

# I型裂纹试件裂端三维应力结构分析之一 ——裂端约束参数与断裂参数分析

岳珠峰 郑长卿

(西北工业大学工程力学系)

(钱伟长推荐, 1991年6月25日收到)

## 摘 要

本文利用大型通用结构有限元分析程序ADINA对16Mn材料制的两种不同厚度的I型CT试样进行了计算与分析, 结果表明, 厚度方向的约束状态将试样分成两部分: 具有相同约束状态的心部高约束区( $Z_1$ )和约束显著变化的外边缘区( $Z_2$ ); 有限元计算和实验测定结果证实了这两部分分别与试样断口上的纤维区及剪切唇相对应, 所以, I型裂纹试件裂端应力、应变场可分别通过这两个区域加以分析获得, 本文对一些断裂参数如裂纹尖端张开位移(CTOD)和空穴扩张比( $V_g$ )参数也进行了考察, 结果表明这两个参数在厚度方向有相类似的变化规律, 在一定程度上都可反映试样的厚度效应及外载荷水平效应。

**关键词** I型裂纹试件(CT试样) 平面应变约束系数( $\gamma$ ) 应力三维度( $R_\sigma$ ) 裂纹尖端张开位移(CTOD) 空穴扩张比( $V_g$ )

## 一、引 言

任何材料的损伤与断裂本质上都是三维的, 其关键在于裂端应力、应变结构的确定。三维弹塑性裂端应力、应变结构的求解可归结为四阶非线性方程的边值问题, 直接求解几乎是不可能的<sup>[1]</sup>。迄今的研究大都局限于数值分析, 然而, 因三维弹塑性数值分析需要耗费大量的计算机时和占有庞大的计算机内存而得不到广泛的应用<sup>[2]</sup>。因此对三维应力结构特征进行分析则显得更重要, 从约束参数和断裂参数的研究入手则有可能解决这个问题<sup>[3]</sup>。

现有的有限元方法(FEM)<sup>[4~6]</sup>和其它一些数值方法(如划线法MOL<sup>[7]</sup>)分析结果表明: 试样厚度方向的约束是不均匀的, 但是, 当裂端进入大范围屈服后, 裂端的约束状态受载荷的影响很小: 文献[4]得出厚度方向约束特征与帕松比等无关的结论, 文献[5]也明确指出, 厚度方向的约束可以分成两部分, 并对外边缘约束下降区宽度进行了考查。虽然这些文献对裂端约束作了不少的研究, 得出了一些有价值的结论, 但它们都未能对约束的三维特征进行全面的分析; 文献[6]虽然和实验联系起来分析, 但认为试样断口上的纤维区和剪切唇分别对应着裂端场心部的平面应变和外缘的平面应力部分, 这与现有的一些结果是有些矛盾的。这些文献也都没有将裂纹尖端约束特征与应力结构直接联系起来。非常有意义的是, 如

果试样开有侧槽<sup>[8]</sup>, 则厚度方向的约束变得很均匀, 但侧槽的存在并不能提高心部的约束程度, 且均匀程度也与侧槽的深度有关, 说明试样侧边本身具有一些特殊性质, 对这一重要现象尚未见合理的解释与应用。

本文利用ADINA程序对16Mn材料制的两种厚度的I型CT试样进行计算模拟, 考察了一些常用的约束参数(如平面应变约束系数 $\gamma$ 、应力三维度 $R_0$ 等)和断裂参数(如裂纹尖端张开位移CTOD, 空穴扩张比 $V_0$ 等)的分布、变化情况, 着重研究了裂端厚度方向的约束特征, 为三维弹塑性裂端应力结构的分析打下基础。

## 二、材料、试样及计算模型

所有的试样均由16Mn钢制造, 其主要化学成分为(wt%): C: 0.168; Si: 0.35; Mn: 1.36; P: 0.012; Ni: 0.031。该材料的真应力-应变曲线如图1所示。试样厚度分别为 $B=25\text{mm}$ 与 $B=14\text{mm}$ , 平面尺寸则相同。根据对称性, 仅取整个试样的1/4作为计算对象, 其中 $B=25\text{mm}$ 试样的网格划分图如图2所示。 $B=25\text{mm}$ 试样的1/4(计算对象)沿厚度方向片状地分成不相等的4层, 而 $B=14\text{mm}$ 的则为仅3层。加载方式为: 在加载点施加载荷增量, 该载荷的控制值直接取自相应的实验结果。本文对具有相同平面尺寸的平面应力与平面应变试样也作了计算, 以资对比。

