

应用谱理论研究压力脉动的湍流模式*

金生 倪汉根

(大连理工大学, 1992年2月10日收到)

摘 要

本文应用谱分析理论研究了剪切湍流场中的压力脉动, 包括功率谱、均方值等。通过对压力脉动Poisson方程的Fourier变换, 首先将压力脉动谱表示成速度脉动谱的形式。利用Navier-Stokes方程的形式解及准正态分布假设, 可以进一步将压力脉动功率谱表达式中所包含的速度脉动的三阶相关与四阶相关表示成速度脉动的二阶相关(功率谱)。最后, 引入高雷诺数流的速度脉动功率谱模型, 导出了由湍动 e_0 , 耗散 ϵ , 雷诺应力 $-\langle u_i u_j \rangle$ 及时均速度梯度表示的压力脉动均方值的湍流模式, 并同现有数据进行了比较。

关键词 压力脉动 湍流模式 谱理论

一、引 言

湍流的压力脉动是描述湍流运动的基本物理量, 同时, 它对湍流噪声、空化空蚀、流激振动及湍流场中固体粒子的扩散等许多课题有着重要的实际意义。尽管几十年来进行了大量的理论与实验研究^{[1][2]}, 但人们对于湍流压力脉动仍缺乏深入的理解。其中的主要原因是, 虽然目前已经发展了多种方法测量湍流速度脉动, 但至今尚没有适当的测试手段对湍流场内部的脉动压力进行较为可靠的测量, 实验研究只能通过传感器测量边壁上的压力脉动。在理论研究方面, 剪切湍流的压力脉动分析一般仅考虑了Poisson方程的线性源项。

随着计算机性能的提高, 采用数值模拟研究湍流的机理已经成为可能。Kim^[3]应用直接模拟研究了通道湍流的压力脉动, 但这种方法目前尚不适于实际的工程设计。对于大量的工程湍流问题的计算, 一般要引入某种湍流模型, 近年来, $k-\epsilon$ 及雷诺应力等二阶段模型取得了较大的进展和广泛的应用。在这二阶段模型中, 对于含压力脉动的湍流量, 如雷诺应力方程中的压力一应变率项 $\rho \nabla u$, 必须引入某种湍流模式。但是, 这些模型中并不包含压力脉动强度本身 $(p^2)^{\frac{1}{2}}$ 的模式化, 而对于许多实际工程问题, $(p^2)^{\frac{1}{2}}$ 可能是人们更关心的量。本文的研究目的就是建立一种计算压力脉动强度 $(p^2)^{\frac{1}{2}}$ 的湍流模式。需要指明的是, $(p^2)^{\frac{1}{2}}$ 的湍流模式是与封闭雷诺时均方程的湍流模型不相同的, 它只是将 $(p^2)^{\frac{1}{2}}$ 表示成可测量或可计算量(例如湍动 e , 耗散 ϵ 和雷诺应力 $-\langle u_i u_j \rangle$)的函数。

Batchelor^[4]曾应用谱分析理论研究了均匀各向同性湍流的压力脉动, 本文将探讨剪切湍流的压力脉动。为简化分析, 以下首先考虑单一方向剪切的时均流场 $\mathbf{U} = [U_0(z), 0,$

* 钱伟长推荐。

0], 并假设湍流场是局部均匀的.

二、压力脉动的谱表示

我们将用 Fourier 变换来对压力脉动的功率谱密度及均方值 $\langle |p(t)|^2 \rangle$ 进行分析. 其中 $\langle \rangle$ 表示系综平均. 对 Navier-Stokes 方程取散度并应用不可压缩条件后可导出如下的压力脉动 Poisson 方程

$$\rho^{-1} \nabla^2 p(t) = -\nabla(\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u})' - 2 \frac{\partial u_z}{\partial x} \frac{\partial U_0}{\partial z} \quad (2.1)$$

其中

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u})' = \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \langle \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \rangle \quad (2.1a)$$

在(2.1)的推导中我们应用了单一方向剪切流场的平均速度分布条件 $\mathbf{U} = [U_0(z), 0, 0]$.

