

# 复合材料对称层合板单向拉伸 与面内剪切下的三维应力分析

钱伟长 黄黔 冯伟

(上海工业大学, 上海市应用数学和力学研究所, 1992年10月26日收到)

## 摘 要

本文给出了单向拉伸与面内剪切载荷下复合材料对称层合板中心区域的应力和应变沿板厚的数值计算分布规律。计算结果表明, 在斜交对称铺层的层合板中心区域层间界面附近存在着层间界面层效应。层间界面处纤维走向的突变导致局部的三维应力状态和很强的应力集中。

**关键词** 复合材料 层合板 三维应力分析

## 一、引 言

经典层合板理论已被广泛地用于估算纤维增强复合材料构件的刚度和强度。由于复合材料层合板的横向强度很低, 层间正应力与剪应力的存在很容易导致材料剥层和裂纹的起裂与扩展。众所周知, 复合材料层合板的破坏过程一般起始于基体的微裂纹和材料的剥层。但是, 经典层合板理论没有考虑层间应力, 因此它无法给出复合材料层合板令人满意的分析结果。

自从 Pipes 和 Pagano<sup>[1]</sup>关于自由边的应力分布有奇异性的开创性工作发表以来, 已有许多科研人员对复合材料层合板自由边应力分布进行了广泛研究。但是, 除了文献[2], 对复合材料层合板中心区域的应力和应变沿板厚方向的分布至今还没有研究工作发表。本文用三维有限元分析单向拉伸和面内剪切条件下的复合材料层合板, 给出在中心区域三维应力和应变沿板厚方向的分布。

## 二、问题的描述

图1给出了分析算例的几何形状, 一块很长的矩形层合板承受单向拉伸 $\epsilon_x=0.01$ 或面内剪切 $\gamma_{xy}=0.01$ 。复合材料层合板由均匀的正交各向异性的铺层粘接而成。各层沿轴向的弹性材料常数是:

$$\begin{aligned} E_1 &= 20.0 \times 10^9 \text{lb/in}^2, \quad E_2 = E_3 = 2.1 \times 10^9 \text{lb/in}^2 \\ \nu_{12} &= \nu_{23} = \nu_{31} = 0.21, \quad G_{12} = G_{13} = 0.85 \times 10^9 \text{lb/in}^2 \\ G_{23} &= 0.5 \times E_2 / (1 + \nu_{23}) \quad (1 \text{in} = 2.54 \text{cm}, \quad 1 \text{lb} = 3.655 \text{N}) \end{aligned}$$

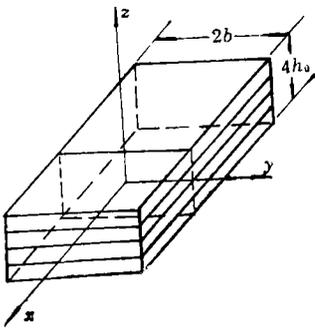


图1 层合板几何形状

其中下标1、2和3表示单向复合材料板的纵向、横向和厚度方向。

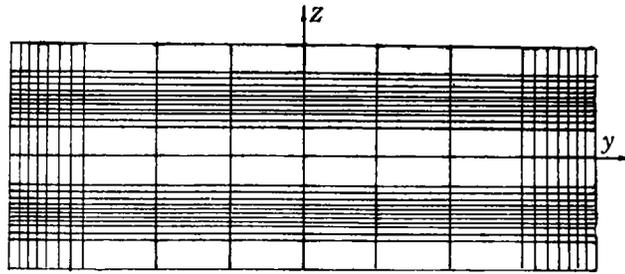


图2 横截面上有限元网格划分

当矩形层合板在 $x$ 轴方向很长,板内的应力和应变状态与 $x$ 轴坐标无关。所以,对条形层合板中心区域的分析,其 $x$ 轴方向上的长度与分析结果无关。本文中的数值算例三维尺寸为 $L=1.0\text{in}$ ,  $2b=12.0\text{in}$ ,  $4h_0=10.0\text{in}$ 。其中共有单元480个,节点1050个。有限元的网格划分如图2所示。