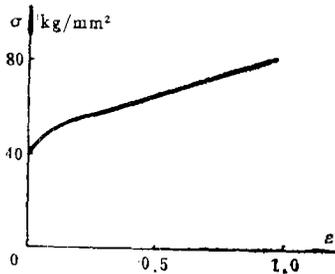


图1 16Mn材料应力-应变曲线

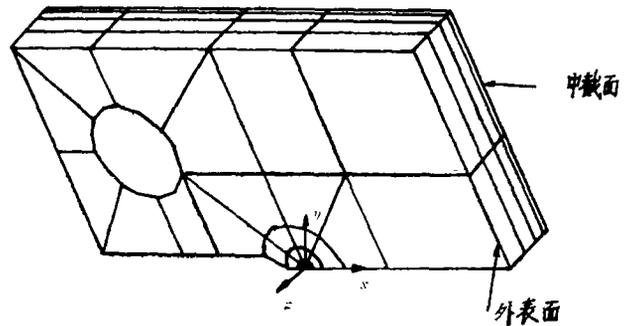


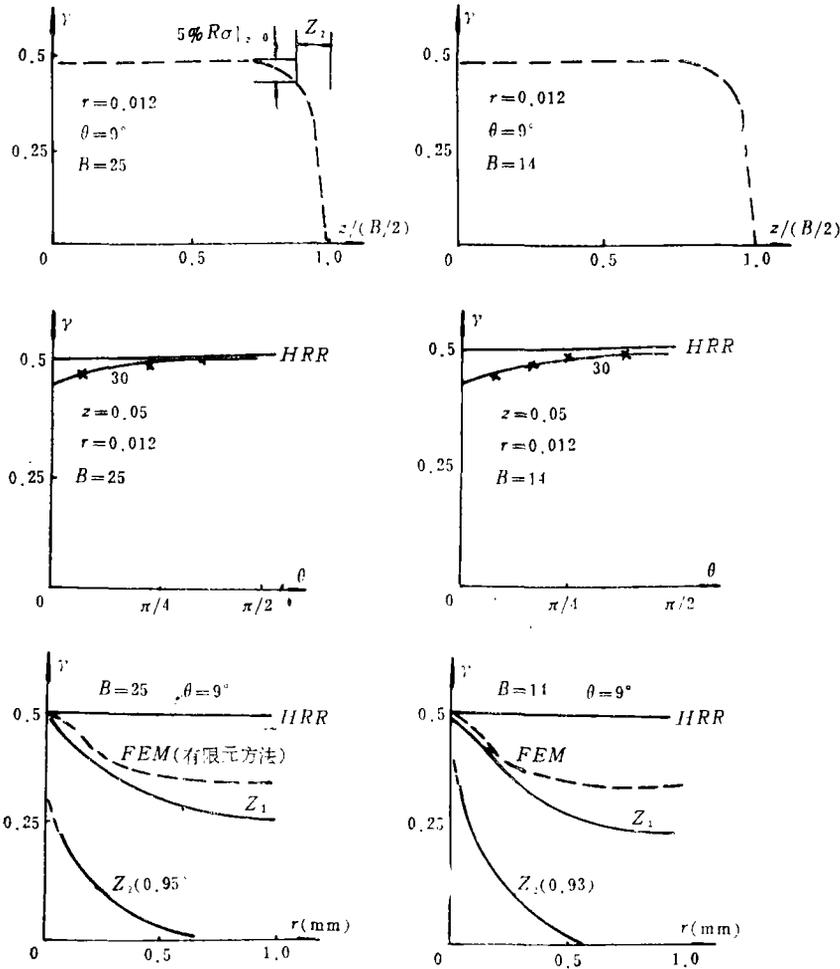
图2 有限元网格划分( $B=25\text{mm}$ )