对(2.1)进行 Fourier 变换,

$$\left. \begin{aligned} p_{\mathbf{K}} &= \int d\mathbf{r} p(\mathbf{r}, t) \exp(-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) \\ \mathbf{u}_{\mathbf{K}} &= \int d\mathbf{r} \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) \exp(-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

可解得

$$\rho^{-1} p_{\mathbf{K}}(t) = N_{\mathbf{K}}(t) + (2ik_z/k^2) u_{z\mathbf{K}}(t) \partial U_0 / \partial z \quad (2.3)$$

其中 $N_{\mathbf{K}}(t)$ 为非线性脉动项 $\nabla(\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u})'$ 的 Fourier 变换,

$$N_{\mathbf{K}}(t) = - \int \frac{d\mathbf{K}_1}{(2\pi)^3} \frac{\mathbf{K}\mathbf{K}}{k^2} [u_{\mathbf{K}_1}(t) u_{\mathbf{K}-\mathbf{K}_1}(t) - \langle u_{\mathbf{K}_1}(t) u_{\mathbf{K}-\mathbf{K}_1}(t) \rangle] \quad (2.3a)$$

应用均匀性条件及 Parseval 等式, 由(2.3)可导出压力脉动的功率谱密度及均方值.

$$\rho^{-2} \langle |p(t)|^2 \rangle = - \frac{\rho^{-2}}{(2\pi)^3 V} \int d\mathbf{K} \langle p_{\mathbf{K}}^* p_{\mathbf{K}} \rangle = A_1 + A_2 \frac{\partial U_0}{\partial z} + A_3 \left(\frac{\partial U_0}{\partial z} \right)^2 \quad (2.4)$$

其中

$$A_1 = \frac{1}{(2\pi)^3 V} \int d\mathbf{K} \langle N_{\mathbf{K}}^*(t) N_{\mathbf{K}}(t) \rangle \quad (2.4a)$$

$$A_2 = -4 \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{(2\pi)^3 V} \int d\mathbf{K} (ik_z/k^2) \langle u_{z\mathbf{K}}^*(t) N_{\mathbf{K}}(t) \rangle \right\} \quad (2.4b)$$

$$A_3 = \frac{1}{(2\pi)^3 V} \int d\mathbf{K} (2k_z/k^2)^2 \langle u_{z\mathbf{K}}^*(t) u_{z\mathbf{K}}(t) \rangle \quad (2.4c)$$

在此, V 表示积分系统的体积, Re 表示取实部, A_1, A_2, A_3 分别代表了湍动—湍动, 交差相关, 湍动—剪切效应的影晌.

三、压力脉动功率谱的简化

从(2.4)中可以看出, 压力脉动的功率谱及均方值表达式中包含了速度谱的四阶相关 $\langle N_{\mathbf{K}}^* N_{\mathbf{K}} \rangle$ 及三阶相关 $\langle u_{z\mathbf{K}}^* N_{\mathbf{K}} \rangle$. 在本节中我们将对 A_1, A_2, A_3 项分别进行化简, 即将速度谱的高阶相关表示成二阶相关(功率谱)的形式

A_1 项:

A_1 项包含速度谱的四阶相关 $\langle N_{\mathbf{k}}^* N_{\mathbf{K}} \rangle$ ，将其展开后，应用准正态分布中四阶积累为零的假设，可将四阶相关表示成二阶相关求积的形式。

$$A_1 = 2 \int \frac{d\mathbf{K}}{(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{K}_1}{(2\pi)^3} \frac{\mathbf{K}\mathbf{K}}{k^2} : \mathbf{S}(\mathbf{K}-\mathbf{K}_1) \mathbf{S}(\mathbf{K}_1) : \frac{\mathbf{K}\mathbf{K}}{k^2} \quad (3.1)$$

其中

$$\mathbf{S}(\mathbf{K}) = \langle u_{\mathbf{k}}^* u_{\mathbf{K}} \rangle V^{-1}$$

