

三维高速冲击动力有限元滑移面算法

宋 顺 成

(包头 内蒙古金属材料研究所, 1992年 9 月 3 日收到)

摘 要

本文给出三维高速冲击动力有限元滑移面算法。该算法不但能保证单元结点的动量守恒、动量矩守恒, 而且由实例计算表明该算法在处理高速穿、破甲过程中是稳定和有效的。

关键词 动力有限元 高速冲击 穿破甲

一、引 言

对高速冲击过程, 特别是对穿破甲过程进行数值分析的目的, 是利用计算机程序预测弹体和靶体材料的动态响应。它可以帮助人们认识在试验中观察到的各种现象, 也可以用来验证人们研究穿破甲机理时提出的种种假设。它可以对整个系统进行全面分析, 找出各种变量的影响大小, 也可以选择不同参数进行试算, 扩展试验数据。因此利用计算程序对穿破甲过程进行数值计算又被认为是一种先进的试验手段。如果人们掌握了计算机程序, 并认识到了它的应用范围, 那么它就成了一种十分有用的工具。

1987 年在钱伟长教授指导下完成的二维高速冲击动力有限元基本程序 FECP—2D (Finite Element Code for Penetration—2Dimensions), 提出应力协调迭代法, 改善了虚功原理的应用, 提高了动力有限元计算精度^[5]。本文给出三维高速冲击动力有限元程序 FECP—3D 中的滑移面算法。该算法能保证滑移面上结点的动量守恒, 动量矩守恒。同时该算法可退化到二维程序中应用。文末给出计算实例供有关工作者参考。

二、滑 移 面 算 法

在 FECP—3D 程序中使用了四面体单元, 引入了位移应变非线性几何关系和位移、位移速度应变率非线性几何关系, 这一点与早期程序 EPIC3^[1]略有不同。

考虑到单元体元素的刚体转动位移, 这种关系表示为^[4],

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) \\ \dot{\varepsilon}_{ij} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} + \left(\frac{\partial \dot{u}_k}{\partial x_k} - \frac{\partial \dot{u}_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right\} \end{aligned} \quad (2.1)$$

* 钱伟长推荐。

$$+ \left(\frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_k} - \frac{\partial \dot{u}_k}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - 2 \frac{\partial \dot{u}_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \} \quad (2.2)$$

其中 ε_{ij} , $\dot{\varepsilon}_{ij}$ 代表单元体上的应变和应变率, u_i , \dot{u}_i 等代表单元体上的位移和位移速度, 对于 k, l 进行重指标求和 $k, l=1, 2, 3$. 以下只对 i 遇重指标求和并且 $i=1, 2, 3$.

在每个单元 $E(a, b, c, d)$ 内, 位移矢量和位移速度矢量由线性插值给出,

$$u_i = q_a u_{ia} + q_b u_{ib} + q_c u_{ic} + q_d u_{id} \quad (2.3)$$

$$\dot{u}_i = q_a \dot{u}_{ia} + q_b \dot{u}_{ib} + q_c \dot{u}_{ic} + q_d \dot{u}_{id} \quad (2.4)$$

其中 q_a, q_b, q_c, q_d 分别为四面体单元体积分坐标, u_{ib}, \dot{u}_{ib} 等表示单元体结点上的位移和位移速度.

对于单元各结点任意时刻 t 的位移矢量, 例如结点 a 上的位移矢量 u_{ia}^t 可积分位移速度矢量得到,

$$u_{ia}^t = u_{ia}^{t-\Delta t} + \int_{t-\Delta t}^t \dot{u}_{ia} dt \quad (2.5)$$

由(2.1)式及(2.2)式可以看出, 决定材料应变和应变率的是位移矢量和位移速度矢量, 由(2.3)式和(2.5)式可以看出决定位移矢量的是位移速度矢量. 在穿破甲过程中, 弹体和靶体的动量、能量交换主要靠滑移面上结点的相互作用. 处理滑移面, 一是要保证结点的互不侵入, 二是要正确地计算滑移面上结点的位移速度, 使之相互匹配.