## 三、约束参数

### 1. 平面应变约束参数 $\gamma$

平面应变约束参数 $\gamma$ 也称为平面应变程度系数。它最直观反映裂纹尖端约束状态: 平面应力状态,  $\gamma=0$ ; 平面应变状态, 在弹性范围内为帕松比, 在塑性理想状态时:  $\gamma=0.5$ 。图3给出了这两组试样裂纹尖端平面应变约束系数的三维变化情况。

对这两组试样, 厚度方向 $\gamma$ 变化是非常明显的: 心部很大区域为高约束区, 在外边缘 $\gamma$ 系数快速下降到0(平面应力状态); 同时随 $\theta$ 的增加,  $\gamma$ 增大, 表明 $\theta$ 变大, 约束增加。表现在应力结构上,  $\theta$ 越大, 与HRR场解吻合越好, 而 $r$ 越远, 差别越大, 这被文献[9]证实, 但该文献并未解释其原因。沿韧带( $r$ )方向 $\gamma$ 逐渐下降, 这表明三维应力状态仅仅存在于试样裂端的局部区域, 经考查, 在试样心部该区域在韧带方向的长度大约为试样厚度的一

图3  $\gamma$  参数的三维分布

这里要强调两点：

(1) 即使已经达到一些试验标准 (COD,  $J$  积分) 所要求的平面应变试样的最小厚度 (对本问题  $B=25\text{mm}$ ),  $\gamma$  仍达不到 0.5, 和平面应变 FEM 解有一定的差别, 表明试样心部实际上几乎不存在严格意义的平面应变层, 宜称为高约束区域, 这说明平面应变是一理想状态, 认为一定厚度试样中存在平面应变状态层是不很确切的, 这与文献 [3~5] 的结果一致 (这里需要指出的是, 在  $r$  很小而  $\theta$  趋于  $90^\circ$  附近存在接近 HRR 场的主导条件)。

(2) 在试样内部很大区域上,  $\gamma$  系数不仅沿厚度方向保持不变, 而且在韧带  $r$  方向和  $\theta$  方向也具有相同的变化规律, 说明这是一个特殊裂端局部区域, 可称之为“准平面应变区”——具有平面应变的某些特征, 但有别于平面应变; 在试样的外边缘,  $\gamma$  下降很快, 又是一个性质特殊的区域, 所以, 可以把试样沿厚度方向从对称面向外分成  $Z_1$  和  $Z_2$  两部分。为了数值分析的方便, 以从心部开始  $\gamma$  下降 5% 为这两部分的分界点 (如图 3 所示), 令  $Z_\gamma$  为根据  $\gamma$  参数取得的  $Z_2$  区域的宽度 (或称为厚度)。则可以给出  $Z_\gamma$  值:

$$\theta=9^\circ \quad B=25\text{m}: Z_\gamma=0.80\text{mm} \quad B=14\text{mm}: Z_\gamma=0.79\text{mm}$$

$$\theta=81^\circ \quad B=25\text{m}: Z_\gamma=0.74\text{mm} \quad B=14\text{mm}: Z_\gamma=0.76\text{mm}$$

由此可见, 在所考察范围内,  $Z_\gamma$  与试样厚度无关; 随  $\theta$  的增大, 仅有细微的变化, 可以

近似认为 $Z_0$ 为一材料常数。

### 2. 应力三维度 $R_\sigma$

应力三维度  $R_\sigma = \frac{\sigma}{\sigma_c}$ ，它在分析韧性材料的损伤与断裂时有着广泛的应用<sup>[10]</sup>，图4给出了这两组试样的三维分布情况。

