小，溃灭压力值愈大。特别是当 $R_{0i} < 0.02\text{mm}$ 以后，随着气核尺度的减小其溃灭压力将急剧增大。强烈的冲击压力不仅引起物体振动、剥蚀加强，而且从能量损耗的观点也势必引起物体阻力的增大。

表4 溃灭阶段的 $R \sim p_n, v$ 值

$R_{0i}(\text{mm})$	$R(\text{mm})$	0.45	0.4	0.35	0.3	0.25	0.2	0.15	0.1	溃灭终了 $R = R_{0c} \times 10\%$
		$p_n(\text{dB})$	$p_n(\text{dB})$	$p_n(\text{dB})$	$p_n(\text{dB})$	$p_n(\text{dB})$	$p_n(\text{dB})$	$p_n(\text{dB})$	$p_n(\text{dB})$	
0.002	$p_n(\text{dB})$	65.803	68.168	70.865	74.014	77.805	82.562	88.914	98.312	116.236
	$v(\text{m/s})$	5.855	11.553	19.163	30.848	50.714	88.720	174.887	436.356	2100.664
0.005	$p_n(\text{dB})$	63.473	65.858	68.572	71.733	75.535	80.302	86.663	96.072	113.748
	$v(\text{m/s})$	5.456	10.385	17.059	27.342	44.844	78.333	154.261	384.623	1810.371
0.01	$p_n(\text{dB})$	62.740	65.134	67.856	71.026	74.835	79.586	85.984	95.408	112.792
	$v(\text{m/s})$	5.593	10.267	16.684	26.604	43.503	75.846	149.166	371.569	1702.644
0.02	$p_n(\text{dB})$	62.777	65.178	67.906	71.085	74.905	79.695	86.087	95.538	112.398
	$v(\text{m/s})$	6.213	10.836	17.302	27.348	44.485	77.288	151.632	377.046	1646.141
0.03	$p_n(\text{dB})$	63.137	65.538	68.271	71.465	75.284	80.086	86.495	95.971	112.363
	$v(\text{m/s})$	6.856	11.542	18.180	28.530	46.204	80.037	156.692	389.025	1626.872
0.04	$p_n(\text{dB})$	63.643	66.045	68.781	71.791	75.809	80.625	87.053	96.555	112.442
	$v(\text{m/s})$	7.593	12.400	19.282	30.045	48.439	83.653	163.412	405.050	1617.156
0.05	$p_n(\text{dB})$	64.131	66.527	69.266	72.462	76.308	81.135	87.580	97.106	112.542
	$v(\text{m/s})$	8.271	13.210	20.333	31.499	50.593	87.146	169.917	420.585	1611.290

### 3. 溃灭阶段的噪声

空化噪声主要来源于空泡的溃灭阶段。溃灭阶段的噪声可由(1.6)式计出(此时应将 $R_{0i}$ 换以 $R_{0c}$ )<sup>[4]</sup>。计算结果见图9(参见表4)。

由图9可见,随着空泡的溃灭,噪声强度急剧增大。在溃灭的终了,声压值可达110dB左右。不同尺度气核所形成的空泡溃灭噪声曲线十分接近。如果以一条均值曲线来代替的话,差别不超过2%。因此,可以准确地认为溃灭噪声基本上与气核尺度无关。这样就大大简化了空化噪声的计算和模拟。

与起始和发育阶段不同,在整个溃灭阶段,噪声主要由 $\dot{R}=v$ 所贡献的(参见图6)。

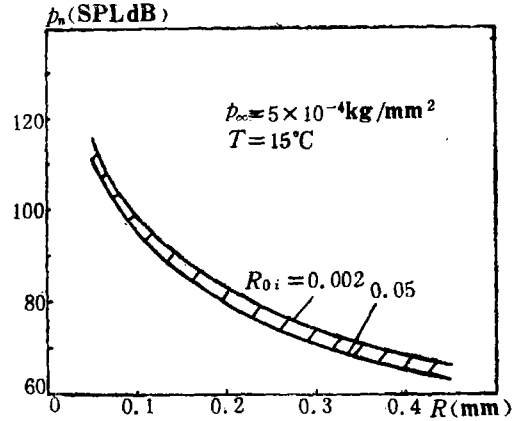


图9 溃灭阶段的噪声

## 三、结 论

1. 不同尺度的气核具有不同的空化起始条件( $p_{\infty}$ 和 $t_{Rc}$ )。对于既定低压场真正有效的气核是具有某些尺度的气核。这些尺度满足该压力场中空化起始的条件。

2. 不同尺度的气核具有不同的发育过程、发育速度、临界半径、临界压力、溃灭速度、溃灭压力及噪声等。气核尺度愈小者,其 $R_c$ ,  $t_{Rc}$ 和 $p_{\infty c}$ 的值也愈小;而溃灭终了时的泡壁速度和冲击压力值却愈大。

3. 除起始阶段而外,空化噪声基本上与气核尺度无关。

## 参 考 文 献

- [1] 潘森森, 气核尺度分布谱, 水动力学研究与进展, 2(2) (1987), 57.
- [2] Gowing, S. and S. C. Ling, Measurements of microbubbles in a water tunnel, Proc. of 19th American Towing Tank Conference, July (1980).
- [3] 黄景泉, 空化起始条件的确定, 应用数学和力学, 10(2) (1989), 155.
- [4] 黄景泉, 空泡起始和溃灭阶段的噪声, 应用数学和力学, 11(8) (1990), 725.
- [5] 黄景泉, 空泡溃灭时的流场, 应用数学和力学, 10(3) (1989), 247.

## Influences of Gas Nucleus Scale on Cavitation

Huang Jing-chuan Han Cheng-cai  
(Northwestern Polytechnic University, Xi'an)

### Abstract

The influences of gas nucleus scale on cavitation are analysed in this paper. The results show that there are different inception conditions, growth and collapse processes of bubble for the gas nucleus with different scale. The influences should be considered in calculating and simulating cavitation.

**Key words** cavitation, gas nucleus, gas nucleus scale