

翼型柱体/平板组合流动角区 湍流流场的数值模拟*

王锡良 何谟钦

(无锡 中国船舶科学研究中心, 1992年2月10日收到)

摘 要

采用贴体坐标系网格生成和 RANS 方程, 对于主附体干扰流场的角区湍流流场进行数值计算。对流项的计算采用三阶迎风差分格式, 使用了两层湍流模型并直接计算了主附体壁上的压力分布。

关键词 主附体组合流动 角区流场 RANS方程 湍流模型

一、引 言

在航天、航空和船舶力学界, 由于工程的需要人们对主附体组合流场的研究给予了极大的关注。随着流体测试技术和数值流体力学的发展以及在湍流物理模型上取得的新成就, 对主附体的干扰流场和应力场进行计算成为可能。其结果除供工程应用外并可进一步促进有关流动物理现象的研究, 所讨论的流体是不可压的。作为基础的理论研究和试验研究及数值计算多采用一个主体为平板、附体为翼型柱体的模型来实施。本文作者们认为虽然同为一个(翼型柱体/平板)模型流动也可能是很复杂的。例如在船舶模型试验时主体是湍流状态, 而附体可能是部份湍流和部分是层流状态。这样存在层湍流交界面需确定, 在附体端头是个脱体的梢涡区。角区流动、层湍流交界面的确定和端头梢涡都是有一定难度的待解决问题。

仅就角区流动而言, 可分为两大类。1. 主附体皆为层流状态, 由于雷诺数低, 其特征易分离, 并形成不规则的尾涡, 由于没有湍流物理量测量的困难, 可以认为这类问题除了不规则错综复杂涡生成之外, 在60年代已解决。2. 主附体为湍流, 其又可分为二类来研究, 其一是附体为钝头或大攻角下的流动, 一开始就存在湍流分离, 这类问题的机理和控制方程的研究正受到航天和航空工程方面的关注。其二就是附体具有良好的流线型或具有较小的尾部分离或回流。庆幸的是这类问题总算可以用现有的控制方程和湍流模型进行计算。国内外凡属这类计算皆在较大型的计算机上完成。本文的作者们在 IBM PC/AT 上并配以较好的外差公式来实现。压力场的计算采用泊松方程进行, 主附体表面上由引用物面条件 $u=v=w=0$, 直接计算出物面压力分布。对流项采用三阶迎风差分格式计算, 并由所采用 Buldwin-

* 钱伟长推荐。

Lomax的湍流模型算出了尾部微弱的迴流。

本文考虑的对象是一个弦长为40cm、长宽比为5的椭圆柱体，直立于半无限长的平板上，椭圆柱体中心距平板前沿为4.5m。来流无攻角，流动是对称的如图1。

所谓的角区即为高距主体平板为8cm和距翼型前缘为8cm的区域。此区域全部是湍流流动。主体的雷诺数为 10^7 量级，附体的雷诺数为 10^6 量级。

二、网格生成

为改善有限差分法对复杂物理边界的处理，将复杂的物理空间 (x, y, z) 变换到规则的计算空间 (ξ, η, ζ) 是很有必要的。J. F. Thompson等人提出的数值变换法也提供了可能，并在近十多年来广为应用。三维空间的变换方程为，

$$\left. \begin{aligned} \xi_{xx} + \xi_{yy} + \xi_{zz} &= f_1 \\ \eta_{xx} + \eta_{yy} + \eta_{zz} &= f_2 \\ \zeta_{xx} + \zeta_{yy} + \zeta_{zz} &= f_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

f_1, f_2 和 f_3 分别是 ξ, η 和 ζ 坐标方向的网格疏密控制函数，可按实际问题的需要预先给定 $f_1(\xi, \eta, \zeta), f_2(\xi, \eta, \zeta)$ 和 $f_3(\xi, \eta, \zeta)$ 。例如，当 $f_1 = f_2 = f_3 = 0$ 时，整个空间内为均布网格。