为速度脉动功率谱密度。

A_2 项：

A_2 项包含 $\langle u_{\mathbf{k}}^* \mathbf{k} N_{\mathbf{K}} \rangle$ 形式的三阶相关，应用速度脉动的功率谱来表示此三阶矩亦类似于湍流模拟的封闭问题。事实上此三阶矩亦出现于压力—应变率相关 $\langle p \partial u_z / \partial x \rangle$ 的谱表达式中^[5]。为了导出 $\langle u_{\mathbf{k}}^* \mathbf{k} N_{\mathbf{K}} \rangle$ 的封闭形式，首先利用 N-S 方程的形式解将 $u_{\mathbf{k}}^* \mathbf{k}$ 表示成二阶速度相关形式，从而可以将 $\langle u_{\mathbf{k}}^* \mathbf{k} N_{\mathbf{K}} \rangle$ 表示成四阶速度相关，并引入四阶积累为零的假设来化简。对于高雷诺数流，最后导出的形式为

$$A_2 = -8 \operatorname{Re} e \left\{ \int \frac{d\mathbf{K}}{(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{K}_1}{(2\pi)^3} \frac{\tau_c \mathbf{b}(\mathbf{K})}{(1+a)k^2} : \mathbf{S}(\mathbf{K}-\mathbf{K}_1) \mathbf{S}(\mathbf{K}_1) : \frac{\mathbf{K}\mathbf{K}}{k^2} \right\} \quad (3.2)$$

其中 $\mathbf{b}(\mathbf{K})$ ， τ_c ， a 分别为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{b}(\mathbf{K}) &= k_z \mathbf{K} \hat{z} - k_x k_z \mathbf{K}^2 / k^2 \\ \tau_c &= \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \{ [K_1^2 + (\mathbf{K}-\mathbf{K}_1)^2] : \langle \mathbf{u}\mathbf{u} \rangle \}^{-\frac{1}{2}} \\ a &= -2\tau_k \left(\frac{k_x k_z}{k^2} \right) \frac{\partial U_0}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (3.2a)$$

\hat{z} 为 z 方向的单位矢量， τ_k 为Euler积分时间尺度。

A_3 项：

A_3 项比较简单，它只包含速度脉动谱的二阶相关，因此

$$A_3 = \int \frac{d\mathbf{K}}{(2\pi)^3} \left(\frac{2k_z}{k^2} \right)^2 S_{zz}(\mathbf{K}) \quad (3.3)$$

以上将压力脉动的功率谱与均方值表示为速度脉动的功率谱 $\mathbf{S}(\mathbf{K})$ ，在通过实验方法测得 $\mathbf{S}(\mathbf{K})$ 后，利用上述关系可以计算出压力脉动。

四、压力脉动均方值的湍流模式

本节将研究计算压力脉动均方值的湍流模式，即分别将 A_1 ， A_2 ， A_3 改写成由湍动 e ，耗散 ϵ 和雷诺应力 $-\langle u_i u_j \rangle$ 表示的参数形式，并应用谱模型计算了各项湍流系数。

A_1 项：

对于各向同性湍流，矢量功率谱 $\mathbf{S}(\mathbf{K})$ 可由标量功率谱 $E(k)$ 表示

$$\mathbf{S}(\mathbf{K}) = 2\pi^2 \left(I - \frac{\mathbf{K}\mathbf{K}}{k^2} \right) \frac{E(k)}{k^2}$$

其中 I 表示单位矩阵。将上式代入(3.1)并用球坐标积分后得

$$A_1 = \int_0^\infty \int_0^\infty E(k') E(k'') I\left(\frac{k'}{k''}\right) dk' dk'' \quad (4.1)$$

$$I(S) = I\left(\frac{1}{S}\right) = \frac{1}{2}(S^2 + S^{-2}) - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}(S + S^{-1}) \ln\left|\frac{1+S}{1-S}\right|$$

