

# 粉尘气体中激波绕射的数值研究\*

吴清松 朱 红 徐燕侯

(中国科学技术大学力学和机械工程系)

王 柏 懿

(中国科学院力学研究所)

## 摘 要

本文针对稀相气固两相体系, 选取双流体耦合模型, 综合运用算子分裂技术和高精度高分辨率数值方法, 研究了激波在粉尘气体中沿 $90^\circ$ 拐角的绕射特性, 揭示了固相颗粒及其物性改变对激波绕射特征和波后流场结构的影响。

**关键词** 粉尘气体 激波绕射 数值研究

## 一、引 言

鉴于重要的理论意义和广泛的工程应用背景, 激波绕射的理论和实验研究, 多年来一直是气动力学的热点课题。对于纯气体情况, 人们已发展了许多处理有强间断的复杂流动数值研究方法<sup>[1~3]</sup>。但是, 涉及激波在含粉尘的气固两相介质中绕射问题的研究至今仍处于起步阶段。我们知道, 煤矿坑道里瓦斯喷射, 工业粉尘爆炸, 高速飞行器的粒子云浸蚀等问题均与激波在粉尘气体中传播特性密切相关。由于问题的复杂性, 人们至今对上述现象形成机理和演变规律尚未完全弄清。因此, 我们必须首先从一些简化物理问题和模型着手。例如, 搞清激波在惰性粉尘气体中包括绕射现象在内的各种传播特性, 无疑对深入探讨带化学反应的粉爆成因具有指导意义。由此可见, 研究激波在粉尘气体中的绕射特性, 既是气固两相流基础研究的一项重要内容, 也为解决安全和环保中一些工程实际问题提供理论依据。本文取稀颗粒群下气固两相耦合的双流体简化模型, 综合运用算子分裂技术和高精度高分辨率数值方法, 研究了平面激波在粉尘气体中沿 $90^\circ$ 拐角的绕射。通过与纯气体情况比较和改变颗粒物性作对比计算, 揭示了固相粒子出现和粒子物性参数改变对激波绕射特征和波后流场结构形态的影响。

\*国家自然科学基金资助课题。

卞荫贵推荐, 1994年5月13日收到。

## 二、模型和方程

如图1所示,纯气体中有一平面激波 $S$ 自左向右沿平壁方向传播,至 $90^\circ$ 拐角处后进入颗粒均匀散布的气固两相介质并发生绕射。为确定两相介质中激波绕射特性,我们取稀相气固两相体系的双流体耦合模型并采用如下基本假设:①颗粒相按准连续介质处理。②忽略粒子所占体积,不计粒子间相互作用。③忽略粒子热运动和布朗运动,不计颗粒分压。④颗粒为尺寸、温度均一的刚性小球,比热为常值。⑤气相为可压缩完全气体,仅在与粒子发生相互作用时计及粘性和传热。⑥气固两相间作用力仅限阻力,两相间传热仅限对流。⑦两相体系内无相变及化学反应。基于以上假设,在直角坐标系 $(x,y)$ 下,令 $p,\rho,T$ 分别为压强、密度、温度, $u,v$ 分别为 $x$ 和 $y$ 方向的速度(下标 $p$ 表示固相); $E=CT+(u^2+v^2)/2$ 为单位质量总能量( $C$ 代表气相定容比热 $C_v$ 或固相材料比热 $C_m$ ); $f_x,f_y$ 和 $q$ 为单位体积粉尘气体中气相对固相的阻力和传热,则控制二维非定常两相流的方程为

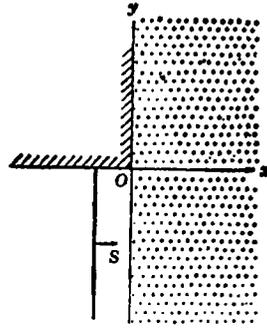


图1 粉尘气体中激波绕射问题

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} + \frac{\partial G(U)}{\partial y} = H(U) \quad (2.1)$$

