应用数学和力学，第14卷第4期（1993年4月）
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重庆出版社出版

复杂系统的一般数学框架(Ⅰ)*

昝 廷 全

（兰州大学，1992年5月11日收到）

摘 要

复杂系统的基本和最简单的结构就是网络。根据这一思想，本系列论文拟发展一套处理复杂系统的新数学框架。本文详细论述了系统的概念、一般描述方法：系统=(硬部，软部，环境）和局整关系，包括子系统、元素与系统的关系和系统与系统的关系；给出了系统运算的基本法则；简要论述了系统的软、硬部之间的诱导转化。

关键词 复杂系统 硬部 软部 系统运算 诱导转化 数学框架

一、引 言

自然界的现象千变万化。从本质上讲，自然界是一个非平衡和非线性的复杂系统。非平衡是指物理机制，非线性是指数量特征。正是由于非平衡和非线性，自然界才呈现出无穷的多样性。微积分对于描述单个质点的运动取得了巨大的成功。但是，复杂系统的最简单和典型的结构就是网络，这与黑箱化的质点具有本质的不同。为了寻求复杂系统的有效数学处理方法，必须从基本概念开始拓广微积分的研究。在天体力学中，二体问题很早就解决了，但三体问题至今没能完全解决，其复杂程度超出当初人们的预料。我们认为，三体问题对应的数学结构是一个最简单的非线性网络，而微积分对于处理非线性网络具有很大的局限性，这也正是为什么三体问题至今未能完全解决的原因。

从数学上讲，自然界的现象可以划分为线性的和非线性的两类。对于具有网络结构的复杂系统，如果它的元素之间存在非线性的互相作用，这时迭加原理不满足，线性方法从本质上讲不适用，微积分方法的应用就具有很大的局限性。如果复杂系统元素之间的相互作用是线性的，则可用线性方法处理，微积分方法从理论上讲是适用的。近30年来，各门以非线性为特征的学科研究突飞猛进，尤其是近10年来，取得了激动人心的重大进展。到目前为止，数学、力学、物理、生物和经济学中的非线性问题都发展到了一个共同的“极限水平”，只要其中任何一门学科中的非线性研究有了突破性进展，其它学科中的非线性问题即可迎刃而解。这一事实说明两个问题：第一，利用传统数学方法处理复杂系统具有很大的局限性，必须发展从本质上不同于传统的新数学框架；第二，这说明在各门学科中的非线性问题背后蕴藏着

* 吴学谋推荐。
国家自然科学基金资助课题。

共同的物理机制[1]，因为非线性只是系统机制的数量表现形式．本文从系统的结构观点出发，拟发展一套处理复杂系统的新数学框架．

二、系统的概念与描述

1． 系统的概念

Bertalanffy指出[2]："系统可以定义为相互作用着的若干要素的复合体"．自然界中的万事万物之间至少存在着万有引力相互作用，那末如何根据这个定义确定一个系统呢？为此，昝廷全进一步论述了系统的概念[3]：系统学中的系统要求各组成元素之间和子系统之间的相互[illegible]相对于某一（些）明确的特征而言的；而且更重要的是，其相互作用的强度相对于其特征而言要使系统具有整体性．例如，在一片空旷的土地上栽上许多树苗．当树苗很小时，尽管它们之间也存在相互作用——万有引力，但树苗之间的生态相互作用还很微弱，还不足以使这一片树苗构成一个生态系统．这是因为这一片树苗此时还不具有生态学意义上的整体性[4]．但是，如果人们关心的是它们作为一个整体的引力特征，就可以把这一片树苗看作是一个系统．这就是说，对某一特征而言不具有整体性的一组元素（因而不能看作是一个系统），相对于其它特征而言，可能就具有了整体性，因而也就可以被看作是一个系统．这可以称为**系统的相对性**．

综合前面的论述，我们给出系统的一个新定义：系统是指包括一组元素的这样一个复合体，其中诸要素之间和诸子系统之间存在着相对于某一（些）特征而言的相互作用，相互作用的强度使该组要素相对于该特征而言具有整体性．

