应用数学和力学，第13卷第11期（1992年11月）
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重庆出版社出版

# 复杂应力构件弹性失效疲劳失效新判据——动态静态八面体应力强度理论*

胡铸华

（长沙交通学院，1987年10月3日收到）

## 摘要

本文，在研究现代和经典强度理论的基础之上，提出了一个在复杂应力下弹性失效与疲劳失效的总准则，即动态静态八面体应力强度理论，同时建立了并分析了一个独立的比较完整的理论体系，给出了36种材料广义失效系数，和一点复杂应力的11个状态的计算理论，导出了广义允许强度算子方程，给出了总准则能应用到静态、动态的计算方法，通过8个工程实例的计算，表明该方法有很高的精度，因而笔者建议广泛地应用到工程。

**关键词** 八面体应用强度理论　材料广义失效系数　拉压比　屈强比　工程设计因子　材料广义允许强度算子$[\sigma_r]$

## 一、新强度理论的来源

设$\sigma_1 \geqslant \sigma_2 \geqslant \sigma_3$为危险点的主应力．当材料是单轴应力时广义许可极限$\sigma_r$，除以国家规定的安全系数$n$[2]，称为广义允许强度算子$[\sigma_r]$．$S_H$为复件应力强度，$H_\nu=\nu$为Poisson比．

由Sdint-Vendnt最大主应变理论[2]能发展为

$$S_H=\sigma_1-H_\nu(\sigma_2+\sigma_3)\leqslant[\sigma_r] \tag{1.1}$$

设材料的简单拉、压的强度极限分别用$\sigma_+$，$\sigma_-$表示，则$H_c=\sigma_+/\sigma_-$为拉压比．根据Coulomb-Mohr理论[2]能发展为

$$S_H=\sigma_1-H_c\sigma_3\leqslant[\sigma_r] \tag{1.2}$$

表 1　材料的拉压比($H_c$)

| 材料牌号 | 9XC | P9 | P18 | Y12 | 40X | HT15—33 | HT20—40 | 铝合金 | 灰口铸铁 | 铸　钢 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $H_c$ | 0.42 | 0.48 | 0.48 | 0.41 | 0.50 | 0.23 | 0.2824 | 0.67 | 0.333 | 0.667～0.8 |

设$\sigma_y$为屈服极限，$\sigma_I$为强度极限，则$H_y=\sigma_y/\sigma_I$为屈强比．由式(1.1)得新方程：

$$S_H=\sigma_1-H_y(\sigma_2+\sigma_3)\leqslant[\sigma_r] \tag{1.3}$$

综述式(1.1)～(1.3)，描述成统一的失效理论有

* 薛大为推荐．

$$S_H=\sigma_1-H(\sigma_2+\sigma_3)\leqslant[\sigma_r] \tag{1.4}$$

$$H=H(0,\ 0.1,\ H_\nu,\ 0.5^*,\ 0.683,\ 0.73^*,\ H_c,\ H_p,\ \cdots 1,\ \cdots,\ 1^*)$$

$$r=r(-1,\ \cdots,\ 0,\ 0.1,\ 0.15,\ \cdots,\ 1)$$

式中 $H$代表材料广义失效（弹性，塑性）动态疲劳系数，可根据材料的力学特性任意选定．$r$为构件承受的最小应力与最大应力之比．

若式(1.4)的屈服面能用八面体应力$\sigma_{oct}$，$\tau_{oct}$或应力不变量[1]$(I_\sigma,\ I_2,\ I_3)$唯一地表示出来，

$$I_\sigma=\frac{1}{3}\sigma_{kk},\quad \sqrt{I_2}=\left(\frac{1}{2}S_{ij}S_{ij}\right)^{1/2}$$

$$I_3=\frac{1}{3}S_{ij}S_{jk}S_{kl},\quad S_{ij}=\sigma_{ij}-\delta_{ij}I_\sigma$$

$$\omega_\sigma=\frac{1}{3}\arcsin(-3\sqrt{3}\,I_3/(2I_2^{3/2}))^{[1]}\quad\left(-\frac{\pi}{6}<\omega_\sigma<\frac{\pi}{6}\right)$$

