

# 用概率断裂力学方法预测 管状接头的疲劳寿命

聂国华 翁智远 刘人怀

(同济大学工程力学系) (暨南大学)  
(1993年12月24日收到)

## 摘 要

本文研究了T型管状接头在面内和面外弯曲循环载荷作用下的疲劳强度问题。通过将材料常数和初始裂纹尺寸作为随机变量,采用 Monte Carlo 模拟方法对疲劳寿命进行了统计分析。同时,对计算结果进行了线性回归,并与实验结果作了比较。

**关键词** 蒙特卡洛模拟方法 概率断裂力学 疲劳 管状接头

## 一、引 言

海洋中波浪及风、潮流等环境载荷的作用,常常危害近海平台的作业安全。而近海平台事故的发生多因其关键部件——管状接头的疲劳强度不够所致,因此分析管接头的疲劳问题十分必要。作为表征疲劳强度主要参数疲劳裂纹扩展寿命的估测,由于许多客观和人为因素的影响,使其显示出很大的分散性。就客观而言,材料特性及初始裂纹尺寸等量都是随机的变量,因而对它们进行随机分析具有重要的意义。

本文工作考虑了T型管状接头(两个圆柱壳正交布置)在面内和面外弯曲循环载荷作用下的疲劳问题。通过将材料常数  $C$ ,  $m$  和初始裂纹尺寸  $a_0$ ,  $c_0$  看作随机变量,运用 Monte Carlo 方法,产生一批随机数,采用表征疲劳裂纹扩展过程的 Paris 定律,并计及焊缝的影响,对裂纹扩展寿命进行了统计分析,考察了疲劳裂纹扩展过程中表面裂纹的变化规律及初始裂纹形状对寿命的影响。同时,对计算结果进行线性回归并与实验结果作了比较。

## 二、管接头疲劳裂纹扩展及应力强度因子

用于工程中的焊接结构的疲劳寿命,主要是疲劳裂纹扩展阶段的寿命,而这个扩展寿命是由疲劳裂纹的扩展速率决定的。对管状接头而言,表面缺陷(裂纹)发生在管与管交接地方的焊趾处并在循环外载作用下沿厚度和表面方向进行扩展。因此,表征疲劳裂纹扩展过程可用 Paris 定律进行描述

$$\left. \begin{aligned} \frac{da}{dN} &= C_d (\Delta K_d)^{m_d} \\ \frac{dc}{dN} &= C_s (\Delta K_s)^{m_s} \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

式中,  $C_d$ ,  $m_d$ ,  $C_s$ ,  $m_s$  分别为裂纹前沿最深处和表面的材料常数,  $\Delta K_d$ ,  $\Delta K_s$  为相应的应力强度因子范围。

对于管接头来说, 其内部尤其焊趾处应力状态比较复杂, 通常是拉伸和弯曲应力状态的复合。计及焊缝的影响, 应力强度因子范围一般可写成

$$\left. \begin{aligned} \Delta K_d &= [M_{km(d)} Y_{m(d)} \Delta\sigma_m + M_{kb(d)} Y_{b(d)} \Delta\sigma_b] \sqrt{\pi a} \\ \Delta K_s &= [M_{km(s)} Y_{m(s)} \Delta\sigma_m + M_{kb(s)} Y_{b(s)} \Delta\sigma_b] \sqrt{\pi a} \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

这里,  $M_{km}$ ,  $M_{kb}$  为焊缝引起的放大因子,  $Y_m$ ,  $Y_b$  为裂纹形状、尺寸的函数,  $\Delta\sigma_m$  为薄膜应力范围,  $\Delta\sigma_b$  为弯曲应力范围,  $a$  为裂纹深度方向的尺寸。

由于裂纹扩展的形状受到局部应力状态 (焊趾附近) 和管交接区域附近材料特性的影响, 即使平面型小尺寸表面裂纹扩展时会产生翘曲变成形状很复杂的表面裂纹。为了真实反映管接头的实际应力状态,  $\Delta\sigma_m$ ,  $\Delta\sigma_b$  取为热点应力范围, 从而计及了管接头整体几何形状的影响 (后面的分析表明, 实验中通过微应变仪测得结构真实应变, 从而可得到用于疲劳分析的热点应力范围  $\Delta\sigma = E\Delta\varepsilon$  值)。裂纹形状、尺寸的函数采用用三维有限元结果拟合的数学表达式<sup>[1]</sup>, 这样我们可将具有表面裂纹的管接头在裂纹前沿最深处和表面的应力强度因子进一步表示为 (如图1所示)