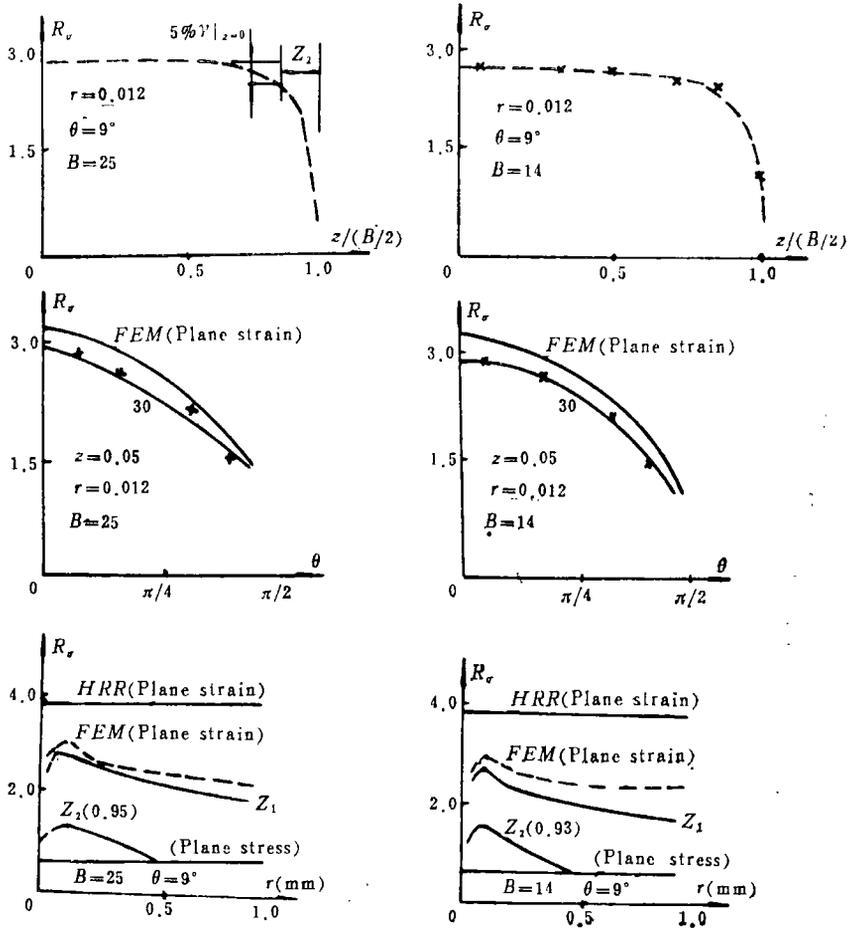


图4 应力三维度 $R_\sigma$ 三维分布

很明显，参数 $R_\sigma$ 与参数 $\gamma$ 具有相类似的分布规律。

(1) 三维试样计算模拟结果不仅与平面应变 HRR场解有较大的差别，且与平面应变状态 FEM 分析结果也存在一定的差别，因此可以确信在三维试样中较难存在平面应变层。

(2) 在厚度方向， $R_\sigma$ 与 $\gamma$ 有相类似的分布规律，即也可以将试样沿厚度方向划分为两个区域 $Z_1$ 和 $Z_2$ ，采用与 $\gamma$ 参数定义区域的类似方法（如图4所示）可以求出由 $R_\sigma$ 定义 $Z_2$ 的宽度（厚度） $Z_{R_\sigma}$ 为：

$$\begin{aligned} \theta=9^\circ \quad B=25\text{mm}: Z_{R_\sigma} &= 0.82\text{mm} & B=14\text{mm}: Z_{R_\sigma} &= 0.78\text{mm} \\ \theta=81^\circ \quad B=25\text{mm}: Z_{R_\sigma} &= 0.80\text{mm} & B=14\text{mm}: Z_{R_\sigma} &= 0.82\text{mm} \end{aligned}$$

对其它一些常用的约束参数如最大主应力与等效应力之比 $\sigma_{\max}/\sigma_e$ ，软性系数 $\alpha$ 及洛德参数 $\mu_\sigma$ 也进行了分析<sup>[3]</sup>，结果示于图5。由此可知，它们沿厚度方向的分布也可以分成两