又如希望网格集中在 (ξ_i, η_j, ζ_k) 点附近，疏密控制函数可给为：

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= -a \operatorname{sgn}(\xi - \xi_i) \exp[-b|\xi - \xi_i|] \\ f_2 &= -a \operatorname{sgn}(\eta - \eta_j) \exp[-b|\eta - \eta_j|] \\ f_3 &= -a \operatorname{sgn}(\zeta - \zeta_k) \exp[-b|\zeta - \zeta_k|] \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

这里 $\operatorname{sgn}(x)$ 为符号函数， a 和 b 为常数，其取值范围一般分别是 $100 \sim 1000$ 和 $0.5 \sim 1.5$ 。

三、控制方程和湍流模式

在物理空间 (x, y, z, t) 中的连续性方程和动量方程为：

$$u_x + v_y + w_z = 0 \quad (3.1)$$

$$\left. \begin{aligned} u_t + u u_x + v u_y + w u_z &= -\frac{1}{\rho} p_x + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \\ v_t + u v_x + v v_y + w v_z &= -\frac{1}{\rho} p_y + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \\ w_t + u w_x + v w_y + w w_z &= -\frac{1}{\rho} p_z + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

变换到计算空间后，形式为：

$$\xi_x u_\xi + \eta_x u_\eta + \zeta_x u_\zeta + \xi_y v_\xi + \eta_y v_\eta + \zeta_y v_\zeta + \xi_z w_\xi + \eta_z w_\eta + \zeta_z w_\zeta = 0 \quad (3.3)$$

$$\left. \begin{aligned} u_t + U u_\xi + V u_\eta + W u_\zeta &= -(\xi_x P_\xi + \eta_x P_\eta + \zeta_x P_\zeta) + \tau_1 \\ v_t + U v_\xi + V v_\eta + W v_\zeta &= -(\xi_y P_\xi + \eta_y P_\eta + \zeta_y P_\zeta) + \tau_2 \\ w_t + U w_\xi + V w_\eta + W w_\zeta &= -(\xi_z P_\xi + \eta_z P_\eta + \zeta_z P_\zeta) + \tau_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

这里： τ_1, τ_2 和 τ_3 类似 p 项的作法给出。

$$\left. \begin{aligned} U &= \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w \\ V &= \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w \\ W &= \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \tau_{zx} &= \tau_{xz} = \mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

并且注意到上述(2.4)公式中 P 已作变换 $P = p/\rho$ 。在对流项的计算中我们采用了修正的三阶迎风格式。

$$\left(f \frac{\partial u}{\partial \xi} \right)_{i,j,k} = \begin{cases} f_{i,j,k}(u_{i+2,j,k} - 2u_{i+1,j,k} + 9u_{i,j,k} - 10u_{i-1,j,k} \\ \quad + 2u_{i-2,j,k})/6\Delta\xi & \text{当 } f_{i,j,k} \geq 0 \\ f_{i,j,k}(-2u_{i+2,j,k} + 10u_{i+1,j,k} - 9u_{i,j,k} + 2u_{i-1,j,k} \\ \quad - u_{i-2,j,k})/6\Delta\xi & \text{当 } f_{i,j,k} < 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

对于计算空间中的任意变量 q ，下式成立：

$$\begin{aligned} \nabla^2 q &= (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)q_{\xi\xi} + (\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)q_{\eta\eta} + (\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)q_{\zeta\zeta} \\ &\quad + 2(\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y + \xi_z\eta_z)q_{\xi\eta} + 2(\eta_x\zeta_x + \eta_y\zeta_y + \eta_z\zeta_z)q_{\eta\zeta} \\ &\quad + 2(\xi_x\zeta_x + \xi_y\zeta_y + \xi_z\zeta_z)q_{\xi\zeta} + 2(\xi_{xx} + \xi_{yy} + \xi_{zz})q_{\xi} \\ &\quad + (\eta_{xx} + \eta_{yy} + \eta_{zz})q_{\eta} + (\zeta_{xx} + \zeta_{yy} + \zeta_{zz})q_{\zeta} \end{aligned} \quad (3.8)$$