系统的定义本身蕴含着**系统的层次性**．某一系统(S_1)的要素本身可以是另外一组要素构成的系统(S_2)，只不过S_2的要素相对来说更"微观"．例如，相对于企业集团这个系统来说，每个企业都是组成要素．但每个企业本身也可以看作是由各个不同的生产车间或部门等所组成的系统．再比如，在群落生态系统中，每个种群都是一个要素，但种群本身又构成低一层次上的种群生态系统[5]．

一般而言，不同层次的系统具有不同的运动形式，具有不同的特征时间尺度和特征空间尺度[1][6]．这就是说，每个层次的系统都有其独特的特征，这就使得对任一层次的系统可以进行相对独立的研究．而且，高层次的系统是以低层次的系统为其载体的．低层次系统是高层次系统的子系统．因此，高层次的系统制约和支配着低层次系统的状态和行为，而后者又构成了前者的微观机制．

2． 系统的一般描述

系统是集合概念的一般化，它提供了处理整体性、组织和层次序列等的有力工具．根据定义，系统(S)可以分为两个组成部分：要素的集合(G)和要素之间关系的集合(R)，它可形式化地表示为[6][7][8]：

$$S=(G,R)$$

这里G又称为系统的硬部，R又称为系统的软部．G可以用普通集合来描述，也可以用Fuzzy集合来刻划；R的典型结构为[8]：

$$R\in P(G^a\times W)$$

这里：$P(\cdot)$表示幂集，对任一集合A，我们有

$$P(A)=\{D|D\subset A\}$$

$a\in\{n,[n],*\}$，满足

$$G^{[*]}=G\cup G^2\cup\cdots G^*$$

$$G^*=G\cup G^2\cup\cdots$$

为了完整地描述一个系统(S)，除了给定S的硬部(G)和软部(R)之外，还应当指明系统的环境(E)。因此，系统可一般化地描述为：

系统=(硬部，软部，环境)

或者写为：

$$S=(G,R,E)$$

3. 元素与系统的关系

设有系统$S=(G,R,E)$，系统S与其要素$g\in G=\{g_1,g_2,\cdots\}$的关系可以表示为：

$$f_{g_i}=(\sigma_{g_i},r_{g_i})$$

这里σ_{g_i}为g_i对集合G的模糊隶属度．对于论域U内的任一元素 $g_i\in U$，相应指定一个数 $\sigma_G\in[0,1]$，叫做g_i对G的隶属度．映射

$$\sigma_G:U\to[0,1],\ g_i\mapsto\sigma_G(g_i)$$

叫做G的隶属函数．系统的硬部G完全由其隶属函数来刻划．当σ_G的值域退化为$\{0,1\}$时，G就是一个普通集合．

在一般情况下，系统的硬部G是一个模糊集合，它意味着系统在本质上是开放的，而且系统元素的产生或消失和元素进入或退出系统一般需要经过一个亦此亦彼的中介过渡阶段，而决不像是普遍集合描述的那样一个元素要么属于要么不属于一个集合，这蕴含着元素从属于到不属于系统的变化是瞬间完成的，或者说，速度是无限的．

r_{g_i}为g_i与系统的作用强度．在近似的情况下，r_{g_i}可表示为：

$$r_{g_i}=\frac{g_i\text{与系统内其它要素的联线数目}}{g_i\text{与其它系统元素和环境系统的联线总数}}$$

$$=\frac{\sum\limits_{j\neq i}\rho_{ij}\langle g_i,g_j\rangle(g_j\in G)}{\sum\limits_{j\neq i}\rho_{ij}\langle g_i,g_j\rangle(g_j\in G)+\sum\limits_{j=1}^{\infty}\rho_{ij}\langle g_i,e_j\rangle(e_j\in E)}$$