在单向拉伸或面内剪切条件下,经典层合板理论给出的复合材料层合板经典解用下列公式给出

$$\begin{cases} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{cases} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{12} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix} \begin{cases} N_x \\ 0 \\ 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{cases} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{12} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ N_{xy} \end{cases} \quad (2.2)$$

和

$$\begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{cases}_i = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{21} & Q_{61} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{62} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix}_i \begin{cases} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{cases} \quad (2.3)$$

其中,下标 $i$ 表示铺层序数,在经典层合板理论中,层间应力 $\sigma_z$ ,  $\tau_{xz}$ 和 $\tau_{xy}$ 值被忽略不计。

### 三、数值计算结果

图3~图8给出了复合材料层合板中心区域应力和应变沿板厚方向分布的数值结果。在所有的图例中,分布曲线都是沿着下列直线给出的

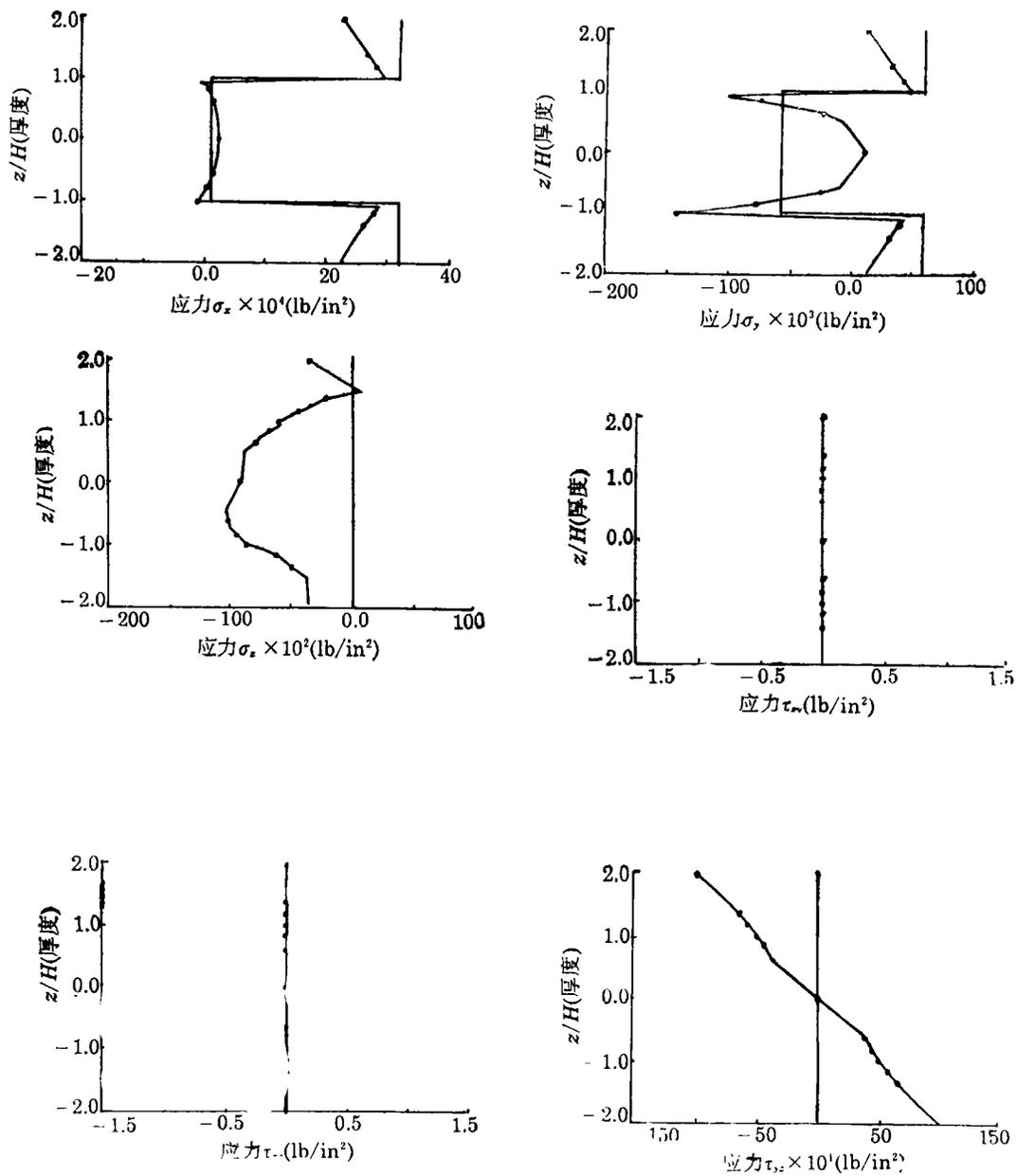
$$x=1.0, y=0.0, -2.0 < z/h_0 < 2.0$$

经典层合板理论的计算结果用不带点的曲线给出;三维有限元法的计算结果用带点的曲线给出。

#### 3.1 单向拉伸情况

正交对称铺层的复合材料层合板 $[0/90]_s$ 的数值计算结果由图3给出,对面内应力而言,二种方法的数值计算结果很接近,层间应力远小于主要应力 $\sigma_x$ 。

图4给出斜交对称铺层复合材料层合板 $[30/-30]_s$ 的三维有限元数值解。在层合板的层


 图3 单向拉伸下正交铺层 $[0, 90]_s$ 层合板的应力分布

间界面附近，所有的应力分量变化梯度很大，有很强的应力集中现象。这一结果不同于经典层合板理论给出的结果。相邻铺层的纤维排列方向不同，在斜交对称铺层层合板的层间界面附近，层间应力比较大，存在局部的三向应力状态。

图5显示出在斜交对称层合板 $[30/-30]_s$ 的层间界面附近，所有的应变分量都有剧烈变化。在层间界面附近应变相当大。经典层合板理论关于面内载荷下应变分布的均匀假设对斜交对称层合板并不成立。