在 FECP-3D 程序中定义滑移面上一方材料的结点(如靶体材料结点)为“主结点”, 并且由主结点组成“主面”, 定义滑移面上另一方材料的结点(如弹体材料结点)为“从属结点”. 在计算过程中, 每当给定一个步长在积分(2.5)式之前, 首先检查从属结点是否侵入到了主面内. 如果从属结点侵入到了主面内, 则把该从属结点沿主面法线拉到主面上. 然后调整该从属结点以及对应的主结点沿主面法线的位移速度. 假设此时从属结点为 s , 对应的主面为 (a, b, c) , 则由(2.4)式

$$V_s^N = L_{as} V_a^N + L_{bs} V_b^N + L_{cs} V_c^N \quad (2.6)$$

其中 $V_s^N, V_a^N, V_b^N, V_c^N$ 分别为从属结点和主结点沿主面法线的位移速度, L_{as}, L_{bs}, L_{cs} 是主面 (a, b, c) 上 s 的面积坐标值.

从属结点被拉到主面上之后, 由于 V_s^N 的变化引起动量增量 $\Delta V_s^N M_s$, 该动量增量加负号按比例分配在主结点上,

$$\Delta V_a^N M_a = -\Delta V_s^N M_s L_{as} \quad (2.7)$$

$$\Delta V_b^N M_b = -\Delta V_s^N M_s L_{bs} \quad (2.8)$$

$$\Delta V_c^N M_c = -\Delta V_s^N M_s L_{cs} \quad (2.9)$$

其中 M_s, M_a, M_b, M_c 分别为从属结点和主结点的质量.

由(2.7)~(2.9)式可以证明主结点和从属结点沿主面法线方向的位移速度被调整后, 不但动量守恒, 而且对 s 的动量矩守恒. 调整前结点沿主面法线的位移速度 $V_s^N, V_a^N, V_b^N, V_c^N$ 可由调整前各结点的位移速度矢量 $\vec{u}_{is}, \vec{u}_{ia}, \vec{u}_{ib}, \vec{u}_{ic}$ 求得,

$$V_s^N = \vec{u}_{is} n_i \quad (2.10)$$

$$V_a^N = \vec{u}_{ia} n_i \quad (2.11)$$

$$V_b^N = \vec{u}_{ib} n_i \quad (2.12)$$

$$V_c^N = \vec{u}_{ic} n_i \quad (2.13)$$

其中 n_i 为主面法线方向数矢量.

由(2.6)~(2.9)式,

$$\Delta V_i^N = \frac{L_{a_s} V_a^N + L_{b_s} V_b^N + L_{c_s} V_c^N - V_i^N}{1 + L_{a_s}^2 M_s / M_a + L_{b_s}^2 M_s / M_b + L_{c_s}^2 M_s / M_c} \quad (2.14)$$

同 EPIC3^[21] 相类似可以考虑滑移面摩擦效应。由于摩擦效应, 从属结点沿主面法线方向位移速度增量为,

$$\Delta V_i^t = f_s \Delta V_i^N \quad (2.15)$$

其中 f_s 为摩擦系数。

沿主面切向的位移速度矢量可由总位移速度矢量减去沿主面法线方向的位移速度矢量得到,

$$\dot{u}_{i_s}^t = \dot{u}_{i_s} - n_i V_i^N \quad (2.16)$$

$$\dot{u}_{i_m}^t = \dot{u}_{i_m} - n_i V_m^N \quad (2.17)$$

其中,

$$\dot{u}_{i_m} = L_{a_s} \dot{u}_{i_a} + L_{b_s} \dot{u}_{i_b} + L_{c_s} \dot{u}_{i_c} \quad (2.18)$$

$$V_m^N = L_{a_s} V_a^N + L_{b_s} V_b^N + L_{c_s} V_c^N \quad (2.19)$$

沿主面切向, 从属结点对主面的相对位移速度矢量 $\dot{u}_{i_r}^t$ 为,

$$\dot{u}_{i_r}^t = \dot{u}_{i_m}^t - \dot{u}_{i_s}^t \quad (2.20)$$

最后, 由于摩擦效应引起的结点速度矢量增量为,

$$\Delta \dot{u}_{i_s}^t = (\dot{u}_{i_r}^t / \sqrt{\dot{u}_{i_r}^t \dot{u}_{i_r}^t}) \Delta V_i^t \quad (2.21)$$