$$\left. \begin{aligned} \Delta K_d &= [M_{km(d)} \Delta\sigma_m + M_{kb(d)} H\left(\frac{\pi}{2}\right) \Delta\sigma_b] \sqrt{\pi a/Q} F\left(\frac{a}{t}, \frac{a}{c}, \frac{\pi}{2}\right) \\ \Delta K_s &= [M_{km(s)} \Delta\sigma_m + M_{kb(s)} H(0) \Delta\sigma_b] \sqrt{\pi a/Q} F(a/t, a/c, 0) \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

式中  $Q = 1 + 1.464 \left(\frac{a}{c}\right)^{1.65}$

$$F = \left[ M_1 + M_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + M_3 \left(\frac{a}{t}\right)^4 \right] f_\phi g$$

$F$  式中  $M_1 = 1.13 - 0.09 \left(\frac{a}{c}\right)$

$$M_2 = -0.54 + \frac{0.89}{0.2 + (a/c)}$$

$$M_3 = 0.5 - \frac{1.0}{0.65 + (a/c)} + 14 \left(1.0 - \frac{a}{c}\right)^{2.4}$$

$$f_\phi = \left[ \left(\frac{a}{c}\right)^2 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \right]^{1/4}$$

$$g = 1 + \left[ 0.1 + 0.35 \left(\frac{a}{t}\right)^2 \right] (1 - \sin \phi)^2$$

$$H = H_1 + (H_2 - H_1) \sin^p \phi$$

$H$  式中  $p = 0.2 + \frac{a}{c} + 0.6 \frac{a}{t}$

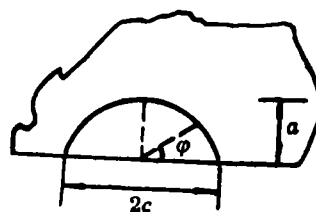


图 1

$$H_1 = 1 - 0.34 \frac{a}{t} - 0.11 \frac{a}{c} \left( \frac{a}{t} \right)$$

$$H_2 = 1 + G_1 \left( \frac{a}{t} \right) + G_2 \left( \frac{a}{t} \right)^2$$

$$H_2 \text{ 式中, } G_1 = -1.22 - 0.12 \frac{a}{c}, \quad G_2 = 0.55 - 1.05 \left( \frac{a}{c} \right)^{0.76} + 0.47 \left( \frac{a}{c} \right)^{1.6}$$

式(2.3)中的放大因子采用 Lawrence 等人<sup>[2][3]</sup>分析焊接件疲劳问题时建议的表达式

$$M_{k_d} = 1 + (K_t - 1) \exp[-35(K_t - 1)a/t] \quad (2.4)$$

$$M_{k_s} = K_t$$

$$\text{式中 } K_t = \begin{cases} 1 + a_m(t/a_m)^{1/2} & (\text{拉伸}) \\ 1 + a_b(t/a_m)^{1/2} & (\text{弯曲}) \end{cases}$$

$K_t$ 中,  $a_m = 2.5 \times 10^{-5} (2068/\sigma_{ut})^{1.8}$ ,  $a_m$ 和 $\sigma_{ut}$ 的量纲为米和兆帕(MPa),  $\sigma_{ut}$ 为材料拉伸极限强度,  $t$ 为弦杆壁厚。

从式(2.4)可以看出, 在裂纹表面处( $a=0$ ),  $M_{k_d} = k_t$ 。当 $a/t$ 较大时,  $M_{k_d} \rightarrow 1$ , 亦即当裂纹扩展越接近贯穿壁厚时, 裂纹前沿最深处焊缝对此无影响。

### 三、随机变量与随机数的产生

在管接头疲劳裂纹扩展中, 由于多种因素的不确定性, 疲劳裂纹寿命的估算及疲劳裂纹扩展特性显示出很大的分散性。Paris 定律中的材料常数 $C$ ,  $m$ 与初始裂纹尺寸 $a_0$ ,  $c_0$ 等量实际应是随机变量。