### 3.2 面内剪切情况

图6给出了正交对称层合板 $[0/90]_s$ 中应力沿厚度方向的分布规律。对此，三维有限元法

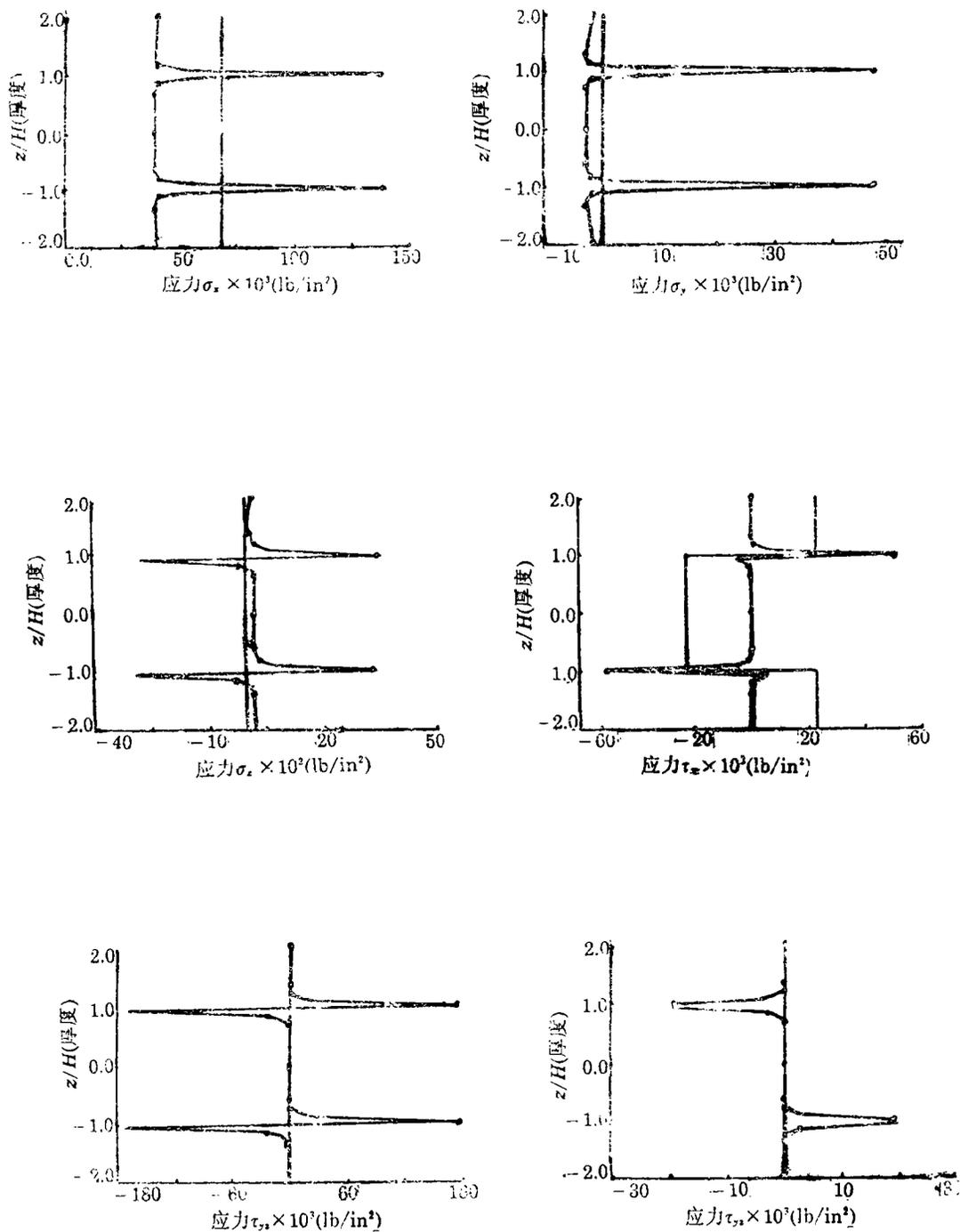


图4 单向拉伸下斜交铺层 $[30, -30]_s$ 层合板的应力分布

和经典层合板理论得到的结果是一致的。层间剪应力 $\tau_{yz}$ 远小于面内主要应力 $\tau_{xy}$ 。

斜交对称层合板 $[30/-30]_s$ 的应力分布如图7所示。三维有限元法得到的结果是，面内应力在层间界面附近有应力集中现象。面内应力平均值小于经典层合板理论给出的结果。与单向拉伸情况相同，由于在层间界面纤维排列方向发生突变，在层间界面附近存在着较大的层间应力。在每一个铺层内部近似于平面应力状态。但是，在层间界面附近，层合板处于三