其中

$$U = (\rho, \rho u, \rho v, \rho E, \rho_p, \rho_p u_p, \rho_p v_p, \rho_p E_p)^T \quad (2.2)$$

$$F(U) = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, (\rho E + p)u, \rho_p u_p, \rho_p u_p^2, \rho_p u_p v_p, \rho_p u_p E_p)^T \quad (2.3)$$

$$G(U) = (\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, (\rho E + p)v, \rho_p v_p, \rho_p u_p v_p, \rho_p v_p^2, \rho_p v_p E_p)^T \quad (2.4)$$

$$H(U) = (0, -f_x, -f_y, -u_p f_x - v_p f_y - q, 0, f_x, f_y, u_p f_x + v_p f_y + q)^T \quad (2.5)$$

这里

$$f_x = -\frac{3}{4d} \frac{\rho_p}{\sigma_p} \rho C_D (u - u_p) \sqrt{(u - u_p)^2 + (v - v_p)^2} \quad (2.6)$$

$$f_y = -\frac{3}{4d} \frac{\rho_p}{\sigma_p} \rho C_D (v - v_p) \sqrt{(u - u_p)^2 + (v - v_p)^2} \quad (2.7)$$

$$q = \frac{6}{d^2} \frac{\rho_p \mu C_p}{\sigma_p \text{Pr}} (T - T_p) \text{Nu} \quad (2.8)$$

其中  $d$  为颗粒直径,  $\sigma_p$  为固相材料密度;  $\mu, C_p$  和  $\text{Pr}$  为气体粘性系数、定压比热和 Prandtl 数;  $C_D$  和  $\text{Nu}$  为球阻力系数和 Nusselt 数。令  $Re = \rho \sqrt{(u - u_p)^2 + (v - v_p)^2} d / \mu$  为颗粒滑移 Reynolds 数, 按文献[4]推荐, 选取以下适用性强、形式简单的经验表达式

$$C_D = 0.48 + 28 Re^{-0.85} \quad (2.9)$$

$$\text{Nu} = 2.0 + 0.6 \text{Pr}^{1/3} Re^{1/2} \quad (2.10)$$

为使方程(2.1)封闭, 另需补充气体状态方程。令  $R$  为气体常数, 有

$$p = \rho RT \quad (2.11)$$

## 三、数值方法

基于 Yanenko 分数步法处理多维问题的思想<sup>[5]</sup>及 Sod 用时间步的算子分裂技术求解带

非齐次项偏微分方程的作法<sup>[6]</sup>，我们将方程(2.1)分裂为解除两相耦合的两个不同空间方向的齐次偏微分方程和只包含两相耦合的常微分方程

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial G(U)}{\partial y} = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{dU}{dt} = H(U) \quad (3.3)$$

再用全二阶精度格式离散并续接求解。

当激波在气固混合物中传播时，由于固体颗粒较气体分子具有大得多的惯性，气、固两相流动呈现出不同的物理特征。因此，在求解(3.1)和(3.2)时，对无耦合的气相与固相方程分别采用了不同的差分离散格式。由于气相流场中存在间断面，故采用建立在求解推广Riemann问题基础上的GRP格式<sup>[7]</sup>。对于固相，颗粒参数通过激波时仍连续变化，故采用比较简单的二阶MacCormack格式<sup>[8]</sup>。这里应当特别指出的是，Ben-Artzi和Falcovitz提出的原始GRP格式仅适用一维问题。对于激波绕射这类二维流动，我们首先运用算子分裂技术将它分解为两个一维问题。这样，与纯一维问题相比，两个方向上的守恒方程组都多出一个关于垂直方向上速度（即横向速度）的动量方程，能量方程中亦增加一个与横向速度关联的动能项。由此引出两个新问题：(1)能否定义一个与纯一维条件下完全相同的推广Riemann问题，并按同样方法求解？(2)如何求出在网格边界不连续处的横向速度及其时间导数，以提供求解关于横向速度动量方程的条件。我们解决了这两个问题并得到了相应的求解方法，从而把原来只适于—维问题的GRP格式推广用来处理多维问题，严格的推演过程已另文给出<sup>[9]</sup>。