已有的对疲劳构件进行概率统计分析的文献表明, 材料常数和初始裂纹尺寸作为随机变量通常服从正态分布和威布尔分布。

根据概率论可知,  $[0, 1]$ 上均匀分布的随机变量与其他分布的随机变量之间有着重要关系<sup>[6]</sup>, 即

若随机变量 $X$ 的分布函数为 $F(x)$ , 且 $F(x)$ 是 $x$ 的连续函数, 则随机变量 $Y = F(X)$ 在 $[0, 1]$ 上呈均匀分布。

根据这一基本原理可以分析到随机变量服从某一分布的随机数的产生方法。

这里介绍本文计算中实际用到的随机数产生方法<sup>[14]</sup>。

#### (1) 正态分布随机数

采用变换抽样<sup>[4]</sup>方案。

##### (a) 服从标准正态分布的随机数的产生

设在 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数为 $x_1, x_2, \dots$ 。变量 $X_1, X_2$ 独立同分布于 $U(0, 1)$ , 则变量 $Y_1, Y_2$ 独立同分布于 $N(0, 1)$ 。  $Y_1, Y_2$ 表达如下

$$Y_1 = \sqrt{-2 \ln X_1} \cos(2\pi X_2)$$

$$Y_2 = \sqrt{-2 \ln X_1} \sin(2\pi X_2)$$

服从 $N(0, 1)$ 的随机数 $y_1, y_2, \dots$ , 由此得到

$$\begin{aligned} y_1 &= \sqrt{-2\ln x_1} \cos(2\pi x_2) \\ y_2 &= \sqrt{-2\ln x_1} \sin(2\pi x_2) \end{aligned} \quad (3.1)$$

(b) 服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$  的随机变量  $Z$  的随机数  $z_1, z_2, \dots$ , 根据正态分布的性质得到

$$\begin{aligned} z_1 &= \mu + \sigma y_1 \\ z_2 &= \mu + \sigma y_2 \end{aligned} \quad (3.2)$$

## (2) 三参数威布尔分布随机数

采用直接抽样方案。

设  $x$  为  $[0, 1]$  上均匀分布的随机数,  $y$  为服从威布尔分布的随机数, 由威布尔分布的变量的概率分布函数, 可知

$$x = 1 - \exp[-(y - \delta)^a / \beta]$$

或 
$$y = \delta + [-\beta \ln(1 - x)]^{1/a}$$

由于  $x$  为  $[0, 1]$  上均匀分布的随机数, 故  $(1 - x)$  也为同一分布的随机数, 改写上式成

$$y = \delta + [-\beta \ln x]^{1/a} \quad (3.3)$$

式中, 位置参数  $\delta \geq 0$ , 形状参数  $a > 0$ , 尺度参数  $\beta > 0$ 。

## 四、疲劳裂纹扩展寿命的计算方法

在假定材料常数和初始裂纹尺寸服从某一分布时, 根据上述随机数的产生方法可以得到一批随机样本  $(C, m; a_0, c_0)$ , 对于每一样本可用方程(2.1)进行数值计算, 从而得到相应的疲劳寿命, 最终可得到一批疲劳寿命值。

本文在对每一样本计算疲劳寿命时, 采用裂纹扩展最深处的扩展增量  $\Delta a$  为计算步长, 具体步骤如下:

1) 给定某一  $\Delta a_1$ , 以初始裂纹尺寸  $a_0, c_0$  为基值, 根据公式(2.1)的第一式, 得到  $\Delta N_1$ , 再由第二式得到裂纹表面扩展增量  $\Delta c_1$ 。这样, 扩展的寿命为  $\Delta N_1$ , 两个方向的裂纹尺寸为  $a_1 = a_0 + \Delta a$ ,  $c_1 = c_0 + \Delta c_1$ 。

2) 给定  $\Delta a_2$ , 以  $a_1, c_1$  为基值, 重复步骤1), 得到  $a_2 = a_0 + \Delta a_1 + \Delta a_2$ ,  $c_2 = c_0 + \Delta c_1 + \Delta c_2$ , 此时寿命  $N = \Delta N_1 + \Delta N_2$ 。

3) 重复以上步骤, 当  $a_N = a_0 + \sum_{i=1}^N \Delta a_i = t$  (弦杆壁厚) 时, 停止计算, 此时对应的  $N =$

$\sum_{i=1}^N \Delta N_i$  为扩展的总寿命。

## 五、算例与结果分析

本文工作选用英国国家实验室和焊接研究所<sup>[6]</sup>采用的T型管接头的尺寸和材料参数作为计算依据, 没有给出的一些参数参考已有的文献<sup>[7]~[13]</sup>。