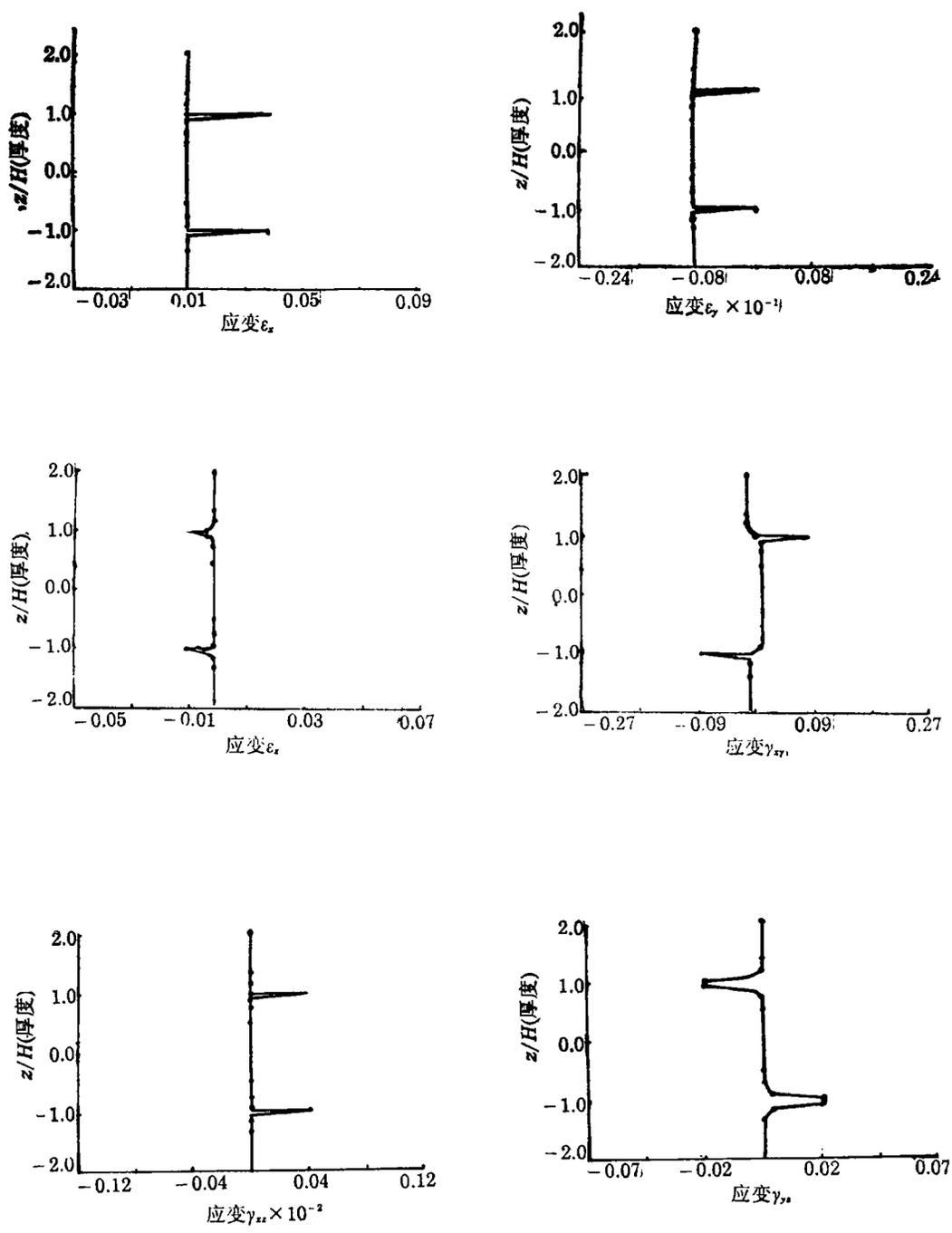


图5 单向拉伸下斜交铺层 $[30, -30]$ 层合板的应变分布

向应力状态。

图8给出了斜交对称层合板 $[30/-30]$ 的应变分布，在层间界面附近应变有剧烈的变化。应变的均匀分布假设对斜交对称层合板不成立。

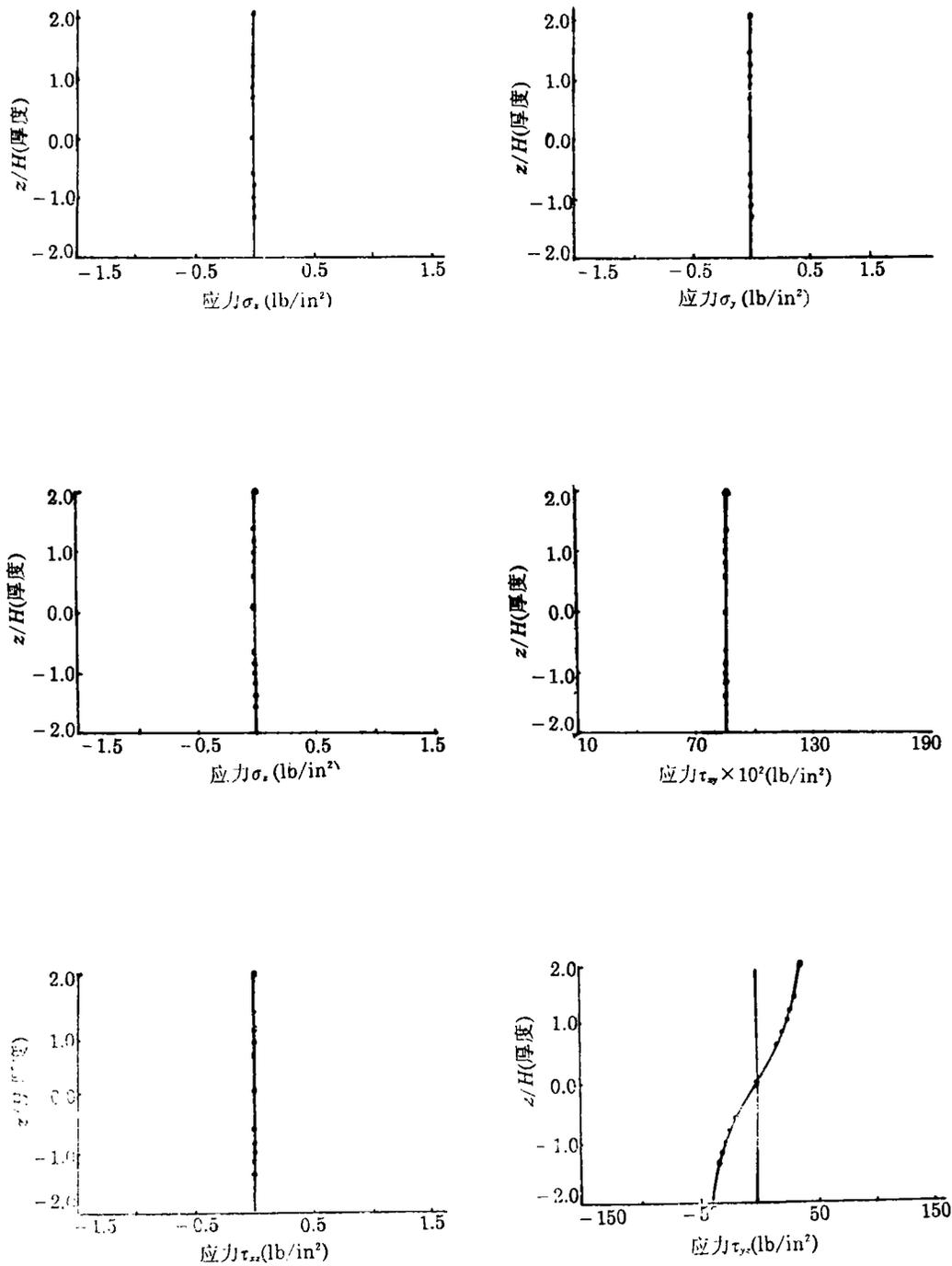


图6 面内剪切下正交铺层[0,90]层合板的应力分布

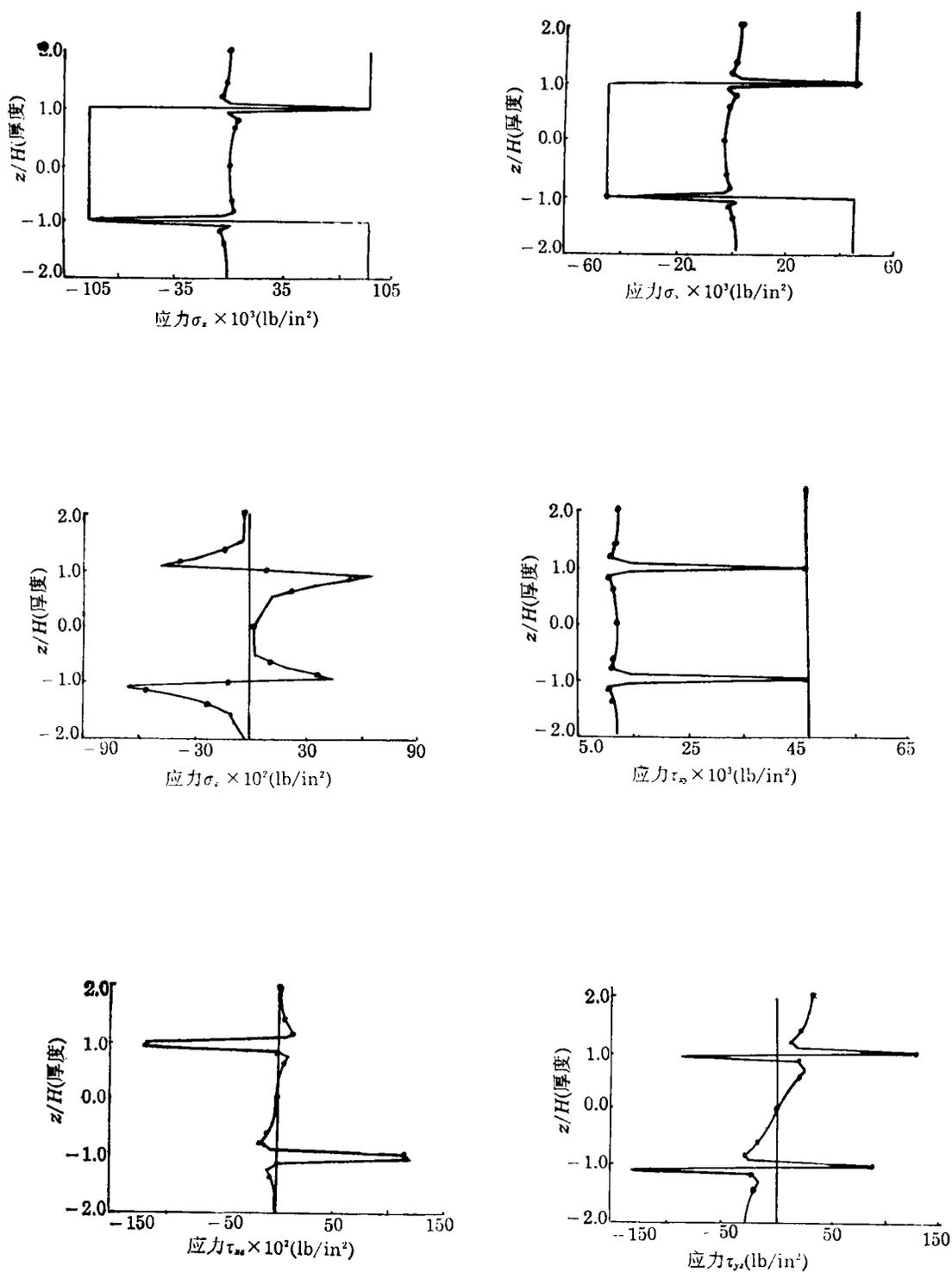


图7 面内剪切下斜交铺层[30, -30], 层合板的应力分布

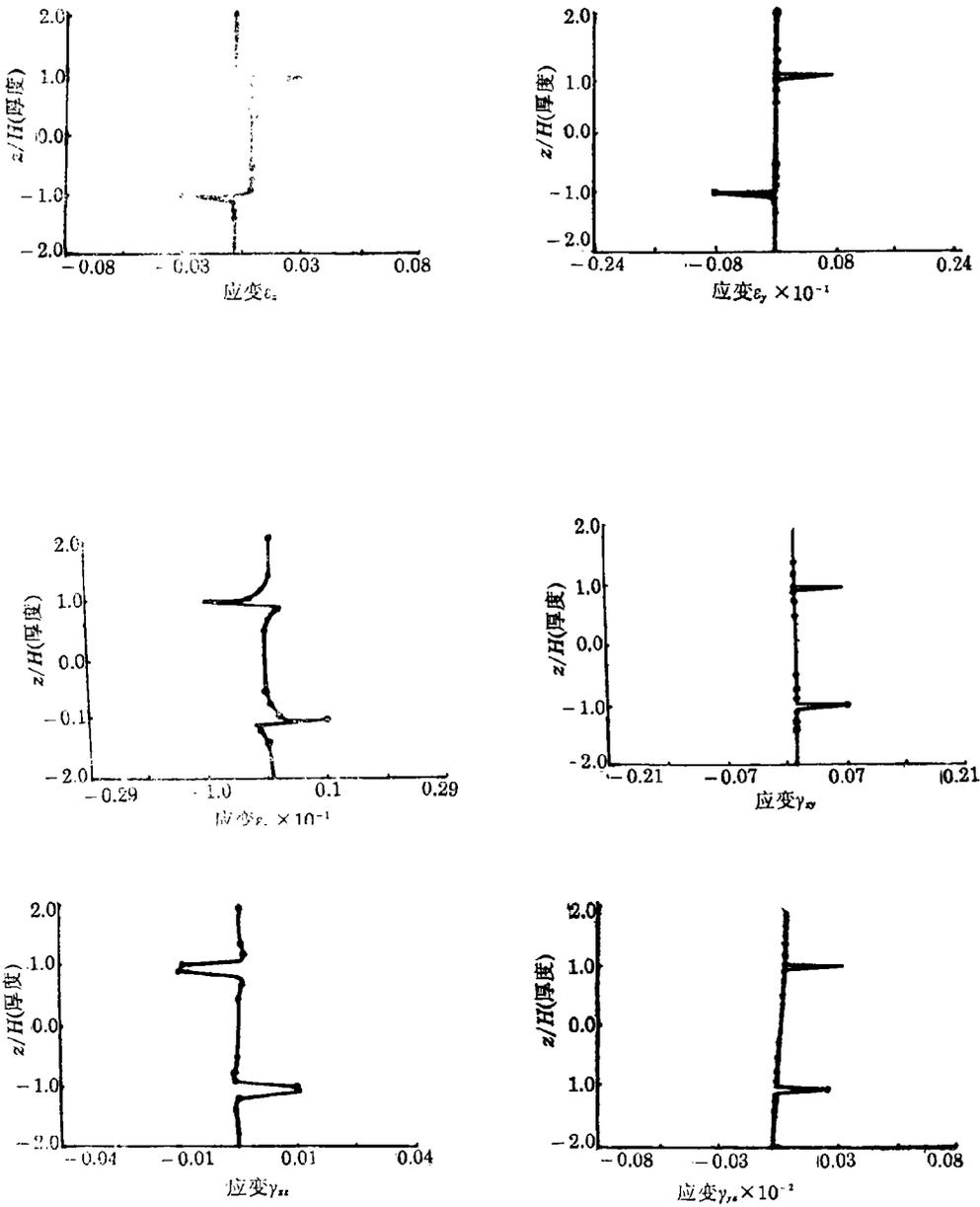


图8 面内剪切下斜交铺层 $[30, -30]$ 层合板的应变分布