定义1 由$\sigma_{e_j}=0$和$\rho_{ij}\langle g_i,e_j\rangle\neq0(g_i\in G)$的元素 e_j 的全体所构成的系统称为系统 S 的环境．

环境是指系统的剩余世界中与系统有相互联系的那一部分．和系统没有相互联系的剩余世界中的那一部分并不构成系统的环境．这样定义的系统是动态的．随着系统和环境的变化，原来与系统没有相互联系的元素可能建立起联线，因而变成系统的环境；原来属于系统的环境的某些要素也可能退出环境或者变为系统的要素．

定义2 满足$\sigma_{g_i}\neq0$，$\rho_{ij}\langle g_i,g_j\rangle=0(g_j\in G,\ j\neq i)$的元素$g_i$称为系统的"孤子"．

定理1 要素全为"孤子"的系统是普通集合($\sigma_{g_i}=1,i=1,2,3,\cdots$)或模糊集合($\sigma_{g_i}\in(0,1)$)．

定理1的证明显而易见．集合只考虑元素对它的隶属关系，而不考虑元素之间的关系，这正是要素全为"孤子"的特殊系统．

4. 系统的关系

定义3 设有系统$S_1=(G_1,R_1,E_1)$和$S_2=(G_2,R_2,E_2)$，如果$G_1=G_2$，$R_1=R_2$，则称S_1和S_2相等.

定义4 对于定义3中的S_1和S_2，如果$G_1=G_2$，则称S_1和S_2为共硬系统.

孤立和封闭系统都是共硬系统.经典力学的主要研究对象都是共硬系统.

定义5 对于定义3中的S_1和S_2，如果$R_1=R_2$，则称S_1和S_2为共软系统.

在共软系统中，系统的要素可以不断变化，但系统的结构不变.开放系统中的有序结构，如耗散结构的维持等就属于这种情况.

定理2 系统S_1和S_2相等的充要条件是它们既是共硬系统又是共软系统.

定义6 设有系统$S=(G,R)$. G的一个元素g可看成是低一层次的系统$g=(a,r)$，如果S与g为共软系统，即$R=r$，则称系统S为自相似系统.

定理3 对于自相似系统，必存在某一常数k，使得$R=kr$，这里常数k称为自相似倍数.

定义7 对于系统$S_1=(G_1,R_1)$和$S_2=(G_2,R_2)$，如果$G_1\subset G_2$，$R_1\subset R_2$，则称S_1为S_2的一个子系统.

定理4 系统S_1和S_2相等的充分必要条件是这两个系统互为子系统.

证明 ($\Rightarrow$)如果S_1和S_2相等，根据定义有$G_1=G_2$，$R_1=R_2$，则有$G_1\subset G_2$，$G_2\subset G_1$和$R\subset R_2$，$R_2\subset R_1$，即S_1和S_2互为子系统.

($\Leftarrow$)如果S_1和S_2互为子系统，根据定义有$G_1\subset G_2$，$G_2\subset G_1$和$R_1\subset R_2$，$R_2\subset R_1$，所以，$G_1=G_2$，$R_1=R_2$，即S_1和S_2相等.

定义8[8] 从系统到子系统的转化称为限定；从子系统到系统的转化称为扩展.

三、系统的运算

系统的运算就是按照一定的法则从一些系统得到另外一些系统.

定义9 给定系统S，以S的所有子系统为元素所组成的系统，称为S的幂系统(Power Set)，记为$P(S)$.

例1 设系统$S=(A,R)$，$A=\{a_1,a_2,a_3\},R=\{f_{11},f_{12},f_{21},f_{22},f_{13}\}$，其中$f_{ij}$表示$a_i$与$a_j$之间的关系.