T型管接头的弦杆直径为168mm, 壁厚为6.3mm。一些计算参数选择如下

弹性模量  $E = 0.21 \times 10^8 \text{ N/mm}^2$ ,  $\alpha_m = 0.38$ ,  $\alpha_s = 0.19$ ,  $\sigma_{ut} = 616 \text{ N/mm}^2$ , 材料常数

$m$  服从正态分布, 即  $m \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu = 3.055$ ,  $\sigma = 0.015$ .  $\ln C$  服从正态分布,  $\ln C \sim N(-29.84, 0.55)$ . 初始裂纹尺寸  $a_0$  服从三参数威布尔分布,  $\alpha = 2.101$ ,  $\beta = 0.024$ ,  $\delta = 0.00002$ ,  $a_0/c_0 = 0.15$ .

实验中用应变仪测量的微应变见表1.

表 1

试件数	热点应变范围 $\Delta e$	外载形式	试验室
1	1584	面内弯曲 IPB	BNEL*
2	1674	IPB	BNEL
3	2574	IPB	BNEL
4	1935	IPB	BNEL
5	1154	IPB	BNEL
6	1370	面外弯曲 OPB	WI**
7	1520	OPB	WI
8	1710	OPB	WI
9	1210	OPB	WI
10	1430	OPB	WI

\*: 国家工程实验室(英); \*\*: 焊接研究所

对于每个试件, 取200个随机样本进行计算和分析. 全部计算是在PC386上完成的. 计算结果和实验值(疲劳裂纹扩展寿命)列于表2中.

表 2

试件数	热点应力范围 $\Delta\sigma$ (N/mm <sup>2</sup> )	实验值 ( $\times 10^5$ )	计算均值 ( $\times 10^5$ )	标准差 ( $\times 10^5$ )
1	332.64	13.002	1.571	0.520
2	351.54	16.566	1.370	0.279
3	540.54	1.749	0.360	0.073
4	406.35	7.260	0.860	0.172
5	242.34	56.100	4.172	0.812
6	287.70	13.200	2.672	0.509
7	319.20	13.200	1.945	0.373
8	359.10	5.808	1.357	0.262
9	254.10	15.180	3.904	0.739
10	300.30	15.180	2.344	0.448

现对实验值和计算均值分别进行线性回归.

设回归结果形式为  $\lg N = a_1 + a_2 \lg \Delta\sigma$ , 系数  $a_1$  和  $a_2$  通过推导可知

$$a_1 = \overline{\lg N} - a_2 \overline{\lg \Delta\sigma}$$

$$a_2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\lg \Delta\sigma_i - \overline{\lg \Delta\sigma})(\lg N_i - \overline{\lg N})}{\sum_{i=1}^N (\lg \Delta\sigma_i - \overline{\lg \Delta\sigma})^2}$$

式中 
$$\overline{\lg \Delta\sigma} = \frac{\lg \Delta\sigma_1 + \lg \Delta\sigma_2 + \dots + \lg \Delta\sigma_N}{N} = \lg (\Delta\sigma_1 \Delta\sigma_2 \dots \Delta\sigma_N)^{1/N}$$

$$\overline{\lg N} = \frac{\lg N_1 + \lg N_2 + \dots + \lg N_N}{N} = \lg (N_1 N_2 \dots N_N)^{1/N}$$

本文计算中对面内和面内循环载荷作用情形,  $N = 5$ . 回归结果如下

## a) 面内载荷

计算值  $\lg N = 8.442 - 1.234 \lg \Delta \sigma$  或  $\lg N = 1.872 - 1.234 \lg \Delta \varepsilon$

实验值  $\lg N = 10.007 - 1.461 \lg \Delta \sigma$  或  $\lg N = 2.230 - 1.461 \lg \Delta \varepsilon$

## b) 面外载荷

计算值  $\lg N = 12.969 - 3.067 \lg \Delta \sigma$  或  $\lg N = -3.355 - 3.067 \lg \Delta \varepsilon$

实验值  $\lg N = 12.416 - 2.557 \lg \Delta \sigma$  或  $\lg N = -1.195 - 2.557 \lg \Delta \varepsilon$

从上面结果可以看出, 实验值与计算结果比较接近。

本文还进一步考察了初始裂纹尺寸的变化对寿命的影响, 具体计算了  $a_0/c_0 = 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.5, 0.7, 1.0$  七种初始条件下的寿命均值, 结果列于表 3 中。计算中材料常数  $m$  取为 3.1, 其他参数与前面的一样。试件分别选取第 1 和第 10 号。