#### 四、结 论

综上所述,可以得到以下结论:经典层合板理论仅对正交对称铺层的层合板 $[0/90]$ ,可以给出令人满意的结果。对于斜交对称铺层的层合板,经典理论的误差很大。在层间界面附近,有很强的应力集中现象和局部的三向应力状态,可以称之为“层间界面边界层效应”。在工程设计和强度分析中,应该考虑复合材料层合板的这种层间界面边界层效应。

### 参 考 文 献

- [1] Pipes, R.B. and N.J. Pagano, Interlaminar stresses in composite laminates under uniform axial extension, *J. Composite Materials*, Oct. (1970), 538—548.
- [2] Huang, Q., Three dimensional composite finite element for stress analysis of anisotropic laminate structure, Ph. D. dissertation, Concordia University, Montreal, Quebec, Canada (1989).

## Three Dimensional Stress Analysis of Symmetric Composite Laminates under Uniaxial Extension and in-Plane Pure Shear

Chien Wei-zang    Huang Qian    Feng Wei

(*Shanghai University of Technology; Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai*)

### Abstract

This paper presents the stress and strain distribution obtained numerically in the thickness direction in the central region of symmetric composite laminates under uniaxial extension in-plane pure shear loading. It is shown that in the symmetric angle-ply laminates, near the interlaminar surface, there is an interlaminar boundary-layer effect. The abrupt change of the fiber orientation at the interlaminar surface causes a high concentration of stresses and a local three dimensional stress state.

**Key words** composite materials, laminates, three dimensional stress analysis