根据幂系统的定义，则有$P(S)=(A',R')$，$A'=\{S_1,S_2,S_3,\cdots,S_8\}$，其中$S_i$为$S$的子系统，这里：

$$S_1=(a_1,f_{11}),\ S_2=(a_2,f_{22}),\ S_3=(a_3,\phi)$$
$$S_4=(\{a_1,a_2\},\ \{f_{11},f_{22},f_{12},f_{21}\}),\ S_5=(\{a_2,a_3\},\{f_{22}\})$$
$$S_6=(\{a_1,a_3\},\{f_{11},f_{13}\},\ S_7=(\{a_1,a_2,a_3\},R),\ S_8=S_\phi$$

($S_\phi=(\phi,\phi)$称为空系统，并规定它是任何系统的子系统).

$$R'=\{f'_{12},f'_{23},f'_{34},f'_{45},f'_{56},f'_{67},f'_{78},f'_{81}\}$$

这里f'_{ij}为S_i与S_j之间的关系，其中：

$$f'_{12}=\{f_{12},f_{21}\},\ f'_{23}=\phi,\ f'_{34}=\{f_{13}\},\ f'_{45}=\{f_{12},f_{21},f_{22},f_{13}\}$$
$$f'_{56}=\{f_{12},f_{21},f_{13}\},\ f'_{67}=\{f_{11},f_{12},f_{21},f_{13}\}$$

等等共256项.

定义10 设有任意两个系统$S_1=(A_1,R_1)$和$S_2=(A_2,R_2)$，以A_1和A_2的所有共同元素组成的集合A作为硬部，以R_1和R_2的共同元素组成的集合R作为软部，由此组成的系统S称为S_1和S_2的交，记作

$$S=S_1\cap S_2=(A_1\cap A_2,R_1\cap R_2)$$

例2 设$S_1=(A_1,R_1)$，$A_1=\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6\}$，$R_1=\{\langle a_1,a_2\rangle,\langle a_1,a_5\rangle,\langle a_2,a_3\rangle,\langle a_3,a_4\rangle,\langle a_4,a_5\rangle,\langle a_5,a_6\rangle\}$；并设$S_2=(A_2,R_2)$，其中$A_2=\{a_1,a_3,a_5\}$，$R_2=\{\langle a_1,a_3\rangle,\langle a_1,a_5\rangle,\langle a_3,a_5\rangle\}$，则

$$S_1\cap S_2=(A,R),\quad A=\{a_1,a_3,a_5\},\quad R=\{\langle a_1,a_5\rangle\}$$

根据定义，元素a_3为系统$S_1\cap S_2$的弧子。

定理5 设有系统S，则对S的任一子系统S_i成立如下等式：

$$S\cap S_i=S_i$$

为了运算的方便，我们引进空系统的概念。

定义11 不含有任何元素的系统称为空系统，记为S_ϕ。

定理6 设S_ϕ为空系统，对任意系统S成立如下等式：

$$S\cap S_\phi=S_\phi$$

定义12 设有任意两个系统$S_1=(A_1,R_1)$和$S_2=(A_2,R_2)$，以$A_1\cup A_2$作为硬部，以A_1与A_2之间的关系集合和$R_1\cup R_2$为软部，由此构造的系统S称为S_1和S_2的并，记作：

$$S=S_1\cup S_2=(A_1\cup A_2,R_1\cup R_2\cup(A_1\text{与}A_2\text{之间的关系集合}))$$

例3 设$S_1=(\{a_1,a_2\},\{f_{12},f_{22}\},\{f_{13},f_{25}\})$，$S_2=(\{a_3,a_4\},\{f_{33},f_{44}\},\{f_{35},f_{42}\})$，则：

$$S=S_1\cup S_2=(\{a_1,a_2,a_3,a_4\},\{f_{12},f_{22},f_{13},f_{33},f_{34},f_{42}\},\{f_{25},f_{35}\})$$