方程(3.3)，采用预估校正方法求解，从而得到包含相间耦合作用的最终解。

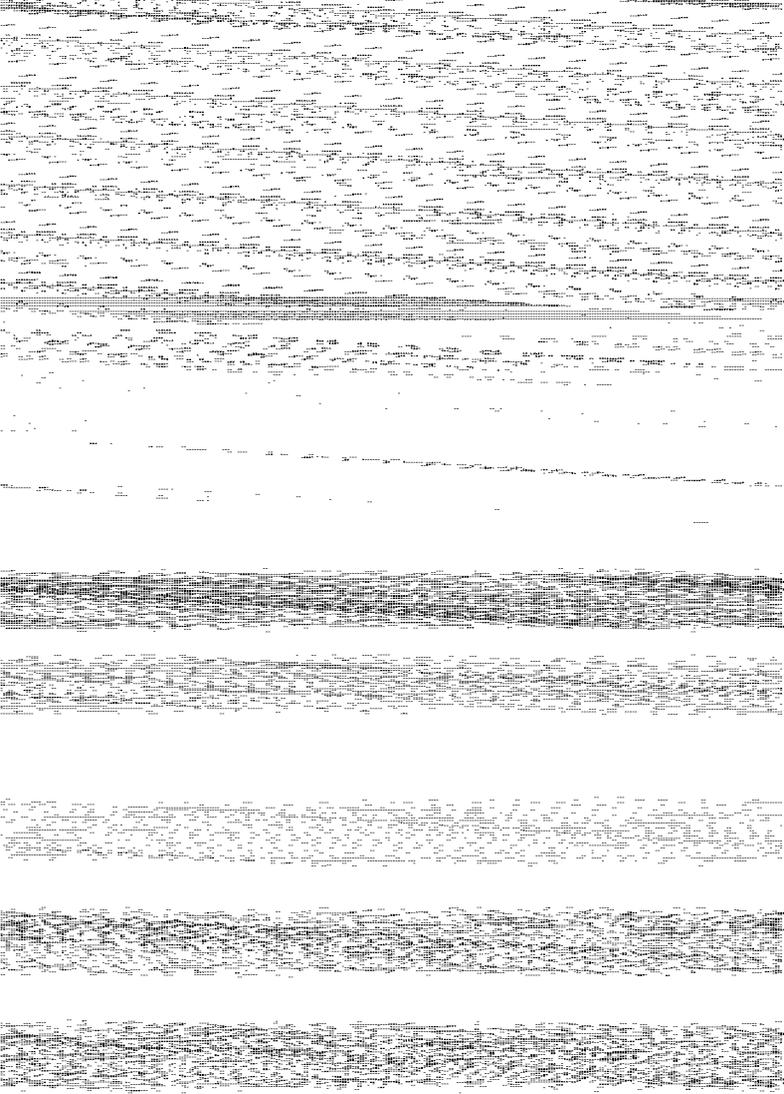
假定 $L_x$ 、 $L_y$ 和 $L_r$ 分别为相应于方程(3.1)、(3.2)和(3.3)的差分算子，为保证计算始终具有全二阶精度，需按Strang提出的算符必须对称的要求安排每个时间步计算的续接顺序<sup>[10]</sup>。对于图1所示绕射问题，我们采用如下五步的复合求解格式

$$U_{i,j}^{n+1} = L_r\left(\frac{\Delta t_n}{2}\right)L_x\left(\frac{\Delta t_n}{2}\right)L_y(\Delta t_n)L_x\left(\frac{\Delta t_n}{2}\right)L_r\left(\frac{\Delta t_n}{2}\right)U_{i,j}^n \quad (3.4)$$

其中 $\Delta t_n$ 是第 $n$ 个时间步长，其大小由满足气相计算稳定要求的CFL条件确定，它一般也能使固相计算稳定。

#### 四、数值结果与讨论

按前述方法，我们从三方面着手进行了计算：①纯气体下绕射。其结果与现有实验资料比较，验证GRP方法计算带强间断解问题的有效性。②在粉尘气体中相应于某个初始参考状态条件的绕射。其结果与纯气体情况比较，揭示固体颗粒的出现对激波绕射特性的影响。③在粉尘气体中，改变颗粒物性参数时的绕射。其结果与前述参考状态情况比较，揭示颗粒物性改变对激波绕射特性的影响。计算中采用以下初值条件：进入绕射前的冻结激波Mach数 $M_s = 3.0$ ；波前未扰纯气体或平衡混合物中气相的 $p_1 = 1 \text{ atm}$ ， $T_1 = 300 \text{ K}$ ， $u_1 = 0$ ；对于两相情况，颗粒 $\sigma_p = 2500 \times 9.8 \text{ N/m}^3$ ， $T_{p1} = T_1$ ， $u_{p1} = u_1$ 。