个区域，且分界点的位置也能相互吻合，即说明，这种划分与约束参数的选取无关。

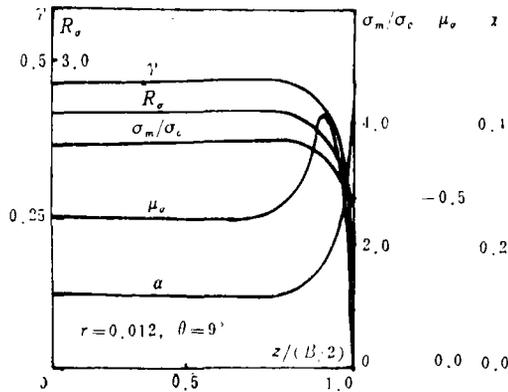


图5 厚度方向 $\gamma_\sigma$ 、 $\sigma_{\max}/\sigma_c$ 、 $\alpha$ 及 $\mu_\sigma$ 沿厚度方向分布情况

#### 四、剪切唇厚度的测量

以上对一些表征约束状态的参数进行了分析与研究，结果表明，可以根据厚度方向的约束特点将试样分成两部分，且这种划分与参数的选取无关；进一步的研究表明两部分的分界点能相互吻合，同时 $Z_2$ 区域的宽度与试样的厚度基本无关，经验证， $Z_2$ 区与试样的剪切唇相对应。表1对此作了比较，证实了该结论的成立，同时进一步说明剪切唇的宽度为一材料常数，这和文献[11~13]等的实验研究结果相一致。

表1

试样	$Z_1$	$Z_{R_\sigma}$	$Z(\sigma_{\max}/\sigma_c)$	$Z_2$ (实验)
$B=25\text{mm}$	0.80	0.82	0.80	0.935
$B=14\text{mm}$	0.79	0.78	0.76	0.942
平均	0.795	0.80	0.78	0.939

这样，可以根据试样断口形貌将试样分成两部分：纤维区和剪切唇。在纤维区内，厚度方向具有相同的约束，是一“准平面应变结构”；在剪切唇区域内约束显著变化：由心部的高约束区快速下降到外表面的平面应力状态。

#### 五、断裂参数

##### 1. 裂纹尖端张开位移(CTOD)

此处采用由Shih<sup>[14]</sup>提出的由端点引出的 $\pm 45^\circ$ 线与裂纹面交点的方法来定义CTOD，图6给出了这两组试样在3种不同载荷水平下的计算结果。

从图中可以看出，对于这两组试样，随着载荷水平的增加，厚度方向的CTOD不均匀性增加，这表明载荷水平对三维特性有重要影响；启裂状态时， $B=25\text{mm}$ 与 $B=14\text{mm}$ 试样CTOD在心部对称面处比外边缘自由侧面处大3~5倍，在可对比的范围内与文献[5]所得结果一致。同时可知，随着试样厚度增加，在心部区域( $Z_1$ )CTOD分布均匀性增加，这表明CTOD可以反映试样的厚度效应。因此CTOD有希望作为应力结构的幅值系数。

##### 2. 空穴扩张比参数( $V_\sigma$ )

空穴扩张比 $V_\sigma$ 参数是一个新的韧性损伤与断裂参数<sup>[10,15]</sup>。在统计的基础上，当 $V_\sigma$ 达到

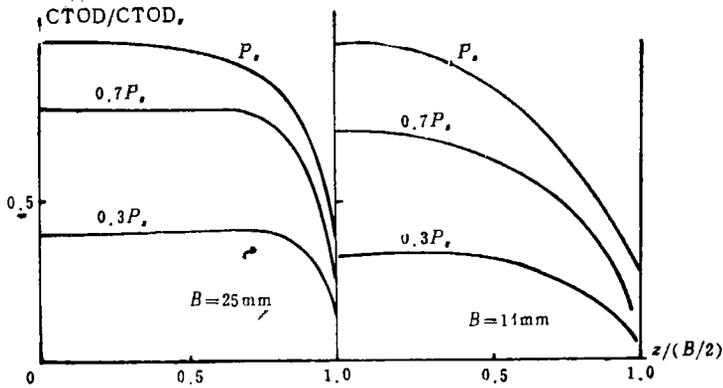


图6 不同载荷水平下CTOD沿厚度方向分布情况  
( $CTOD_0$ 是启裂载荷 $P_s$ 时的裂纹尖端张开位移)