由例3可以看出，本来属于系统S_1与环境之间的关系f_{13}和S_2与环境之间的关系f_{42}现在都变成了系统$S=S_1\cup S_2$的内部结构。

定理7 “整体大于部分之和”。

证明 不失一般性，设系统$S=(A,R)$，并设$S_i(i=1,2,\cdots,n)$为S的子系统，$S_i=(A_i,R_i)$，A_i满足$\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i=A$。要证“整体大于部分之和”，就是要证$\bigcup\limits_{i=1}^{n}S_i\subset S$。因此，只要证明：$\bigcup\limits_{i=1}^{n}R_i\subset R$。显然$\bigcup\limits_{i=1}^{n}R_i=R$只在下列情况下成立：

（ⅰ） $R=\phi$，则$R_i=\phi(i=1,\ 2,\ \cdots)$；

（ⅱ） $R\neq\phi$，但$R_i\cap R_j=\phi(i\neq j)$，即任何两个子系统之间不存在相互关系。

但是，上述两种情况都与系统的定义相矛盾，由此得到，一般情况下有

$$\bigcup_{i=1}^{n}R_i\neq R$$

特别地

$$\bigcup_{i=1}^{n}R_i\subset R$$

因此

$$\bigcup_{i=1}^{n} S_i \subset S$$

所以，"整体大于部分之和"，其中的大于部分是系统的软部派生的子系统之间的关系。

例4 设有系统$S=(A,R)$，$A=\{1,2,3,4,5\}$，$R=\{\langle 1,2\rangle, \langle 1,3\rangle, \langle 1,5\rangle, \langle 2,3\rangle, \langle 2,4\rangle, \langle 2,5\rangle, \langle 3,4\rangle, \langle 4,5\rangle\}$，并设$A_1=\{1,2,5\}$，$A_2=\{3,4\}$，求$S$与$S_1$和$S_2$之间的关系。

解 $A_1=\{1,2,5\}$，$A_2=\{3,4\}$，所以，

$$A_1 \cup A_2 = A$$

$$S_1=(\{1,2,5\}, f_1),\ f_1=\{\langle 1,2\rangle, \langle 1,5\rangle, \langle 2,5\rangle\}$$

$$S_2=(\{3,4\}, f_2),\ f_2=\{\langle 3,4\rangle\}$$

则
$$f_1 \cup f_2=\{\langle 1,2\rangle, \langle 1,5\rangle, \langle 2,5\rangle, \langle 3,4\rangle\} \subset f$$

所以

$$\bigcup_{i=1}^{2} S_i \subset S$$

这就是说，整体大于部分之和。这是因为S_1和S_2之间由系统S的软部f所派生的4条联系$\langle 1,3\rangle$，$\langle 2,3\rangle$，$\langle 2,4\rangle$和$\langle 4,5\rangle$都被切断了。

系统的运算显然有下列性质：

(a) $S \cup S=S$，$S \cap S=S$

(b) $S \cap S_\phi=S_\phi$，$S \cup S_\phi=S$

(c) $S_1 \cup S_2=S_2 \cup S_1$，$S_1 \cap S_2=S_2 \cap S_1$

(d) $(S_1 \cup S_2) \cup S_3=S_1 \cup (S_2 \cup S_3)$，$(S_1 \cap S_2) \cap S_3=S_1 \cap (S_2 \cap S_3)$

定理8 设有系统$S_i(i=1, 2, 3)$，则下列分配律成立：

(e) $S_1 \cap (S_2 \cup S_3)=(S_1 \cap S_2) \cup (S_1 \cap S_3)$

(f) $S_1 \cup (S_2 \cap S_3)=(S_1 \cup S_2) \cap (S_1 \cup S_3)$

证明从略。

定理9 设S_1，S_2为两个任意系统，则下列等式成立：

(g) $S_1 \cup (S_1 \cap S_2)=S_1$

(h) $S_1 \cap (S_1 \cup S_2)=S_1$

称此为系统的吸收律。证明从略。

定理10 设S_1，S_2为两个任意系统，则

$$S_1 \subset S_2$$

当且仅当$S_1 \cup S_2=S_2$或$S_1 \cap S_2=S_1$。

定义13 设有系统$S_1=(A_1,R_1)$和$S_2=(A_2,R_2)$，以A_1-A_2为硬部、R_1-R_2为软部所组成的系统S称为S_2对S_1的补，记作