∇^2 为拉普拉斯算子，其中：

$$\left. \begin{aligned} \xi_x &= (y_{\eta}z_{\xi} - y_{\xi}z_{\eta})/J, & \xi_y &= (z_{\eta}x_{\xi} - z_{\xi}x_{\eta})/J \\ \xi_z &= (x_{\eta}y_{\xi} - x_{\xi}y_{\eta})/J, & \eta_x &= (z_{\xi}y_{\zeta} - z_{\zeta}y_{\xi})/J \\ \eta_y &= (x_{\zeta}z_{\xi} - x_{\xi}z_{\zeta})/J, & \eta_z &= (x_{\zeta}y_{\xi} - x_{\xi}y_{\zeta})/J \\ \zeta_x &= (y_{\xi}z_{\eta} - y_{\eta}z_{\xi})/J, & \zeta_y &= (z_{\xi}x_{\eta} - z_{\eta}x_{\xi})/J \\ \zeta_z &= (x_{\xi}y_{\eta} - x_{\eta}y_{\xi})/J \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

$$J = \begin{vmatrix} x_{\xi} & x_{\eta} & x_{\zeta} \\ y_{\xi} & y_{\eta} & y_{\zeta} \\ z_{\xi} & z_{\eta} & z_{\zeta} \end{vmatrix} \quad (3.10)$$

在实际求解问题中，通常都不直接联立求解连续性方程和动量方程，而是迭代求解由其导出的压力项Poisson方程和动量方程。压力项Poisson方程为：

$$\begin{aligned} \nabla^2 P &= \nu \nabla^2 D - \frac{\partial D}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial (u^2)}{\partial x} + \frac{\partial (uv)}{\partial y} + \frac{\partial (uw)}{\partial z} \right] \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial (uv)}{\partial x} + \frac{\partial (v^2)}{\partial y} + \frac{\partial (vw)}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial (uw)}{\partial x} + \frac{\partial (vw)}{\partial y} + \frac{\partial (w^2)}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (3.11)$$

这里 $D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$

为有限差分计算中的累积误差，它表示数值解与连续性方程之间的不吻合程度。

在当今计算机和湍流物理不断地发展的形势下，人们正在追逐使用亚格子尺度(subgrid

scale)模型。众所周知, $k-\varepsilon$ 和 $k-L$ 模型也被广泛地应用。这主要因为它能反映出湍流物理量的迁移(transport)特性,并在不断探索改善近壁特性,但由于它们的计算量很大,限于我们的机器条件使我们不能尝试。所以在我们的角区流场计算中采用的是两层模型。在粘性底层采用Van-Driest模型,在外层采用Baldwin-Lomax模型(BL)。现简单介绍一下上述模型,符号同[1~3]。

$$\mu_{\text{eff}} = \mu_t + \rho\varepsilon \quad (3.12)$$

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_t = (ky)^2 [1 - \exp(-y/A_t)]^2 |\partial u / \partial y| & \text{粘性底层} \\ \varepsilon_0 = k_t C_p F_{\text{wake}} [1 + 5.5(C_{\text{klob}} y / y_{\text{max}})^6]^{-1} & \text{外层} \end{cases} \quad (3.13)$$