(4.1)式实际上就是Batchelor导出的无剪切均匀各向同性湍流压力脉动的表达式。设

$$A_1 = c_1 \epsilon_0^2 \quad (4.2)$$

则对各向同性湍流, Batchelor得到 $c_1 = 0.15$, Uberoi^[6]利用相关函数计算得出在高雷诺数下 $c_1 = 0.22$ 。对于剪切湍流, 本文对 A_1 项未加改进, 即采用(4.2)式作为脉动压力湍动一端动效应的计算模式。

A_2 项:

在 A_2 项的表达式(3.2)中, 因为被积函数是 k_x 的奇函数, 因此对于各向同性湍流 A_2 为零。为了计算各向异性湍流的 A_2 , 我们将对 A_2 进行线性化处理。假设 $\mathbf{S}(\mathbf{K})$ 可分为各向同性 $\mathbf{S}(\mathbf{K})^I$ 和各向异性偏差 $\mathbf{S}(\mathbf{K})^A$ 两部分表示,

$$\mathbf{S}(\mathbf{K}) = \mathbf{S}(\mathbf{K})^I + \mathbf{S}(\mathbf{K})^A \quad (4.3)$$

$$\langle \mathbf{u}\mathbf{u} \rangle = v_0^2 I + \langle \mathbf{u}\mathbf{u} \rangle^A$$

代入(3.2)式, 线性化展开取一阶近似并利用不可压缩条件化简后得

$$A_2 = -8 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \int \frac{d\mathbf{K}_1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{K}_2}{4\pi} \frac{r E(k_2) S_{zz}(\mathbf{K}_1)}{v_0 k_2^2 k^2} + R' \quad (4.4)$$

$$r = \left(k_x k_{2z} - \frac{k_x k_{1z} k_{2y}}{k_{1y}} \right) \frac{k_1^2 - (\mathbf{K}_1 \cdot \hat{\mathbf{K}}_2)^2}{(k_1^2 + k_2^2)^{1/2} k^2}$$

$$- \left\{ \frac{2k_x k_z}{k^2} [k_1^2 - (\mathbf{K}_1 \cdot \hat{\mathbf{K}}_2)^2] - k_x \left[k_{1z} - \frac{k_{2z} (\mathbf{K}_1 \cdot \hat{\mathbf{K}}_2)}{k_2} \right] \right\}$$

$$\cdot \left\{ \frac{2k_{2z} k_{2z} - 2k_{2y} k_{1y}^{-1} (k_{2x} k_{1z} + k_{1x} k_{2z})}{(k_1^2 + k_2^2)^{1/2} k^2} \right\}$$

$$- \frac{k_{1x} k_{1z}}{k^2} \left\{ \frac{2[k_1^2 - (\mathbf{K}_1 \cdot \hat{\mathbf{K}}_2)^2]}{k_2^2} - 1 \right\} \frac{2k_{2y} k_{1y}^{-1} (k_{2x} k_{1z} + k_{1x} k_{2z})}{(k_1^2 + k_2^2)^{1/2}}$$

$$\cdot \left[1 - \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{K}}_1 \cdot \hat{\mathbf{K}}_2)^2 \right]$$

上式已利用 $\mathbf{K} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2$ 将关于 \mathbf{K} 的积分转化为关于 \mathbf{K}_2 的积分, R' 包含除 S_{zz} 以外的其它谱分量, 且同前一项相比较小。将(4.4)式利用球坐标积分后得(对 r 中某些因子取 $k_1 \approx k_2$):

$$A_2 \approx -2 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \frac{v_0}{\epsilon_0} \int_0^\infty dk_1 \int_0^\infty dk_2 \frac{k_1^2 k_2^2 E(k_2) E_{zz}(k_1)}{(k_1^2 + k_2^2)^{5/2}} \quad (4.5)$$

根据量纲分析, 可设

$$A_2 = c_2 \frac{\epsilon_0^2}{\epsilon} \langle u_x u_x \rangle \quad (4.6)$$

我们根据如下的谱模型来计算 c_2 值,

$$E(k) = \begin{cases} \alpha \epsilon^{2/3} k^{-5/3}, & k > k_l \\ \alpha \epsilon^{2/3} (k_l^{-5/3-m}) k^m, & k \leq k_l \end{cases} \quad (4.7)$$

$$E_{zz}(k) = \begin{cases} B k^{-5/2}, & k > k_l \\ B k_l^{(-5/2-m)} k^m, & k \leq k_l \end{cases}$$