则有

$$S_{oct}=A\sigma_{oct}+B\tau_{oct}\leqslant K_r \tag{a}$$

式中 $A=1-2H$，$B=\sqrt{2}(1+H)\cos(\omega_\sigma)$，$K_r=\sigma_r$

或

$$S_H=A_1I_\sigma+B\sqrt{I_2}\leqslant K_r \tag{b}$$

式中 $A_1=1-2H$，$B_1=2(1+H)\cos(\omega_\sigma)/\sqrt{3}$

若材料承受正应力与剪应力的组合作用，根据式(1.4)或(a)、(b)得该系统的设计方程

$$S_H=\frac{1}{2}[(1-H)\sigma+(1+H)(\sigma^2+4\tau^2)^{1/2}]\leqslant[\sigma_r] \tag{1.5}$$

其中 $H=(-1^*;\ 0,\ \sigma=0,\ \tau=0,\ H_\nu,\ H_c,\ H_p,\ 0.5,\ 0.683,\ \cdots,\ 1)$

该理论阐明，无论构件处于何种复杂应力状态，只要它的最大应力强度$S_H$达到材料处于单向应力状态时广义允许应力极限$\sigma_r$，构件便发生广义失效，该理论称为广义应力强度$S_H$理论．亦称为八面体应力强度$S_{oct}$理论．这理论，将弹-塑性失效与疲劳失效，弹性、塑性、脆裂、塑性一起考虑了，把中间主应力考虑了，与传统观念有区别．一般说，材料不同，它抵抗外力不同，在吸收能量方面亦不同．在构件的重要受载区，总存在塑性（反复）应变，因而务须计入．它的几何解释是，用六面平面相截变成等边斜角平行六面体，等倾于坐标轴并对称成空间应力状态．

## 二、对总准则的分析

### A． 对脆性材料

当$H=0$，横向应变很小，或塑性变形很小，象突然断裂（如玻璃、陶瓷、岩石、素混凝土和铸铁之类的材料）．根据式(1.4)，我们得到Rankine最大主应力理论[2]，并发展为

$$S_0=\sigma_1\leqslant[\sigma_r] \tag{2.1}$$

当$H=H_\nu=\nu$ (Poisson's比)，由式(1.4)我们得到E·Mariotto最大主应变理论[2]，再发展为

$$S_\nu=\sigma_1-H_\nu(\sigma_2+\sigma_3)\leqslant[\sigma_r] \tag{2.2}$$

当$H_c=\sigma_+/\sigma_-$，由式(1.4)我们得拉压比理论

$$S_c=\sigma_1-H_c(\sigma_2+\sigma_3)\leqslant[\sigma_r] \tag{2.3}$$

当$\sigma_2=0$，由式(2.3)我们得 Coulomb-Mohr 理论[2]再发展为

$$S_2=\sigma_1-H_c\sigma_3\leqslant[\sigma_r] \tag{2.4}$$

当$H_c=1$，对于塑性材料，由式(2.4)我们得到 Tresca 理论[1]再发展为

$$S_{1,3}=\sigma_1-\sigma_3\leqslant[\sigma_r] \tag{2.5}$$

对于纯剪有拉伸屈服极限时，$\sigma_1=-\sigma_3=-\tau$，由式(2.4)得

$$S_\tau=(1+H_c)\tau\leqslant[\sigma_r] \tag{2.6}$$

对于扭转，必须计及应力集中因子$K_\tau$时，由式(2.6)，能求得脆性材料的强度判别准则

$$S_k=K_\tau(1+H_c)\tau\leqslant[\sigma_r] \tag{2.7}$$

对$\sigma_{max}>0$，$\sigma_{min}<0$，构件受$\sigma$和$\tau$作用，得脆性材料拉压主应力方程，由式(1.5)有

$$S_c=\frac{1}{2}\left[(1-H_c)K_\sigma\sigma+(1+H_c)\sqrt{(K_\sigma\sigma)^2+(2K_\tau\tau)^2}\right]\leqslant[\sigma_r] \tag{2.8}$$

$$S_c=\frac{1}{2}\left[(1-H_c)K_\sigma\sigma-(1+H_c)\sqrt{(K_\sigma\sigma)^2+(2K_\tau\tau)^2}\right]\leqslant[\sigma_r] \tag{2.9}$$