其中:

$$A_t = 26\nu / v_* \quad (3.14)$$

$$F_{\text{wake}} = y_{\text{max}} F_{\text{max}} \quad (3.15)$$

$$F_{\text{max}} = \max[y |du/dy| \mathcal{D}] \quad (3.16)$$

y_{max} 为 F_{max} 相对应的法线方向上的 y 值, \mathcal{D} 是Van-Driest阻尼参量。但在三维流场计算中BL模型必须进行修正^[2,3]。

$$\varepsilon_0 = C_{cp} (0.0168 \rho F_{\text{wake}} \beta) \quad (3.17)$$

其中:

$$\eta = \frac{2yz}{y+z+(y^2+z^2)^{1/2}} \quad (3.18)$$

$$F_{\text{wake}} = \min \left\{ \frac{\eta_{\text{max}} F_{\text{max}}}{C_{wk} \eta_{\text{max}} u_e^2 / F_{\text{max}}} \right\} \quad (3.19)$$

F_{max} 为函数 $F(\eta) = \eta \omega \mathcal{D}$ 的最大值,这里 ω 为涡量:

$$\omega = \left[\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.20)$$

Van-Driest阻尼参量:

$$\mathcal{D} = 1 - \exp(-\eta \sqrt{|\tau_w| / \rho_w} / 26 \mu_w) \quad (3.21)$$

$$\beta = \left[1 + 5.5 \left(\frac{C_{\text{klob}} \eta}{\eta_{\text{max}}} \right)^6 \right]^{-1} \quad (3.22)$$

这里一些常量的推荐值为: $C_{cp} = 1.6$, $C_{wk} = 0.25$, $C_{\text{klob}} = 0.3$ 。

四、边界条件

由于问题的复杂性和计算机容量的限制,本文算例确定的计算域特别小(见图1)。近于一个 $120 \times 8 \times 8 \text{cm}^3$ 的长方体。固壁边界与外边界的距离很小,显然在外边界上使用无扰动边界条件是违背常理的。所以我们在外边界上采用近边界内域点的值进行外插来确定外边界上的值。

入口流: u 由1/7幂次律给定

$$v = w = p = 0$$

出口流: u , v , w 和 p 由外插计算。

主体壁面: $u = v = w = 0$, p 由计算确定。

附体壁面: $u = v = w = 0$, p 由计算确定。

垂向外边界： u ， v ， w 和 p 皆由外插确定。

侧向外边界： u ， v ， w 和 p 皆由外插确定。

对称面条件： $v=0$ ， u ， w 和 p 左侧值等于右侧值。

五、计算结果

计算对象已示于图1，网格划分数为 $60 \times 16 \times 16$ ，其网格图示于图2。由于网格是均布的，所以在曲率很大的头尾两端，以直代曲的网格线表达方法暴露出它的缺点。使网格看上去似乎破坏了网格生成的基本要求。即：内域网格线必须一阶导数连续，二阶导数存在。本网格虽没有引起流场计算问题，但从安全出发，以后对曲率较大的区域需进行局部网格加密。

该计算的网格生成和流场模拟都是在IBM PC/AT机上实现的。网格生成共扫描了20次，历时10分钟，网格精度达0.005。在流场计算中，每次迭代需5分钟，在给定初始速度和加速度后，第一时间步长的流场需经20次左右的迭代次数误差小于0.01，在以后的每个时间步长（加速度 $a \leq 0.01 \text{m/s}^2$ ）要保持同样的流场精度，需要4~5次迭代。所以一般计算一个雷诺数下的流场需2个小时，而后每增加一个时间步长则只需半小时左右就可以输出当时的流场。