其中 $\alpha \approx 1.5$ 为Kolgomoroff常数, m 为大尺度湍能谱的形状因子, k_i , B 可由

$$\int_0^{\infty} E(k) dk = e_0 = \frac{3}{2} v_0^2, \quad \int_0^{\infty} dk E_{zz}(k) = \langle u_z u_z \rangle \quad (4.8)$$

确定。经计算后得

$$c_2 = \begin{cases} -0.187, & m=2 \\ -0.235, & m=4 \end{cases} \quad (4.9)$$

我们近似取中值 $c_2 = -0.20$

A_3 项:

我们假设矢量谱 $S_{ii}(\mathbf{K})$ 可根据如下模型由标量谱 $E(k)$ 表示,

$$S_{ii}(\mathbf{K}) = 2\pi^2 \left(1 - \frac{k_i k_i}{k^2}\right) \frac{E(k)}{k^2} \frac{\langle u_i u_i \rangle}{(2/3)e_0} \quad (4.10)$$

它满足

$$\int \frac{d\mathbf{K}}{(2\pi)^3} S_{ii}(\mathbf{K}) = \langle u_i u_i \rangle \quad (4.11)$$

将(4.10)代入 A_3 的表达式(3.3)并用球坐标积分后得

$$A_3 = \frac{8}{5} \frac{\langle u_z u_z \rangle}{e_0} \int_0^{\infty} dk \frac{E(k)}{k^2} \quad (4.12)$$

设

$$A_3 = c_3 \frac{e_0^3}{e^2} \langle u_z u_z \rangle$$

根据(4.7)式的谱模型 $E(k)$ 代入(4.12)式积分后得

$$c_3 = \begin{cases} 0.058, & m=2 \\ 0.040, & m=4 \end{cases}$$

五、比较验证与进一步的推广

综上所述, 我们导出了计算单一方向剪切湍流压力脉动均方值的湍流模式

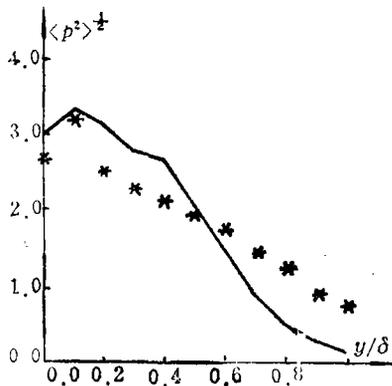
$$\begin{aligned} \langle p^2 \rangle &= \rho^2 \left[c_1 e_0^2 + c_2 \frac{e_0^2}{e} \langle u_z u_z \rangle \frac{\partial U}{\partial z} + c_3 \frac{e_0^3}{e^2} \langle u_z u_z \rangle \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \right] \\ &= \langle p_1^2 \rangle + \langle p_2^2 \rangle + \langle p_3^2 \rangle \end{aligned} \quad (5.1)$$

其中 $\langle p_1^2 \rangle$, $\langle p_2^2 \rangle$, $\langle p_3^2 \rangle$ 分别表示湍动—湍动, 交差相关, 及湍动—剪切效应, 三个湍流常数可近似取为

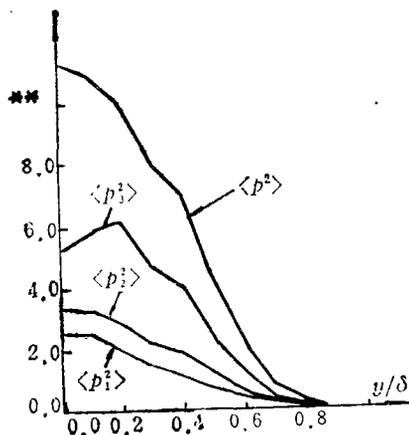
$$c_1 = 0.22, \quad c_2 = -0.20, \quad c_3 = 0.05 \quad (5.2)$$