当$\tau=0$，得拉（压）或弯曲时应力强度条件

$$S_{k\sigma}=K_\sigma\sigma_{max}\leqslant[\sigma_r] \tag{2.10}$$

## B. 对塑性材料

令$H_p$代表材料的相对塑性流动程度，其值可以根据试验确定，其结果如表2所表示。

**表 2　　屈强因子 ($H_p$)**

| 材料牌号 | A2 | A3 | A5 | 35 | 45 | 桥梁钢16Q | A3Q |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Hp | 0.559～0.524 | 0.6316～0.60 | 0.56～0.53 | 0.593 | 0.59 | 0.605 | 0.6315 |
| 材料牌号 | 14MnNb | 15MnTi | 15MV | 16Mn | 50B | 20CrMn | 2Cr13 |
| Hp | 0.692 | 0.625～0.75 | 0.75～0.68 | 0.673 | 0.6875 | 0.789 | 0.6818 |
| 材料牌号 | 1Cr17 | 铍青铜 | HP659-1 | ZG40Mn | QD60-2 | QD45-5 | LY-12 |
| Hp | 0.625 | 0.685 | 0.692 | 0.666 | 0.70 | 0.735 | 0.665 |
| 材料牌号 | 15A | ZGCr-17 | 20Mn2 | 镁，軟钢 | 铸铁* | 30CrMn SiNiA | |
| Hp | 0.603 | 0.625 | 0.75 | 0.6 | 0.67 | 0.844 | |

根据式(1.4)，我们得广义塑性强度理论[5]

$$S=\sigma_1-H_p(\sigma_2+\sigma_3)\leqslant[\sigma_r] \tag{2.11}$$

在另一方面，根据实验，我们用华罗庚的优选法求得$H_p=0.683$。该因子适用于塑性材料，用此值代入式(2.11)得广义塑性强度准则[5]

$$S=\sigma_1-0.683(\sigma_2+\sigma_3)\leqslant[\sigma_r] \tag{2.12}$$

或用应力不变量表示

$$S=A_1\sqrt{I_2}-B_1I_\sigma\leqslant K_r \tag{2.13}$$

式中　$A_1=1.943\cos(\omega_\sigma)$[1]，$B_1=0.368$，$K_r=\sigma_r$

现在让我们分析一点复杂应力状态，以"+"代表拉应力，"−"代表压应力，则

**表 3** **一点复杂应力状态**

| 应力状态 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sigma_1$ | + | − | + | + | + | 0 | + | + | + | + | 0 |
| $\sigma_2$ | + | − | + | + $\sigma_2>\sigma_1/2$ | 0 | 0 | − | − $\lvert\sigma_2\rvert>\sigma_1/2$ | + | 0 | − |
| $\sigma_3$ | + | − | − | 0 | 0 | − | − $\lvert\sigma_3\rvert\geq\lvert3\sigma_1\rvert$ | − $\lvert\sigma_3\rvert>\sigma_1/2$ | 0 | − | − |

状态(1.1)～(2.1)属于以拉为主的剪拉型应力状态，脆裂增加，视为理想脆性，视中间主应力对屈服状态没有影响[1]，则$H=0$，$H_c=1$，因而根据式(1.4)选用式(2.1)

$$S_0=\sigma_1\leqslant[\sigma_r]$$

由式(1.4)、选用式(2.5)

$$S_{1,3}=\sigma_1-\sigma_3\leqslant[\sigma_r]$$

而状态(2.2)～(2.6) 属于以压为主的剪压型主应力状态，塑性流动性增加，宜用$H_p=0.683$,亦可查表2. 由式(1.4)选式(2.11)或式(2.12)来计算，即[5]

$$S_p=\sigma_1-0.683(\sigma_2+\sigma_3)\leqslant[\sigma_r]$$

若构件受$\sigma$，$\tau$复合作用，对钢结构用

$$S'=0.35\sigma+0.65\sqrt{\sigma^2+4\tau^2}\leqslant[\sigma_r] \tag{2.14}$$

根据式(1.4)或式(1.5)能给出设计方程

$$S_{\sigma\tau}=\frac{1}{2}[(1-H)\sigma+(1+H)\sqrt{\sigma^2+(2\tau)^2}]\leqslant[\sigma_r] \tag{2.15}$$

式中$H=H(-1^*;\ 0,\ \sigma=0,\ \tau=0,\ H_v,\ H_c,\ H_p,\ 0.5,\ 0.683,\ \cdots1)$

根据不同的材料和应力状态，我们能选用括号中任意$H$值，今分析式(2.15).