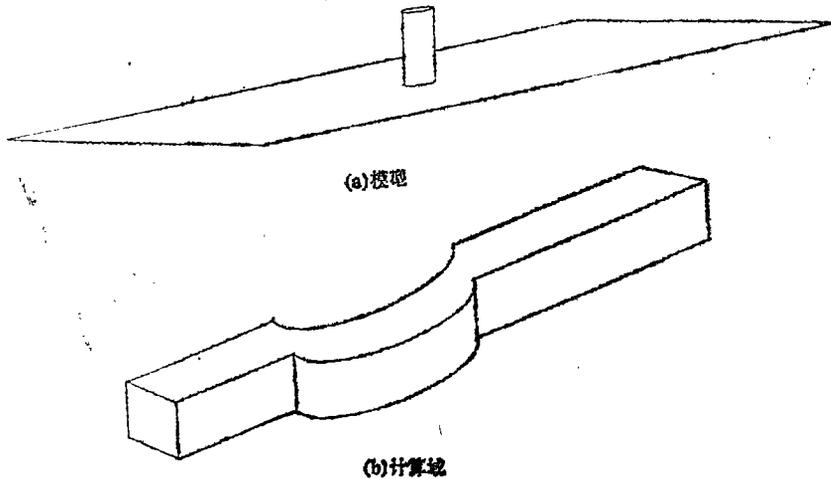


图1 模型和计算域

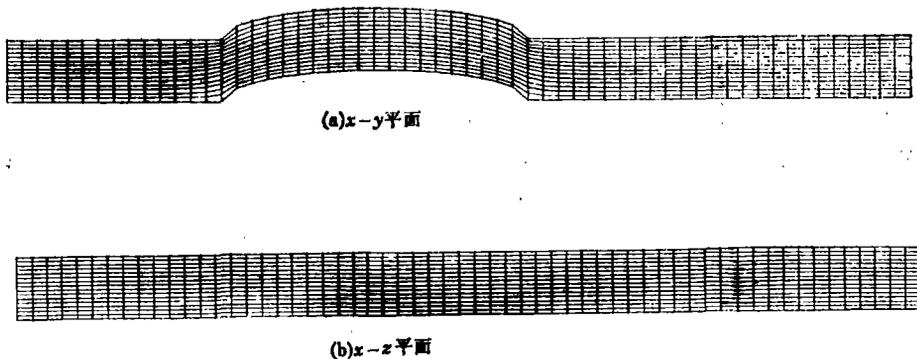


图2 计算网格



图3 纵向对称面上速度分布 ($I=1$)

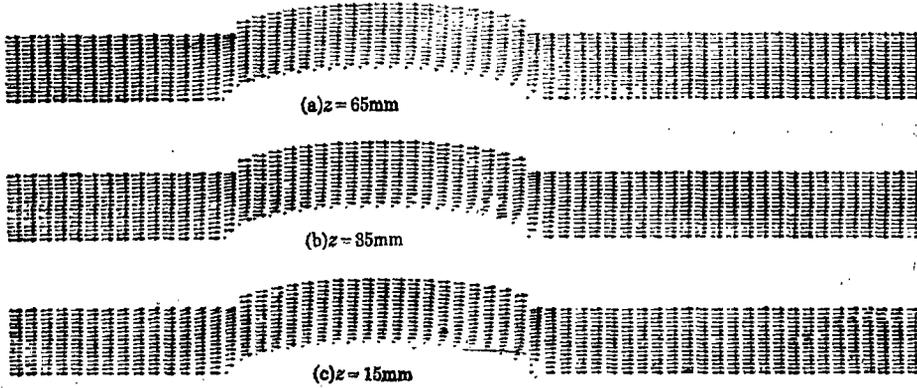


图4 不同水平高度上速度分布

在图3中描述了来流速度为5m/s状态下模型纵轴剖面上的速度分布。不同水平高度的速度场分布示于图4, 在其中可以看出在翼型柱体前部近其表面处的速度有个较大的增加, 似在这个小区域有个垂向涡存在。在图5中分别绘出了从横向轴剖面到尾部的4个不同位置上的横剖面流动图。翼型柱体最宽的剖面处 $I=25$ 时, 在角区有个向外的旋涡, 而在尾部有