成的冻结激波阵面。(2)对于本算例所模拟的拐角上游为超音速流的强激波绕射情况,从拐角出发的Prandtl-Meyer膨胀波的波前和波尾分别构成了反射声波阵面和终止面。(3)绕射波后流场中存在二次激波、滑移面、接触面以及旋涡等复杂流场的特征结构。尽管如此,相比纯气体情况,颗粒的存在和由此引起的两相间通过摩擦和传热交换动量和能量,使粉尘气体中的激波绕射流场更为复杂并出现一些新的物理特征:(1)经过相同时间,两相情况下的绕射激波、二次激波以及涡心所到达的距离均小于纯气相情况,表明其传播速度降低,激波强度相对减弱。(2)两相情况下,激波扰动不再像纯气相情况被限制在绕射波、反射声波和拐角壁面所围区域。在平直传输波后方,气相各参数都不再是均匀的。(3)两相情况下,波后熵层明显增厚,特别是传输波后亦出现熵变区。对照图4,可以发现,该熵变区相应于固相密度的峰值区。(4)在拐角附近,两相情况下的P-M膨胀波区结构与纯气体情况基本相同。对照图4,可以看出,该区恰是固相颗粒已被激波诱导流动带走至下游后的无粒子区。但远离拐角存在粒子的区域,两相情况下的反射声波阵面已变形,并受粒子存在影响,在传输波上游形成一道左行压缩波。(5)两相情况下,气相接触面弥散为一定宽度,其间断没有纯气相下那样锐利。

进一步,我们相对前面的参考初态取值条件,对固相的三个物性参数——颗粒直径 $d$ , 载荷比 $\alpha$ 和相对比热 $\beta$ ,每次变动其中之一,维持其二进行对比计算,与前面计算有相同时刻的典型数值结果,择具等密度线图分别示于图5至图7中。

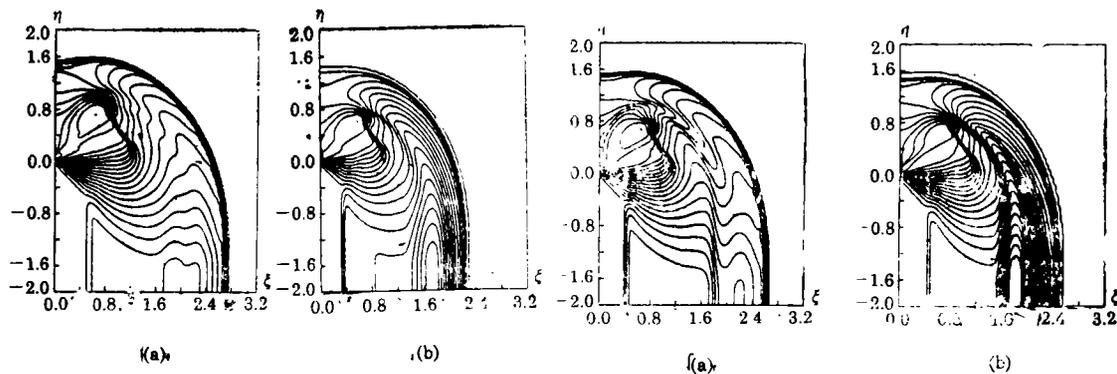


图6 相对图3条件,改变粒子载荷比 $\alpha$ 时气相等密度线分布:(a) $\alpha=0.5$ , (b) $\alpha=2.0$

图7 相对图3条件,改变粒子对气体相对比热 $\beta$ 时气相等密度线分布:(a) $\beta=0.1$ , (b) $\beta=10.0$

图5示出了 $d=1\mu\text{m}$ ,  $50\mu\text{m}$ 时的结果。与参考态结果图3(a)相比,可以看出,增大粒径( $d=50\mu\text{m}$ )使激波强度相对增强,激波到达距离稍远,表明两相间作用相对减弱。这是因为,由式(2.6)至(2.8)可知,对一定材料的固体颗粒,载荷比不变时,混合物单位体积内气固两相间总体作用随颗粒直径增加而减弱。而减小粒径( $d=1\mu\text{m}$ ),情况恰巧相反。