$$S=S_1-S_2=(A_1-A_2, R_1-R_2)$$

其中：

$$A_1-A_2=\{a \mid a \in A_1 \wedge a \notin A_2\}$$

$$R_1-R_2=\{f \mid f \in R_1 \wedge f \notin R_2\}$$

例5 设$S_1=(\{2,5,6\}, \{\langle 2,5\rangle, \langle 2.6\rangle, \langle 5,6\rangle\})$，$S_2=(\{1,2,4\}, \{\langle 1,2\rangle, \langle 2,4\rangle\})$，则：

$$S_1-S_2=(\{5,6\},\ \{\langle 2,5\rangle,\ \langle 2,6\rangle,\ \langle 5,6\rangle\})$$

定义14 设E为论域系统，$E=(A_0,R_0)$，任一系统$S=(A,R)$关于E的补，称为系统S的绝对补，记为$\sim S$，可写作如下形式：

$$\sim S=E-S=(\{x|x\in A_0\wedge x\notin A\},\ \{f|f\in R_0\wedge f\notin R\})$$

由补的定义可知：

(a) $\sim(\sim S)=S$

(b) $\sim E=S_\phi$

(c) $\sim S_\phi=E$

(d) $S\cup\sim S=E$

(e) $S\cap\sim S=S_\phi$

定理11 设S_1，S_2为任意两个系统，则下列等式成立：

(a) $S_1-S_2=S_1\cap\sim S_2$

(b) $S_1-S_2=S_1-(S_1\cap S_2)$

证明 (a) $S_1-S_2=(\{x|x\in A_1\wedge x\notin A_2\},\ \{f|f\in R_1\wedge f\notin R_2\})$

$$S_1\cap\sim S_2=(\{A\cap\{x|x\notin A_2\},\ R_1\cap\{f|f\notin R_2\})$$
$$=(\{x|x\in A_1\wedge x\notin A_2\},\ \{f|f\in R_1\cap f\notin R_2\})$$

证毕.

(b) 证明从略.

定理12 设有系统$S_i(i=1,2,3)$，则：

$$S_1\cap(S_2-S_3)=(S_1\cap S_2)-(S_1\cap S_3)$$

定理13 设T为S的子系统，即$T\subset S$，则有：

(a) $\sim S\subset\sim T$

(b) $(S-T)\cup S=S$

四、系统的硬、软部之间的诱导转化[8][9]

设有系统$S=(A,R)$，$R\in P(A^*\times W)$，若其硬部A由一般二元关系$\Psi\subset A\times C$诱导转化为$A\circ\Psi$，则S的软部也将发生相应的变化。这个问题的意义在于，对于一般二元关系$\Psi\subset A\times C$，若对C引入某种结构和性质，这将导致S的软部R发生变化。例如，为了简化对复杂系统的分析，可以对C引入某种商结构，这时S的软部也随之商化。

令$\Psi\subset A\times C$，$r\subset W\times V$，现在我们来具体构造系统S的转化形式：

$$S_T=(A\circ\Psi,\ R_T)$$

由$\Psi\subset A\times C$，可以诱导出

$$\Psi_a\subset A^a\times C^a,\ a\in\{n,[n],\ *\}$$

实际上，上式可以由下述直接定义给出：

$$\Psi_n=\{(a_1,a_2,\cdots,a_n,c_1,c_2,\cdots,c_n)|a_i\in A,\ c_i\in C\}\subset A^n\times C^n$$

$$\Psi^{[n]}=\Psi_1\cup\Psi_2\cup\cdots\cup\Psi_n\subset A\times C\cup A^2\times C^2\cup\cdots$$
$$\cup A^n\times C^n\subset A^{[n]}\times C^{[n]}$$

$$\Psi^*=\Psi_1\cup\Psi_2\cup\cdots\subset A\times C\cup A^2\times C^2\cup\cdots\subset A^*\times C^*$$