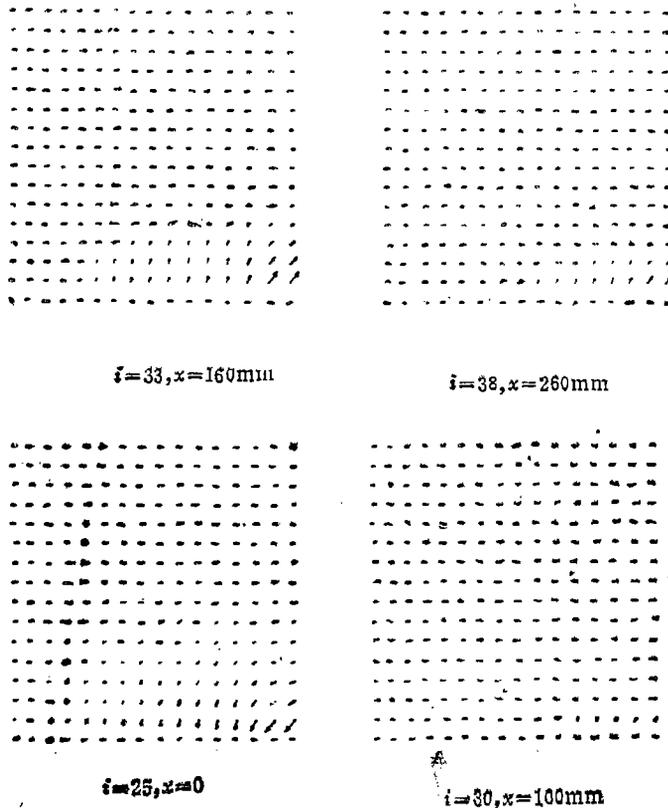


图5 横剖面速度场

个向内的旋涡,这是人们所能预料的。图6给出 $J=1$,即翼型表面上不同高度上压力场分布。

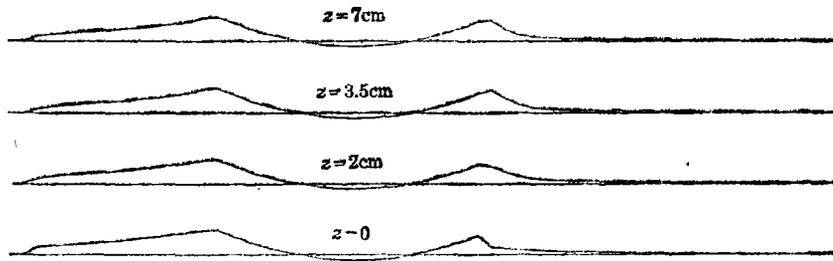


图6 不同水平面上 $J=1$ 的压力分布

六、结 论

我们有了一个在贴体坐标系下,采用修改的BLM供计算三维RANS方程的程序,可模拟三维流场和压力场,包括壁压力的计算。

本程序用于计算主附体(翼/平板)流场角区流动获得合理的结果,最主要的是它可以在个人机上运行。

在模拟和计算方法上可进一步改进,实现对有攻角或钝体导致的分离现象的模拟。

参 考 文 献

- [1] Stok, H. W. and W. Hoase, Determination of length scale in algebraic turbulence models for Navier-Stokes methods, *AIAA Journal*, 27(1) (1989).
- [2] Hung, C. M. and K. W. Mac cormack, Numerical solution of three-dimensional shock wave and boundary layer interaction, *AIAA Journal*, 16(10) (1978).
- [3] Hung, C. M. and P. G. Buning, Simulation of blunt-fin-induced shock-wave and boundary-layer interaction, *Journal of Fluid Mechanics*, 154 (1985), 163—185.
- [4] Fujii, K., Developing an accurate and efficient method for compressible flow simulation—An example of CFD in aeronautics, *Fifth International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics* (1989).

Numerical Simulation of Wing-Body Junction Turbulence Flow

Wang Xi-liang He Mo-qin

(China Ship Scientific Research Center, Wuxi, Anhui)

Abstract

Wing-body junction turbulence flow is simulated by using RANS equation and boundary fitted coordinate technique. Three order differential scheme is used in the computation of convection term and two layers turbulence model are employed in the calculation.

Key words corner flow, wing-body combination, RANS equation, turbulence flow