$$\Delta \dot{u}_{i_a}^t = -L_{a_s} M_s \Delta \dot{u}_{i_s}^t / M_a \quad (2.22)$$

$$\Delta \dot{u}_{i_b}^t = -L_{b_s} M_s \Delta \dot{u}_{i_s}^t / M_b \quad (2.23)$$

$$\Delta \dot{u}_{i_c}^t = -L_{c_s} M_s \Delta \dot{u}_{i_s}^t / M_c \quad (2.24)$$

(2.6)~(2.24)式给出了单个从属结点侵入主面的滑移面算法, 对于多个从属结点侵入同一主面的情况可以用迭代过程反复调整, 直至位移速度匹配满意为止。在大变形过程中, 最好将从属结点和主结点互换一次, 重复上述滑移面算法, 可以保证界面的互不侵入。

三、计算实例

图1是利用 FECP-3D 程序在微机上所计算的铜柱射流冲击装甲钢板的过程。冲击速度为8000m/s, 铜柱强度给定49MPa, 装甲钢板强度给定1.18GPa, 分四面体单元3'00个, 计算时间约30小时。图2是利用 FECP-3D 程序在微机上所计算的钨合金杆冲击装甲钢板的过程, 冲击速度为1800m/s, 给定钨合金杆强度为1.76GPa, 装甲钢板强度为1.18GPa, 分四面体单元2000个, 计算时间约24小时。破坏模型选用的侵蚀(Erosion)模型, 破坏准则采用塑性应变极限准则, 相当极限值在1.5~2.0范围内^[3]。从计算过程看出前者近似流体过程, 弹体破坏总发生在弹体最前部, 而且弹体一直压靠在靶体界面上。而后者近似弹塑性体, 弹体破坏发生在弹体头部一定范围内, 呈块状溅飞, 而且弹体也不是一直压靠在靶体界面上。

尽管破坏模型对钨合金杆冲击装甲钢板来说不尽完善, 但说明上述滑移面算法应用于三维高速冲击计算程序基本上能反映实际冲击现象。

图3是将上述滑移面算法退化应用于二维高速冲击冲塞模型的计算实例。其中弹体为四分之一英寸回火马氏体钢球, 靶体材料为2100钢板, 冲击速度为1240m/s, 计算结果和文

