

磁力轴承参数对转子运动稳定性的影响*

王洪礼 吴志强

(天津大学力学系, 1992年6月1日收到)

摘 要

本文考虑了磁力的非线性, 给出了主动式磁力轴承支承的转子的运动方程, 通过求解响应方程, 给出了跳跃区间的显式解, 并分析了磁力轴承参数对跳跃区间的影响。

关键词 磁力轴承 跳跃区间 非线性磁力

一、前 言

随着电子技术和控制理论的发展, 磁力轴承在很多领域的应用研究颇为盛行^[1], 其理论研究也逐步深入。为了提高磁力轴承的性能, 需要对其进行适当的控制。磁力轴承以其独特的优点受到人们的亲睐, 然而也带来了一些区别于其它轴承的特性。了解磁力轴承参数与这些特性之间的关系, 是进一步提高轴承特性并进行控制的基础。已有的一些关于磁力轴承理论研究的文章, 大多基于线性假设, 但实际上, 其非线性不可避免^[2]。本文考虑了磁力的非线性, 并分析了磁力轴承参数对转子运动稳定性的影响, 可为控制器的设计提供依据。为此首先给出了磁力轴承支承下的转子单自由度运动方程, 并通过非线性分析给出其响应方程, 由此得到跳跃区间的显式表达, 还讨论了磁力轴承参数对跳跃区间的影响。

二、转子运动方程的规范化

在完全由磁力轴承支承的条件下, 考虑不平衡质量的影响时, 转子的运动方程可表示为:

$$m\ddot{x} = F + m_0 e \Omega^2 \cos \Omega t \quad (2.1)$$

其中 F 为磁力轴承的电磁力, m 为转子的质量, m_0 为转子的偏心质量, e 为偏心距, Ω 为转子的转动频率。现在大多数文章中假设 F 具有线性形式^[3]:

$$F = -K_x x + K_i i$$

这种形式由于会引起机电耦联, 因此讨论极为不便。今假设位移信号经控制电路的作用后仍为 x 的函数, 即用 $i(x)$ 来代替控制电路对磁力的影响。综合 x 和 $i(x)$ 的影响, 假设磁

* 李邝推荐。

国家自然科学基金资助课题

力为:

$$F = -K_1 x + f(x)$$

其中 K_1 为刚度, $f(x)$ 为磁力非线性项。可以证明 $f(x)$ 由 x 的奇次项组成。通过求解控制电流的方程, 求得与线性力相应的控制电流, 代入磁力公式可得:

$$F = -K_1 x + K_3 x^3 \quad (2.2)$$

其中

$$\begin{cases} K_1 = K_0 K \cos r / g_0, & K_3 = K_0 (D - 2K) \cos^3 r / g_0 \\ K_0 = N^2 A \mu_0 \cos r I_m^2 / 4g_0 \\ K = 2[(2\xi^2 \exp[-\delta^2] - 1) / (1 - \exp[-\delta^2]) + 1 / \delta] \\ D = 2(2\xi^2 - 1) / (1 - \exp[-\delta^2]) \end{cases}$$

g_0 为磁极表面与转轴表面的间隙, ξ 为特征电流比, r 为图 1 所示夹角, δ 为无量纲的线性化磁力范围, I_m 为控制电流的最大值。

考虑到内部阻尼的作用^[4], 磁力也应与速度 \dot{x} 有关, 故令磁力具有如下形式:

$$F = -K_1 x + C \dot{x} + K_3 x^3 \quad (2.3)$$

其中 C 为常数可由实验确定。

令初值条件为 $x(0) = E$, $\dot{x}(0) = 0$, 且令

$$x = Ey, \quad t = T\tau, \quad T = \sqrt{\frac{m}{K_1}}, \quad \dot{y} = \frac{dy}{d\tau}$$

于是(2.1)化为

$$\ddot{y} + y + \alpha \dot{y} + \beta y^3 = f_0 v^2 \cos \nu \tau \quad (2.4)$$

此即转子无量纲化的运动方程, 其中 α, β, f 均为小参数,

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= C / \sqrt{MK_1} \ll 1, & \beta &= (2K - D) A^2 \cos^2 r / Kg_0^3 \\ f_0 &= m_0 e / mE, & \nu &= \Omega / \omega \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