图6和图7分别示出了 $\alpha=0.5, 2.0$ 和 $\beta=0.1, 10.0$ 时的结果。将它们分别与图3(a)对比,可以看出,增大载荷比( $\alpha=2.0$ )或增大相对比热( $\beta=10.0$ ),使得激波强度减弱,激波到达距离变近。这是因为其它条件不变下,增大载荷比,相当增加粒子总数目,从而增强了两相间的相互作用;粒子比热越大,改变粒子热状态越难,激波诱导的两相松弛长度越长,使两相间相互作用效应增强。而减小载荷比( $\alpha=0.5$ )或减小相对比热( $\beta=0.1$ ),则情况恰巧相反。

## 五、结 语

激波在惰性粉尘气体中传播时,与纯气体情况相比,具有大体相近的绕射激波结构。但固相颗粒的出现和两相间的耦合作用,使得粉尘气体中的激波绕射流场显得更复杂,出现一些以两相松弛为特征的新特点。本文运用算子分裂技术和高精度高分辨率数值方法,计算了这一复杂的两相流问题。结果表明,该方法是研究带间断解两相流动的一种有效数值方法。通过改变粒子物性参数所作的对比计算,更进一步证明了两相间作用的强弱变化,决定了粉尘气体中绕射激波特性和波后流场的结构。

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Hillier, R., Computation of shock wave diffraction at a ninety degree convex edge, *Shock Waves*, 1 (1991) ,89.
- [ 2 ] Bazarov, S. B. et al., The Study of Shock Wave Diffraction in Gases at Sharp and Curved Corners, Proc. 18th Symp. on Shock Waves (1991) ,1155.
- [ 3 ] Yang, J. Y. et al., Computation of Shock Diffraction in External and Internal Flows, Proc. 18th Symp. on Shock Waves (1991) ,1063.
- [ 4 ] Igra, O. and G. Ben-Dor, Busty shock wave, *Appl. Mech. Rev.*, 41 (1988) , 379.
- [ 5 ] Yanenko, N. N., The Method of Fractional Steps, Springer-Verlag(1971).
- [ 6 ] Sod, G. A., A Numerical Study of a Converging Cylindrical Shock, *J. Fluid Mech.*, 83 (1977) ,785.
- [ 7 ] Ben-Artzi, M. and J. Falcovitz, A Second-Order Godunov-Type Scheme for Compressible Fluid Dynamics, *J. Comp. Phys.*, 55 (1984) ,1.
- [ 8 ] MacCormack, R. W., The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering, AIAA Paper 69-554 (1969) .
- [ 9 ] 吴清松等,采用高解GRP格式数值模拟激波的绕射,第七届全计算汽体力学学术会议论文集,温州(1994, 4) .
- [ 10 ] Strang, G., On the construction and comparison of finite difference schemes, *SJAM J. Numer. Anal.*, 5 (1968) ,506.
- [ 11 ] Skews, B. W., The Perturbed region behind a diffraction shock wave, *J. Fluid Mech.*, 29 (1967) ,705.

## Numerical Study of Shock Diffraction in Dusty Gases

Wu Qing-son    Zhu Hong    Xu Yan-hou

*(University of Science and Technology of China, Hefei)*

Wang Bo-yi

*(Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing)*

### Abstract

In the present paper, a two-fluid model with interphase coupling effects is applied to dilute gas-particle systems. In order to study the characteristics of shock diffraction around a sharp 90 degree corner in the dusty gas, we adopt the operator-splitting technique and high-resolution numerical method, reveal the changes of diffraction pattern due to particle and discuss the effects of particle properties on post-shock flow field.

**Key words** dusty gas, shock diffraction, numerical study