由$r\subset W\times V$可以诱导出：

$$\Phi_{\Psi,r,a}\subset(A^a\times W)\times(C^a\times V)$$

所以

$$R\circ\Phi_{\Psi,r,a}\subset C^a\times V$$

据此，我们定义

$$R_T=R\circ\Phi_{\Psi,r,a}\subset C^a\times V$$

因此，对于系统$S=(A,R)$，$R\in P(A^a\times W)$，$(a\in\{n,[n],*\})$，当其硬部A由$\Psi\subset A\times C$诱导转化为$A\circ\Psi$，泛权空间W由$r\subset W\times V$诱导转化为$W\circ r$后，其软部转化为$R_T=R\circ\Phi_{\Psi,r,a}$。因此，系统$S$的转化系统$S_T$为：

$$S_T=(A\circ\Psi,R\circ\Phi_{\Psi,r,a})$$

例6 设有系统$S=(A,f)$，$f\subset A^2\times W$，并设

$$\Psi=\{(x,A_i)\mid x\in A_i\subset A(d\theta)\}\subset A\times A/\theta$$

其中$A(d\theta)$表示由二元关系θ所诱导的A的商系统，简记为A/θ。令：

$$r\subset W\times V$$

$$\Psi_2\subset A^2\times(A/\theta)^2$$

$$\Phi\Psi_{2,r,2}\subset(A^2\times W)\times[(A/\theta)^2\times V]$$

所以

$$f_T=f\circ\Phi\Psi_{2,r,2}\subset(A/\theta)^2\times V$$

$$S_T=(A/\theta,f\circ\Phi\Psi_{2,r,2})$$

这种模型可以用来拟化许多复杂系统的问题。

五、展　望

非线性和复杂系统的研究是一个时代课题，它吸引着越来越多的杰出科学家的关注，已经取得了大量的研究成果。我们采用与众不同的方法，拟发展一套处理复杂系统的新数学框架。本文主要论述了系统的概念和系统的运算等，从下篇文章开始，我们将在泛系思想的指导下具体构造复杂系统的抽象数学结构。

参 考 文 献

[1] 昝廷全，系统经济学的理论框架，系统工程，10(2) (1992)，26—33。

[2] Bertalanffy, L. V., *General Systems Theory*, George Braziller Inc., New York (1973).

[3] 昝廷全，关于系统学研究的若干问题，系统工程理论与实践，13(3) (1993)。(待发表)

[4] 昝廷全，刘宗超，非线性生态系统的复杂动力学行为研究(Ⅱ)，应用数学和力学，12(7) (1991)，607—612。

[5] 昝廷全，非线性生态系统的复杂动力学行为研究(Ⅰ)，应用数学和力学，9(10) (1988)，925—931。

[6] 昝廷全、朱立新，自然资源的运筹分析与泛权场网模型，应用数学和力学，9(8) (1988)，759—762。

[7] 昝廷全、吴学谋，复杂系统的泛系聚类方法，应用数学和力学，13(6) (1992)，489—495。

[8] 吴学谋，，《从泛系观看世界》，中国人民大学出版社，北京 (1990)。

[9] 昝廷全、吴学谋，经济系统的泛权场网模型与运筹方法，系统工程，9(5) (1991)，20—24。

A General Mathematical Framework of Complex Systems(Ⅰ)

Zan Ting-quan

(Lanzhou University, Lanzhou)

Abstract

The fundamental and simplest structure of a complex system is a network. According to this idea, we plan to develop a general mathematical framework of complex systems. In this paper, we discuss in detail the concept of systems, a general description of systems: System=(Hardware, Software, Environment), and whole-part relations, including relations between elements and systems, subsystems and systems, and between systems. The rules of operations of systems are given, and the induced transformations between hardware and software of systems are briefly discussed.

Key words complex systems, hardware, software, operations of systems, induced transformations, mathematical framework