我们取Klebanoff^[7]的实验数据, 包括时均速度 $U(z)$, 湍动 $e_0(z)$, 耗散 $e(z)$ 及雷诺应力 $-\langle u_z u_z \rangle$, $-\langle u_z u_z \rangle$, 计算了平板湍流边界层的压力脉动强度 $\langle p^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$ (图1)。由于目前尚没有边界层内部湍流压力脉动的实验测量结果, 我们取Spalart^[9]的直接模拟计算数据进行了比较。总的趋势较为附合, 壁面压力脉动与实验数据 $\langle p^2 \rangle^{\frac{1}{2}}/\tau_w \approx 3.0$ 较为一致, 但边界层外缘附近的值比直接模拟的数据要低一些。图2给出了 $\langle p^2 \rangle$, $\langle p_1^2 \rangle$, $\langle p_2^2 \rangle$, $\langle p_3^2 \rangle$ 的分布, 从中可以看出湍动—湍动, 交差相关, 及湍动—剪切效应对压力脉动均方值 $\langle p^2 \rangle$ 的贡献。

对于一般剪切湍流, 文献[9]根据不变性, 互易性等客观性假设及压力脉动Poisson方程的量纲分析, 提出了如下计算压力脉动强度的湍流模式



— 计算, * Spalart⁽²⁾
图1 压力脉动的均方根值



$\langle p_1^2 \rangle$: 湍动—湍动效应; $\langle p^2 \rangle$: 交叉相关效应;
 $\langle p_3^2 \rangle$: 湍动—剪切效应
图2 压力脉动的均方根值

$$\left. \begin{aligned} \rho^{-2} \langle p^2 \rangle &= c_1 e^2 + c_2 \frac{e^2}{\varepsilon} f_{2ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + c_3 \frac{e^3}{\varepsilon^2} f_{3ij} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)^2 \\ f_{2ij} &= \langle u_i u_j \rangle - \frac{2}{3} \delta_{ij} e \\ f_{3ij} &= \begin{cases} \langle u^2 \rangle, & i \neq j \\ \frac{1}{2} \langle u_i^2 \rangle, & i = j \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

六、讨论与总结

本文应用谱分析理论研究了剪切湍流的压力脉动。利用准正态分布假设及 Navier-Stokes 方程的形式解, 首先将压力脉动功率谱表达式中所包含的速度脉动谱的四阶相关及三阶相关表示成速度的功率谱, 然后引入高雷诺数流速度脉动功率谱模型, 我们导出了由湍动 e , 耗散 ε , 雷诺应力 $-\langle u_i u_j \rangle$ 及时均速度梯度表示的压力脉动均方值的湍流模式。对边界层湍流压力脉动的计算结果表明, 该模式同直接模拟数据相附合。若将该模式与 $k-\varepsilon$ 或雷诺应力方程的求解相结合, 将为湍流压力脉动的预测提供一种计算手段^[10]。

本文的分析采用了准正态分布假设, 尽管这种假设对于湍流相关张量方程的封闭问题是不合适的, 但作为计算压力脉动的统计分析手段, 准正态分布假设是非常有益的。由于本文的分析采用了局部均匀假设, 因而远场的不均匀及边界条件效应未能考虑。但是从湍流模式的观点来看, 建立湍流未知量同局部速度脉动统计量及时均流场的函数关系是可行的。对于压力脉动强度的湍流模型, 这也同 Kim^[3] 的直接模拟计算结果相一致。Kim 应用压力脉动 Green 函数表示法的研究表明, 尽管瞬时压力显示了总体的依赖性, 但是对压力脉动均方值的主要贡献是局部的。

湍流压力脉动的均方值包含三种类型源项的影响, 即湍动—湍动效应 $\langle p_1^2 \rangle$ 、交叉相关效应 $\langle p_2^2 \rangle$ 、湍动—剪切效应 $\langle p_3^2 \rangle$ 。对于某一给定的速度脉动功率谱 $E(k)$, 它在不同的波数范围对压力脉动上述三种类型的影响效应是不同的, 从简单的量纲分析中可以看出这一点。假