表 3

$a_0/c_0$		0.15	0.2	0.25	0.3	0.5	0.7	1.0	实验值( $\times 10^5$ )
IPB	计算均值	11.782	12.156	12.451	12.694	13.383	13.849	14.383	13.002
OPB	( $\times 10^5$ )	17.424	17.967	18.399	18.752	19.766	20.451	21.234	15.180

从表列结果可知, 初始裂纹尺寸的变化对寿命影响不大。这表明裂纹在扩展过程中, 裂纹形状按一定的规律自行调整, 最终  $a/c$  趋于某一定值。本文计算中  $a/c$  最终趋于 0.11 左右, 与确定性分析的结果相吻合<sup>[16]</sup>。对于不考虑裂缝影响的情况, 裂纹形状趋于半圆 ( $a/c = 0.7, 0.8$  左右)<sup>[12][10]</sup>。

本文所提出和采用的数值计算方法可推广到对 Y 型、K 型等管状接头的疲劳分析中。

## 参 考 文 献

- [1] Newman, J. C. and I. S. Raju, An empirical stress-intensity factor equation for the surface crack, *Engineering Fracture Mechanics*, 15(1, 2)(1981), 185—192.
- [2] Lawrence, F. V., N. J. Ho, and P. K. Mazumdar, Predicting the fatigue resistance of welds, *Ann. Rev. Mater. Sci.*, 11(1981), 401—425.
- [3] Peterson, R. E., Notch-sensitivity, *Metal Fatigue*, edited by G. Sines, and J. L. Waisman, McGraw-Hill, NY, (1959).
- [4] 中国科学院计算中心概率统计组, 《概率统计计算》, 科学出版社, (1979).
- [5] 桑国光、张圣坤, 《结构可靠性原理及其应用》, 上海交通大学出版社(1986).
- [6] McDonald, A. and J. G. Wylde, Experimental results of fatigue tests on tubular welded joints, *Fatigue Offshore Structural Steels*, Thomas Telford Ltd., London, (1981).
- [7] Van Delft, D. R. V. et al., The Calculation of Fatigue Crack Growth in Welded Tubular Joints Using Fracture Mechanics, OTC, (1986), 573—582.
- [8] Engesvik, K. M. and T. Moan, Probabilistic analysis of the uncertainty in the fatigue capacity of welded joints, *Engineering Fracture Mechanics*, 18 (4) (1983), 743—762.
- [9] Kirkemo, F., Applications of probabilistic fracture mechanics to offshore structures, *Appl. Mech. Rev.*, 41(2)(1988), 61—84.

- [10] DnV (1984).
- [11] Connolly, M. P. and W. D. Dover, On the fatigue fracture mechanics analysis of tubular joints, *Proc. OMAE, Huston*, 7—8 April, (1987), 287—293.
- [12] 张延宏等、管接点疲劳寿命估算的统计分析方法、海洋工程, 8(4)(1990), 15—23.
- [13] 郑学祥等, 《船舶及海洋工程结构的断裂与疲劳分析》, 海洋出版社, 北京(1988).
- [14] 方再根, 《计算机模拟和蒙特卡洛方法》, 北京工业学院出版社, 北京(1988).
- [15] Hudak Jr., S. J. et al., *Analysis of Corrosion Fatigue Crack Growth in Welded Tubular Joints*, OTC, (1984), 495—507.
- [16] Wu, S. X., Shape change of surface crack during fatigue growth, *Engineering Fracture Mechanics*, 22(5)(1985), 897—913.

## Application of the Probabilistic Fracture Mechanics Method of Predicting the Fatigue Life of Tubular Joints

Nie Guo-hua    Weng Zhi-yuan

(*Institute of Engineering Mechanics, Tongji University, Shanghai*)

Liu Ren-huai

(*Ji'nan University, Guangzhou*)

### Abstract

In this paper fatigue strength of T-type tubular joints subjected to in-plane bending or out-of-plane bending load is investigated. By considering material constants and initial crack sizes as random variables and applying Monte Carlo Simulation method, we have given a statistical analysis on fatigue life. Simultaneously, linear regression analyses of computed results are performed and compared with that of the known experimental data.

**Key words** Monte Carlo simulation method, probabilistic fracture mechanics, fatigue, tubular joints