ω 为线性化系统的固有频率。

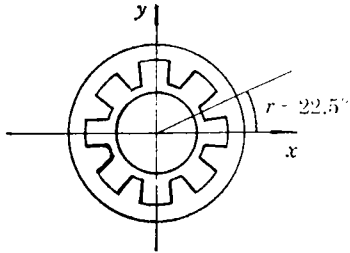


图 1 磁力轴承结构图

三、响应方程及跳跃性的讨论

在主共振情况下, 令方程(2.4)的解为:

$$y = a \cos(\nu \tau + \theta), \quad \dot{y} = -a \sin(\nu \tau + \theta) \quad (3.1)$$

代入(2.4), 得标准方程组:

$$\dot{\theta} = 1 - \nu + \frac{3}{8} \beta a^2 - \frac{1}{2a} f_0 v^2 \cos \theta, \quad \dot{a} = -\frac{a\alpha}{2} - \frac{f_0 v^2 \sin \theta}{2} \quad (3.2)$$

令 $\dot{\theta} = \dot{a} = 0$, 求定常解, 则有:

$$\left. \begin{aligned} \text{tg} \theta &= \frac{-\alpha}{2(1-\nu) + \frac{3}{8} \beta a^2 / 4} \\ a^6 + \frac{16}{3\beta} (1-\nu) a^4 + \frac{64}{9\beta^2} \left[(1-\nu)^2 + \frac{\alpha^2}{4} \right] - \frac{16 f^2}{9\beta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.3a, b)$$

其中 $f = f_0 v^2$, 此即响应方程。

不论通过数值计算, 还是通过实验, 结果都证实方程(2.4)代表的运动中有跳跃现象,

即方程(3.3)有多根。但跳跃在多大的区域中出现，一直未见有解析的表达。解(3.3)，令

$$\Delta = \frac{64}{81\beta^6}(f^4\beta^2 + hf^2\beta + g) \tag{3.4}$$

其中

$$h = 32(1-\nu)[4(1-\nu)^2 + 9\alpha^2]/81$$

$$g = 16[4\alpha^6 + 32\alpha^4(1-\nu)^2 + 64\alpha^2(1-\nu)^4]/243$$

当 $\Delta < 0$ 时，方程(3.3)有多个实根，即有跳跃现象出现。

式(3.4)是一元二次多项式，当其判别式

$$\Delta_2 = h^2 - 4g = [(1-\nu)^2 - 3\alpha^2/4]^3 > 0 \tag{3.5}$$

成立时，存在跳跃区间

$$[f_1, f_2] \tag{3.6}$$

其中 $f_{1,2} = (-h \pm \sqrt{\Delta_2})/2$

总之，当

$$(1-\nu)^2 > 3\alpha^2/4 \tag{3.7}$$

成立时，有跳跃区间(3.6)。由分析易知

① 产生跳跃的条件为

$$\begin{cases} \beta > 0 \\ \nu > 1 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} \beta < 0 \\ \nu < 1 \end{cases}$$

根据本文需要，现讨论 $\beta > 0$ 的情形。

当 $\nu > 1 + (\sqrt{3}/2)\alpha$ 时，存在跳跃区间(3.6)。如图2所示，图中给出了定常激励的幅值 f 与硬特性系数 β 和频率比 ν 构成的参数空间中，跳跃出现的区域。显见，当频率一定时，激励幅值的改变同样可以引起跳跃。

② 系数 α 对跳跃区间的影响(图3)

考虑转子不平衡质量的影响时，激励的幅值与频率有关(式(3.3a))，下面仅研究偏心及硬特性系数与频率比构成的参数空间中， α 对跳跃区间的影响。

当 $\nu > 1 + (\sqrt{3}/2)\alpha$ 时，存在跳跃区间

$$f^2\beta \in [f_1/\nu^4, f_2/\nu^4]$$

从图3可以看出， α 一方面使 $f^2\beta$ 的区间上移，另一方面使出现跳跃区间的 ν 的初值增大， α 对 $f^2\beta$ 的上限影响较小，而对 $f^2\beta$ 的下限的影响较大。