材料常数 $V_g$ 时,材料就发生破坏。该常数具有明确的细观物理意义,能够由宏观拉伸试验很方便地获得,该判据已经得到平面及轴对称问题的有限元与实验的充分验证<sup>[10,15~16]</sup>。从工程应用角度要求,它能简单地用下式表达:

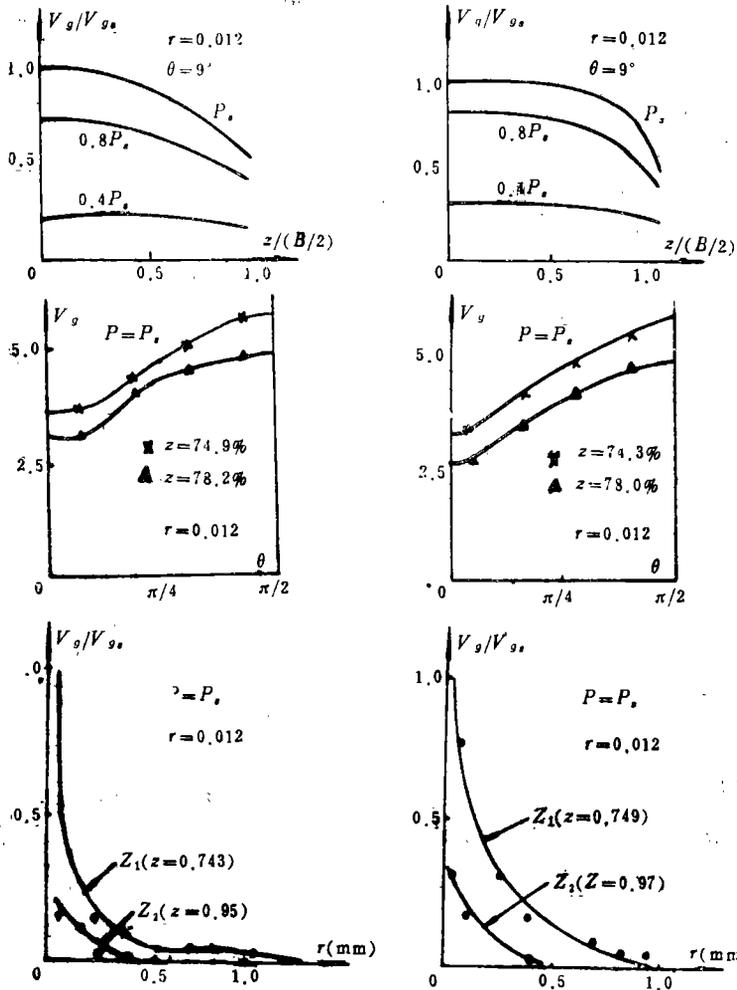


图7 空区扩张比参数 $V_g$ 的三维分布情况

$$V_0 = \varepsilon_0 \exp\left(\frac{3}{2}R_0\right) \quad (5.1)$$

图7给出了这两组试样 $V_0$ 的三维分布情况。

从图中可以看出：

- (1) 在厚度方向， $V_0$ 的最大值一直出现试样心部的对称面处，
- (2) 随着 $\theta$ 的增加， $V_0$ 增大，这意味着试样的启裂将起始于一定的角度处，这与一些实验现象相符，在韧带 $r$ 方向， $V_0$ 下降较为显著；
- (3)  $V_0$ 参数也能反映载荷效应和厚度效应，这一点上与CTOD参数是相似的，它们都有希望与应力结构联系起来。

## 六、结论与讨论

### 1. 结 论

从本文的初步研究可知：

- (1) 本文对一些表征约束状态的参数作了研究，根据这些参数厚度方向分布的特点，可以把试样沿厚度方向从中心对称面向外分成 $Z_1$ 与 $Z_2$ 两个区域： $Z_1$ 区沿厚度方向约束相同，是一“准平面应变”结构； $Z_2$ 区的约束由高约束状态快速下降到外表面的平面应力状态。
- (2) 由不同约束参数获得的 $Z_2$ 区域的宽度能够相互吻合，它与实验测定的剪切唇厚度相等。因此 $Z_1$ 与 $Z_2$ 分别与试样断口的纤维区和剪切唇相对应，并且进一步证实 $Z_2$ 区是材料的固有特征区。这样可以在一定程度上揭示带侧槽试样厚度方向约束分布较为均匀的原因。
- (3) 因此，I型CT裂纹试件裂端三维应力结构可由分别分析 $Z_1$ 和 $Z_2$ 区域获得。
- (4) 对CTOD分布特点进行了考查，对 $V_0$ 的三维分布也作了初步分析，表明这两个参数在一定程度上都可反映试样的厚度效应及外载荷效应。