当$H=0$，我们得到最大主应力的发展理论

$$S^I_{\sigma\tau}=\frac{1}{2}[\sigma+\sqrt{\sigma^2+4\tau^2}]\leqslant[\sigma_r] \tag{2.16}$$

当$\sigma=0$或$\tau=0$，由式(2.16)得最大应力强度理论：

$$\tau_{\max}\leqslant[\tau_r],$$
$$\sigma_{\max}\leqslant[\sigma_r] \tag{2.17}$$

当$H=1$是塑性材料或全塑性应力状态时，我们得 方程

$$S^{I}_{\sigma\tau}=\sqrt{\sigma^2+(2\tau)^2}\leqslant[\sigma_r] \tag{2.18}$$

$$S^I_{\sigma\tau}\Longleftrightarrow S_{Tresca}=\sigma_1-\sigma_3\leqslant[\sigma_r]$$

当$H=0.5$，视物体不可压缩，体积为常量，我们得双剪应力发展公式

$$S=\frac{1}{4}[\sigma+3\sqrt{\sigma^2+(2\tau)^2}]\leqslant[\sigma_r] \tag{2.19}$$

当$H=H$ 我们得 Von·Mises 理论值[1]的等价方程[4]

$$S^H_{\sigma\tau}=\frac{1}{2}[(1-H_p)\sigma+(1+H_p)\sqrt{\sigma^2+(2\tau)^2}]\leqslant[\sigma_r] \tag{2.20}$$

$$S^H_{\sigma\tau}\Longleftrightarrow S_{\mathrm{von.Mises}}=(\sigma^2-3\tau^2)^{1/2}\leqslant[\sigma_r]^{[5]}$$

当$H=0.683$，有

$$S=0.1586\sigma+0.8415\sqrt{\sigma^2+(2\tau)^2}\leqslant[\sigma_r] \tag{2.21}$$

上述式(2.11)～(2.21)适用于静态和动态疲劳强度计算. 无论静态或动态，对塑性材料

的强度计算，笔者建议应用广义塑性强度准则[6]，即

$$\left.\begin{aligned}&S_H=\sigma_1-0.683(\sigma_2+\sigma_3)\leqslant[\sigma_r]\\ \text{和}\quad &S_{\sigma\tau}=0.16\sigma+0.84\sqrt{\sigma^2+(2\tau)^2}\leqslant[\sigma_r]\end{aligned}\right\}\tag{2.11$'$}$$

此式简易省时又有足够的精度（参见“应用”）．

## 三、强度算子$\sigma_r$和设计系数N

上述26个方程均有$\sigma_r$项，它是根据Goodman、Soderberg、Gerber曲线而导出[2]、[3]、[4]．又计入工程设计因子$K_\tau^r$(或$K_\sigma^r$)，该$\sigma_r$项称为材料强度算子．它能应用广义(静态或动态）应力$S$任一循环中．

若$\exists\,\forall S\in(\sigma,\ \tau)$，则有

$$S=\frac{1}{2}[1+(1-r_s)\sin(\omega t+\psi)+r_s]S_{\max}\tag{3.1}$$

$$\sigma_r=K_\sigma^r\sigma\tag{3.2}$$

式中　$\sigma=\sigma(\sigma_y,\ \sigma_l,\ \sigma_e,\ \cdots)$

$$K_\sigma^r=\frac{2C_{k\sigma}}{1+(1+r_\sigma)C_{k\sigma}\psi_\sigma-r_\sigma}$$

$$C_{k\sigma}=\frac{\varepsilon_\sigma\beta_k\beta}{\alpha_\sigma K_\sigma}$$

$$r_S=\pm\frac{S_{\min}}{S_{\max}}=(-1,\ \cdots,\ 0,\ 0.1,\ 0.2,\ \cdots 1).\tag{3.3}$$