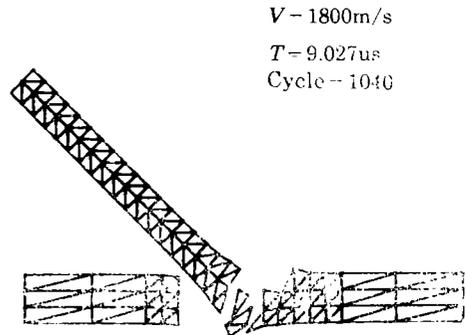
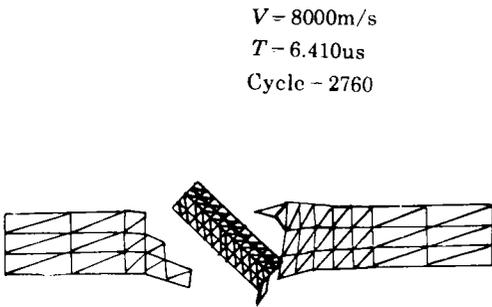
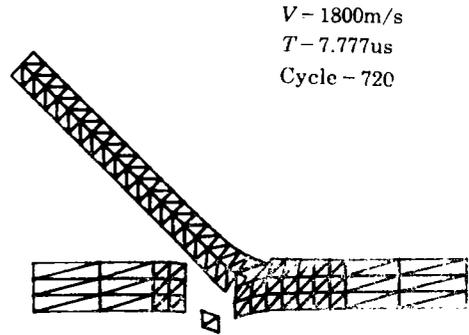
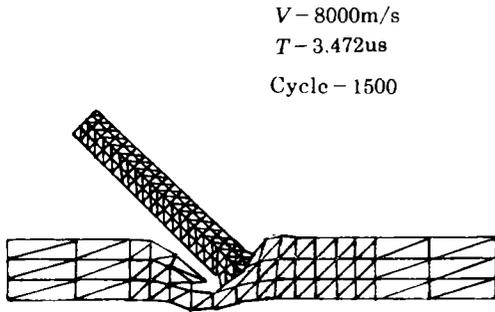
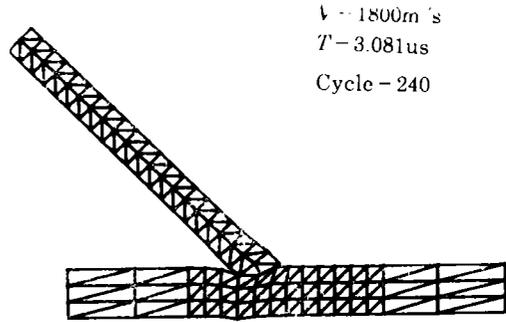
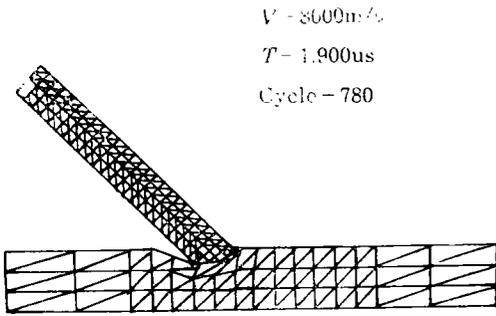


图1 射流侵彻装甲钢三维计算

图2 钨合金杆侵彻装甲钢三维计算

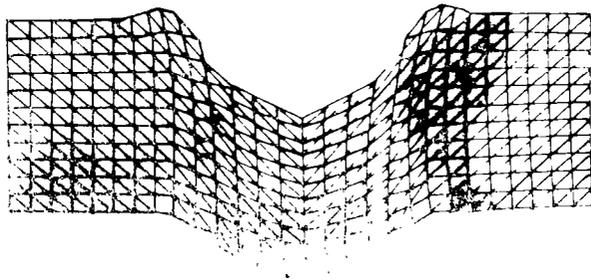


图3 本文程序计算结果

[6]的实验结果接近。其中出口处误差来源于冲塞模型的简化。

参 考 文 献

- [1] Johnson, G. R., High velocity impact calculations in three dimensions, *J. Appl. Mech.*, **44** (1977).
- [2] Johnson, G. R., D. D. Colby and D. J. Vavick, Three dimensional computer code for dynamic response of solids to intense impulsive loads, *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, **14** (1979).
- [3] Johnson, G. R. and R. A. Stryk, Eroding interface and improved tetrahedra element algorithms for high-velocity impact computations in three dimensions, *Int. J. Impact Eng.*, **5** (1987).
- [4] 钱伟长, 《穿甲力学》, 国防工业出版社 (1984).
- [5] 宋顺成, 应力协调迭代法在高速冲击动力有限元中的应用, *应用数学和力学*, **10**(2) (1989), 137—143.
- [6] 周培基, A.K. 霍普肯斯, 《材料对强冲击载荷的动态响应》(中译本), 科学出版社 (1986).
- [7] 宋顺成, 高速冲击数值计算及计算机模拟, 上海工业大学博士论文 (1987).

The Sliding Surface Algorithms in Three Dimensional Dynamic Finite Element Code

Song Shun-cheng

(Inner Mongolia Research Institute of Metallic Materials, Baotou)

Abstract

In this paper, the Sliding surface algorithms in dynamic finite element analysis of high velocity impact are presented. With these algorithms, the momentum and the angular momentum of the element can be conserved. The calculated examples show that the calculation using these algorithms in dynamic finite element analysis of high velocity is valid and stable.

Key words impetus finite element, high speed impact, armour piercing