### 2. 讨 论

由于直接寻找裂端三维应力结构的解析式是极其困难的，所以考察应力结构特征显得更为重要。一般认为，对试样进行分层研究可以降低维数，大大减少计算和理论分析的难，分层的概念早已提出，并已在一定程度上成功地用于解释应力强度因子 $K^{[1]}$ ，但将试样简单地分成平面应变与平面应力两个区域来研究，对弹塑性问题显然会带来很大的误差；最近也有人尝试将试样划分三层来研究<sup>[1,17]</sup>，但都未能提出一个明确的分层标准，他们认为：一定厚度的试样沿厚度方向从中心向外可分为三层：中心的平面应变层，中间的混合层或称之为过渡层和平面应力状态的剪切唇。但是现有的三维弹塑性数值分析结果不支持此种假设。简单地说有下列两点因素：

(1) 平面应变状态是一种理想状态，是在假设厚度方向无变形即厚度无穷大条件下获得的，因此对具有一定厚度的试样，尤其考虑试样的厚度效应时，不宜作此假设，同时这种效应也受试样型和裂纹深度以及加载程度的影响，对于本文所研究的 $B=25\text{mm}$ 与 $B=14\text{mm}$  16Mn试样，就平面应变约束参数 $\gamma$ 或应力三维度 $R_0$ 而言，分别相差10%与15%，即在通常情况下不宜作平面应变的假设。

(2) 一般认为，完全平面应力状态层也是不存在的，根据侧表面的边界条件及文献[18~20]的计算及实验测定结果，可以假设在侧表面存在厚度接近于0的平面应力层，即剪

切唇完全处于平面应力状态的结论是不能被接受的。

因此, 如将试样简单地分为上述三层是不尽合理和缺乏根据的。然而试样断口明显可分为纤维区与剪切唇两部分。剪切唇作为一特征区, 对此已作了不少研究, 并且证实只要韧带尚未全面屈服, 剪切唇的宽度(或厚度)近似为一材料常数<sup>[10~12]</sup>, 可见将剪切唇作为一个单独的区域来进行分析考察是合理的。本文的研究结果表明, 除剪切唇外, 心部纤维区的约束在厚度方向大体相同, 在其它两个方向具有相同的变化规律, 表明这部分也是一特殊的区域; 文献[4]对厚度方向的约束研究也明确得出同样的结论, 文献[6]虽然没有讨论这两部分的划分, 但可利用其计算结果来考察约束的转折点, 可知这些转折点的位置是能够吻合的, 但是这些文献都没有对其它方向的约束分布情况进行考察, 因而也是不全面的, 本文结果认为将试样沿厚度方向分成两个区域, 三个应力状态来描述是比较合理的, 此时其纤维区与剪切唇已不能简单地用平面应变与平面应力状态来描述了。