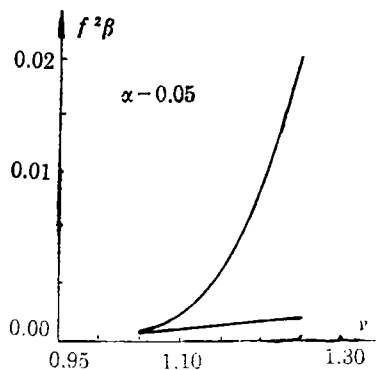


图2 定常激励($f = \text{const}$)下的跳跃区间

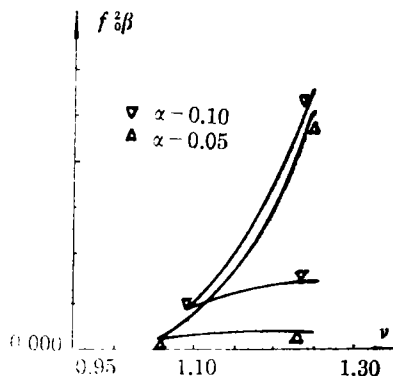


图3 α 对跳跃区间的影响

四、磁力轴承参数对跳跃区间的影响

分析式(2.5)可知,磁力轴承参数的影响主要表现在对系数 α , β 的作用上。

系数 α 增大或刚度减小,都将使跳跃区间收缩。 β 增大则使在一定的偏心作用下的跳跃区间扩展,特征电流比 ξ 与线性化范围 δ 对 β 的影响如图4,图5。

从图4可以看出, ξ 增大时, β 减小,从而跳跃区间收缩(图2)。

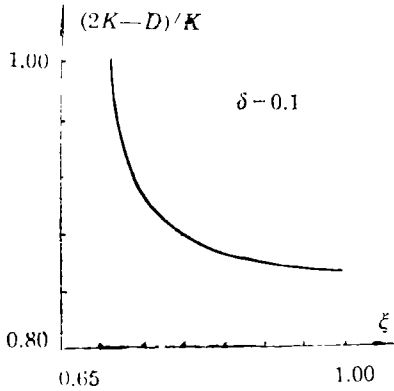


图4 特征电流比 ξ 对 β 的影响

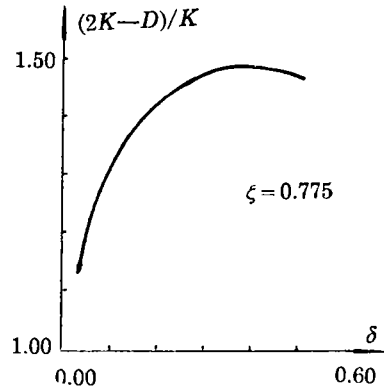


图5 线性化范围 δ 对 β 的影响

从图5可以看出, δ 增大时, β 增大,从而跳跃区间扩展(图2)。

五、结 论

- ① 在系统参数确定的情况下,转子的偏心在一定范围内将引起跳跃。
- ② 在偏心一定的情况下,磁场间隙越小,特征电流比越小,或磁力的线性化范围越大,都会使频域上跳跃区间扩展。

参 考 文 献

- [1] 大田真士,磁気軸受の四高性能とその応用,精密工学会誌,57(4)(1991),594—598.
- [2] Satoh, Ichiju, Jinzo Nagahio, Chikaka Murakami and Atsushi Nakajima, Suppressing of whirling motion of a high-speed rotor suspended by outer-rotor-type magnetic bearing, *JSME International Journal, Series III*, 33(1)(1990), 42—48.
- [3] Ulbrich, H. and E. Anton, Theory and Application of Magnetic Bearing with Integrated Displacement and Velocity Sensors, *IMechE Vibrations in Rotating Machinery*, C299/84 (1984), 543—551.
- [4] 川本広行,磁浮軸受の力学,精密機械,50(5)(1984),821—824.

Effects of AMB Parameters on the Dynamic Stability of the Rotor

Wang Hong-li Wu Zhi-qiang

(Dept. of Mechanics, Tianjin University, Tianjin)

Abstract

The motion equation of the rotor suspended by active magnetic bearing (AMB) is given in the present paper after considering the nonlinear characteristics of the force. From the response equation resulted from this equation, we gained the functions of the jump range, and examined the effects of the AMB's parameters.

Key words magnetic suspended bearing, jumping range, nonlinear electromegnetic force