设压力脉动功率谱 $\Phi(k)$ 可以由 $E(k)$ 确定, 则湍动—湍动、交差相关、及湍动—剪切效应的功率谱 $\Phi_1(k)$, $\Phi_2(k)$, $\Phi_3(k)$ 应分别比例于 $E^2(k)k$, $E^{\frac{3}{2}}(k)k^{-\frac{1}{2}}\partial U/\partial z$, $E(k)k^{-2}(\partial U/\partial z)^2$, 这表示 $\langle p_i^2 \rangle$ 更多地受到大尺度涡的影响, 而小尺度涡对 $\langle p_i^2 \rangle$ 有着较强的影响。由于大尺度涡能受总体流动结构的影响较强, 对于计算压力脉动强度湍流模式中的三个常数, c_3 更易受到湍流结构的变化而改变。但是根据本文谱模型假设的计算, c_2 , c_3 受大尺度涡谱形状因子 m 的影响并不十分敏感。

同通常的看法不相同的是, 对于边界层湍流, 压力脉动的湍动—湍动, 交差相关、湍动—剪切效应具有相同量级的影响, 对于这一引起争议的问题, 进一步的理论与数值模拟研究的比较验证, 尤其是提出可靠的流场内部湍流压力脉动的测试方法, 是很有必要的。

蔡树棠教授对本文的工作提出了许多有益的建议, 并认真评阅了原稿, 此外国家博士后基金对本课题给予了资助, 在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Willmarth, W. W., Pressure fluctuation beneath turbulent boundary layers, *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 7(13) (1975).
- [2] Eckelman, H., A review of knowledge on pressure fluctuation, *Proc. Zoran. Zaric Memorial International Seminar on Near-Wall Turbulence*, Yugoslavia, May (1988).
- [3] Kim, J., On the structure of pressure fluctuations in simulated turbulent channel flow, *J. Fluid Mech.*, 205 (1989).
- [4] Batchelor, G. K., Pressure fluctuation in isotropic turbulence, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 47 (1951).
- [5] Weinstock, J., Theory of pressure-strain-rate correlation for Reynolds-stress closures, *J. Fluid Mech.*, 105 (1981).
- [6] Uberoi, M. S., Quadruple velocity correlations and pressure fluctuation in isotropic turbulence, *J. Aero. Sci.*, 20 (1953).
- [7] Klebanoff, P. S., Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient, NACA, TN3178 (1954).
- [8] Spalart, P. R., Direct simulation of boundary layer up to $Re\theta=1410$, *J. Fluid Mech.*, 187 (1988).
- [9] 金生、倪汉根, 应用模式理论确定湍流压力脉动强度, 大连理工大学学报。(待发表)
- [10] 金生, 圆管湍流压力脉动的数值计算, 全国第一届计算水力学会议, 大连 (1990).

Investigation of the Turbulent Model for Pressure Fluctuations with Spectral Theory

Jin Sheng Ni Han-gen

(Dalian University of Technology, Dalian)

Abstract

The pressure fluctuations in turbulent shear flows are investigated with the theory of spectral analysis. An expression for pressure spectra is analytically derived in terms of velocity spectra. This derivation is based on a formal solution of the Navier-Stokes equation and quasi-normal assumption to express the third and fourth order velocity correlations in terms of double velocity correlation. Then, a turbulent model for the computation of pressure fluctuation intensity with Reynolds stress and mean flow velocity gradients is established. The turbulent constants in the model are calculated from the assumptions about the general behaviour of velocity spectra in high Reynolds number flows. Comparison with direct simulation of turbulent boundary layer is made. It is found that the turbulent-turbulent, cross correlation, and turbulent-shear source terms for mean-square value of pressure fluctuation are about the same magnitude.

Key words pressure fluctuation, turbulent model, spectral theory