### 参 考 文 献

- [1] 陈晓明, 弹塑性三维应力结构分析, 西北工业大学博士论文(1988).
- [2] Liebowitz, H., Computational fracture mechanics, *Proc. ICF-7* (1989 ed, K. Salama), Pergamon Press, 1887—1921.
- [3] 岳珠峰, 金属材料韧性断裂的计算模拟分析, 西北工业大学硕士论文(1991).
- [4] Nakamura T., D. M. Parks, Three-dimensional stress field near the crack front of a thin elastic plate, *J. Appl. Mech.*, 55(1988), 805—813.
- [5] Koers, R.W., H. Btaam, A. Bakker, Investigation into the effect of thickness on three- and four-point single edge notch bend specimens using two- and three-dimensional elastic-plastic stress analysis, *Proc. ICF-7* (1989 ed, K. Salama), Pergamon Press, 379—389.
- [6] Gibson, G. P., S. G. Gibson, Effect of specimen size and geometry on ductile crack growth resistance in a C-Mn Steel, *Int. J. Frac.*, 32(1987), 219—240.
- [7] Malik, S. N., L. S. Fu, Elasto-plastic analysis for a finite thickness rectangular plate containing a through-thickness central crack, *Int. J. Frac.*, 18(1982), 45—63.
- [8] Delorenzi, H. G., C. D. Shih, 3-D Elastic-plastic investigation of fracture parameters in side-grooved compact specimen, *Int. J. Frac.*, 21(1983), 195—220.
- [9] Narasinkan, R., A. J. Rosakis, Three-dimensional effects near a crack tip in a ductile three-point bend specimen, part 1-A numerical investigation, *J. Appl. Mech.*, 57(1990), 607—617.
- [10] 郑长卿等, 《韧性断裂细观力学初步研究及其应用》, 西北工业大学出版社(1988).
- [11] 陈篪, 金属断裂研究文集, 冶金出版社, (1982).
- [12] Machida, K., M. Kikuchi, H. Miyamoto and T. Hamada, The thickness effects of the CCT Specimen, *Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers*, No.480(1987), A.
- [13] Machida, K., M. Kikuchi and H. Miyamoto, The thickness effects of the side-grooved CCT specimen, *Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers*, No.491(1987), A.
- [14] Shih, C. F., Relationships between the  $J$ -integral and the crack opening displacement for stationary and extending cracks, *J. Mech. Phys. Solids*, 29(1981), 305—326.

- [15] Zheng, C. Q., L. Zhou, J. M. Liu, The criterion of critical void growth rate and its applications, *ProcI. ICM5*(1987), 213—218.
- [16] Zhang, K. S., L. S. Hua, C. Q. Zheng, A computer simulation of ductile fracture initiation in TPB specimen—an application of vgc criterion, *Eng. Frac. Mech.*, 35(1989), 671—677.
- [17] 陈晓明、杨南生、官忠信, 弹塑性 I 型裂纹端三维应力结构分析, 固体力学学报, 11(1990), 191—200.
- [18] Kikuchi, M., K. Yano, Analysis of HRR stress field at the three-dimensional crack tip, *Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers*, No.516(1989), A.
- [19] Hom, C. L., R. M. McMeeking, Large crack tip opening in thin elastic-plastic sheets, *Int. Frac.*, 45(1990), 103—122.
- [20] Alan, T. Zeheder, A. J. Rosakis, Three-dimensional effects near a crack tip in a ductile three-point bend specimen, part 2—an experimental investigation using interferometry and caustics, *J. Appl. Mech.*, 57(1990), 618—626.

## The Analysis of the Three-Dimensional Stress Structure Near the Crack Tip of Mode I CT Specimens in Elastic-Plastic State ( I ) —— The Analysis of Constraint Parameters and Fracture Parameters

Yue Zhu-feng      Zheng Chang-qing

(Department of Engineering Mechanics, Northwestern Polytechnical  
University, Xi'an)

### Abstract

In the paper, three dimensional analyses of some general constraint parameters and fracture parameters near the crack tip of Mode I CT specimens in two different thicknesses are carried out by employing ADINA program. The results reveal that the constraints along the thickness direction are obviously seperated in two parts: the keeping similar high constraint field ( $Z_1$ ) and rapid reducing constraints one ( $Z_2$ ). The two fields are experimentally confirmed to correspond to the smooth region and the shear lip on the fracture face respectively. So, the three dimensional stress structure of Mode I specimens can be derived through discussing that in the two fields respectively. The distribution of the Crack Tip Opening Displacement (CTOD) along the thickness direction and the three dimensional distribution of the void growth ratio ( $V_g$ ) near the crack tip are obtained too. The two fracture parameters are in similar trends along the thickness direction, and both of them can reflect the effect of thickness and that of load level, on certain degree.

**Key words** mode I cracked specimen (CT specimens), plane strain constraint ( $\nu$ ), stress triaxiality ( $R_g$ ), crack tip opening displacement (CTOD) void growth ratio ( $V_g$ )