$\sigma$为构件承受静态载荷或动态载荷材料的重要性能极限．$K_\sigma^r$为工程设计因子．$C_{k\sigma}$为构件因子$\varepsilon_\sigma$为构件的尺寸因子．$\beta_k$为构件的工作环境因子．$\beta$为质量因子．$\alpha_\sigma$为有时需要考虑的某某因子（例，有油孔$\alpha_\sigma<1$．无油孔$\alpha_\sigma=1$)．$K_\sigma$为应力集中因子．$\psi_\sigma$为材料的敏感因子．$\sigma_l$为强度极限，$\sigma_e$为持久极限，$r_s$为应力比（或$r_\sigma$，$r_\tau$)．

对于纯剪切或扭转，亦有上述许多项，即

$$\tau_r=K_\tau^r\tau\tag{3.4}$$

$$\tau=\tau(\tau_y,\ \tau_l,\ \tau_e,\ \cdots)$$

$$K_\tau^r=\frac{2C_{k\tau}}{1+(1+r_\tau)C_{k\tau}\psi_\tau-r_\tau}$$

$$C_{k\tau}=\frac{\varepsilon_\tau\beta_k\beta}{\alpha_\tau K_\tau}$$

$$r_\tau=\pm\frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}}=r_\tau(-1,\ \cdots,\ 0,\ 0.1,\ \cdots,\ 1)$$

若$K_\tau\gg K_\sigma$，用$K_{\tau\sigma}=(K_\tau+K_\sigma)/2$代入$K_\sigma$，以求$N_{\sigma\tau}=\sigma_r/S_H$．上述所有因子均能从机械工程手册中查找（见[2]）．

设$N_H$为构件或部件的设计系数．即在工作中的构件的安全系数，它等于广义应力极限$\sigma_r$对复杂应力状态广义应力强度之比值，但它应大于或等于国家规定的安全系数$n$．

$$N_H=\sigma_r/S_H\tag{3.5}$$

$$N_H\geqslant n\tag{3.6}$$

式中 $\sigma_r=\sigma_r(\sigma_y, \sigma_I, \sigma_e, \cdots, \sigma_r)$，$r=r(-1, -0.1, \cdots, 0, \quad, 1)$，

$S_H=S_H(S_o, S_c, S_k, S_p, \cdots)$，可根据工程设计、受力与构件材料选择之.

## 四、应 用

### 1. 复杂应力状态

| 例 | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_3$ | Von·Mises 理论 $S_4$ | Tre Sca 理论 $S_3$ | 双剪应力理论 $S_I$ | 本文理论式(2.12) $S_H$ | $\frac{S_3-S_4}{S_4}=\Delta_{34}$ | $\frac{S_4-S_I}{S_4}=\Delta_{4I}$ | $\frac{S_H-S_4}{S_4}=\Delta_{4H}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 100 | −300 | −1000 | 964.4 | 1100 | 750 | 987.9 | 0.141 | 0.222 | 0.024 |
| 2 | −500 | −700 | −1600 | 1015 | 1100 | 650 | 1070 | 0.081 | 0.359 | 0.05 |
| 3 | 600 | 0 | −500 | 954 | 1100 | 850 | 952 | 0.153 | 0.109 | 0.002 |

### 2. 构件受弯扭复合作用

| 例 | $\sigma$ | $\tau$ | 材料牌号 | $H$ | Mises理论 $S_4$ | 本文理论式(2.21)′ $S_H$ | $\Delta_{H4}=\frac{S_H-S_4}{S_4}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 164 | 35.4 | 16Mn | 0.673 | 175 | 176.24↑ | 0.007 |
| 5 | 195 | 61.3 | 30CrMnSiNiA | 0.84 | 222 | 224.7↑ | 0.012 |

### 3. 动态轴的疲劳强度

| 例 | $\sigma$ | $\tau$ | $\sigma_e$ | $\tau_e$ | $r_\sigma$ | $r_\tau$ | $K_\sigma$ | $\varepsilon_\sigma$ | $\beta_k$ | $\beta$ | $a_\sigma$ | $a_\tau$ | $K_\tau$ | $\varepsilon_\tau$ | $\psi_\tau$ | $\sigma_r$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | ±50 | +40<br>+20 | 220 | 120 | −1 | +0.5 | 1.93 | 0.88 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.46 | 0.81 | 0.1 | 100.3 |
| 7 | ±122 | +81.5<br>0 | 540 | 310 | −1 | 0 | 1.65 | 0.73 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.35 | 0.78 | 0.1 | 238.9 |
| 8 | ±35.5 | +28<br>0 | 410 | 240 | −1 | 0 | 2.13 | 0.88 | 1.0 | 0.77 | 1.0 | 1.0 | 2.06 | 0.81 | 0.05 | 130.43 |

| 例 | 式(2.11)′ $S_H=0.16\sigma+0.84\sqrt{\sigma^2+4\tau^2}$ | $N_H=\frac{\sigma_r}{S_H}$ | $n_\sigma$ | $n_\tau$ | $n_{\sigma\tau}$ | $\Delta=\left\lvert\frac{N_H-n_{\sigma\tau}}{n_{\sigma\tau}}\right\rvert$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 53.139 | 1.88 | 2.0 | 5.71 | 1.88 | 0 |
| 7 | 142.764 | 1.674 | 1.96 | 4.16 | 1.77 | 0.05 |
| 8 | 59.11 | 2.232 | 2.44 | 5.83 | 2.25 | 0.008 |

## 五、结 论

上述动态的与静态的广义统一的强论，不仅能应用于脆性材料、塑性材料，脆性断裂和塑性流动，以及静态、动态的复杂应力状态，而且根据这一新理论还可导出经典强度强论和双剪应力理论，并发展到动态。将它们应用于工程中，有很好的精确度。跟Von·Mises 理论、Писаренко 理论比较，计算更容易，应用范围更广泛，所以笔者建议应用到工程中.

对不同的横截面，对方程(1.5)用$Z_\sigma$，$Z_\tau$代入进行修正.

$$S_H=\frac{1}{2}[(1-H)Z_\sigma\sigma+(1+H)\sqrt{(Z_\sigma\sigma)^2+(2Z_\tau\tau)^2}]\leqslant[\sigma_r] \tag{5.1}$$

圆形截面梁 $Z_\sigma=1.0$，$Z_\tau=1.0$。实心圆形截面轴

$Z_\tau=0.7246$. 薄壁管 $Z_\sigma=0.769$ $(d_i/d_0=0.95)$.

$Z_\tau=1.0$. "$I$"型梁 $Z_\sigma=0.8475$ $(h_1/h=0.90)$.

## 参 考 文 献

[1] Kachanov, 《L. M》, 塑性理论基础, 周承倜译, 杜庆华校, 人民教育出版社 (1959).

[2] Писаренко, Г. С., А. П. Яковлев и В. В. Матвеев., Справочник по Сопротивлению Материалов, москва (1975).

[3] Kocanda, S., *Fatigue Failure of Metals*, Sijthoff & Noordhoff International Publlshers (1978).

[4] Hu Zhu—hua, A research to develop R. Von Mises distortion energy theory and the theory of dynamic spacial shear stress strength of materials, *Applied Mechanics*, 2 (1989), 637.

[5] 胡铸华, 广义塑性强度理论, 北京航空航天大学科学报告会(1985).

# The New Criteria of Elastic and Fatigue Failure in the Component of Complex Stress States

(*Changsha Connunications Institute, Changsha*)

Hu Zhu-hua

## Abstract

In this paper, a total criterion on elastic and fatigue failure in complex stress, that is, octahedral stress strength theory on dynamic and static states, is proposed on the basis of studying modern and classic strength theories. At the same time, an analysis of an independent and fairly comprehensive theoretical system is set up. It gives generalized failure factor by 36 materials and computative theory of the 11 states of complex stresses on a point, and derives the operator equation on generalized allowable strength and a computative method for a total equation can be applied to dynamic and static states. It is illustrated that the method has a good exactness through computation of eight examples of engineering. Therefore, the author suggests applying it to engineering widely.

**Key words** the strength theory on octahedral stresses, the generalized failure factor of materials, tension-compression ratio, yield-strength ratio, the factor of engineering design, the operator for generalized allowable strength of materials